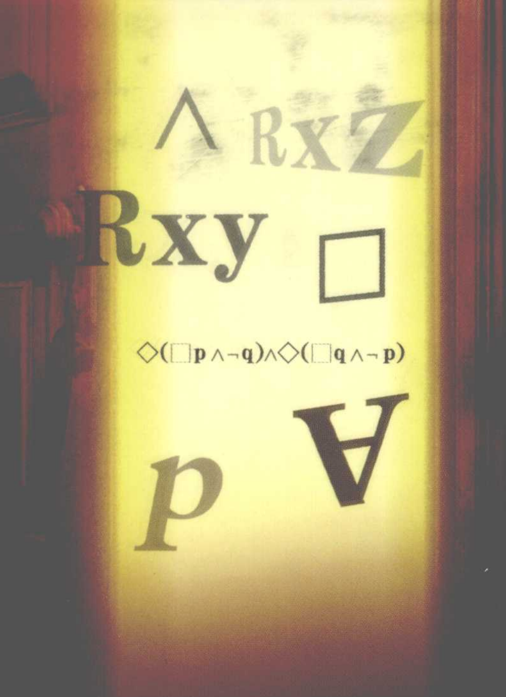


卷Ⅱ

逻辑之门——约翰·范本特姆经典著作

逻辑、语言和认知

〔荷〕约翰·范本特姆 著
刘新文 郭美云 等 译





逻辑是理智的免疫系统。

——范本特姆："逻辑和推理：事实重要吗？" *Studia Logica*，2008年第88卷

我们想要展示逻辑和语言交互的两个方面，即（1）如何根据语言的需要对逻辑系统进行设计和调整；（2）数学理论在这个过程中产生，它如何影响后来的语言学理论。

——范本特姆和特穆棱主编：《逻辑和语言手册》，麻省理工大学出版社，1997年出版

(B-0179.0101)


ISBN 978-7-03-025430-6

定　价：78.00元

卷Ⅱ

逻辑之门——约翰·范本特姆经典著作

逻辑、语言和认知

〔荷〕约翰·范本特姆 著
刘新文　郭美云　等 译

科学出版社
北　京

图书在版编目（CIP）数据

逻辑、语言和认知/〔荷〕约翰·范本特姆著；刘新文等译.
—北京：科学出版社，2009
（逻辑之门：约翰·范本特姆经典著作；Ⅱ）
ISBN 978-7-03-025430-6

Ⅰ. 逻… Ⅱ. ①范… ②刘… Ⅲ. 逻辑—研究 Ⅳ. B81

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 153143 号

责任编辑：胡升华 郭勇斌 卜 新／责任校对：朱光光
责任印制：赵德静／封面设计：无极书装
编辑部电话：010－64035853
E-mail：houjunlin@mail.sciencep.com

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
双青印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2009 年 10 月第 一 版 开本：B5（720×1000）
2009 年 10 月第一次印刷 印张：27 1/2
印数：1—2 500 字数：554 000

定价：78.00 元
（如有印装质量问题，我社负责调换〈双青〉）

丛 书 序

逻辑学是一门古老的学科，它的历史可以追溯到古希腊、印度和中国。逻辑学发展到今天，已成为一门基础学科，越来越具有交叉性。许多学科，从数学到人文学科、从计算机科学到社会科学，在这里交汇。所以，进入逻辑的世界将会使我们掌握整个学术研究领域的基础、工具和方法。

约翰·范本特姆是当今著名的逻辑学家。他从20世纪70年代开始就活跃在逻辑研究的很多领域，是发展这种现代逻辑观的领军人物。他的学术研究不仅涉及纯粹的数学基础领域，而且还涉及许多其他的应用领域。约翰·范本特姆是著名的阿姆斯特丹大学的逻辑、语言和计算研究所的创始人。他是欧洲逻辑、语言和信息学会的第一任主席。同时，他还是斯坦福大学的哲学教授，是中山大学的客座教授。"逻辑之门"这套丛书的宗旨是让中国的读者更系统地了解他的学术研究及他对逻辑未来发展趋势的一些看法。丛书包括约翰·范本特姆的经典论文和专著的译文。这些著作涉及的主题有：关于信息、进程和智能互动的模态逻辑；自然语言中范畴语法和量词语义的逻辑；逻辑与认识论和科学方法论之间的相互影响。

总之，本丛书将会呈现给读者一个崭新而活跃的研究领域，在这里逻辑、哲学、数学、计算机、语言学、社会科学和认知科学之间互相交叉和渗透。本丛书的译者都是活跃在中国逻辑界从事现代逻辑教学和研究的学者，他们的工作将会为读者开启一扇进入广阔的逻辑世界的学术之门，也将会对进一步开展国际学术交流、全面实现中国的逻辑研究现代化、实现中国的逻辑研究同国际逻辑研究水平的全面接轨起着巨大的促进作用。遵诸位忘年友之嘱，是为译序。

张家龙

2007年7月24日

译　者　序

约翰·范本特姆是当今最著名的逻辑学家之一，他的学术研究涉及模态逻辑、语言逻辑及逻辑哲学等领域。从20世纪70年代到现在，他出版了6部专著和约300篇学术论文。有意思的是，他在很大程度上是因为对“语言逻辑”的贡献而被我国的逻辑学界所认识，特别是在他和其他四位逻辑学家、形式哲学家、语言学家以L. T. F. Gamut为笔名撰写的两卷本教材《逻辑、语言和意义》英文版（1991）出版之后。本书是由荷兰阿姆斯特丹大学资助的翻译项目“逻辑之门——约翰·范本特姆经典著作翻译”的第二卷，内容主要集中在范本特姆教授对逻辑、语言、认知和计算等方面的贡献，每篇论文都包含着作者深邃的思想和精妙的逻辑技巧。按照研究主题的不同，我们把这17篇论文归纳为3个部分，范本特姆教授专门为每一部分撰写了新的导读，并在引论中详细介绍了这些主题的历史背景和研究动机，对于读者把握论文的精髓将起到极其重要的作用。本书论文的时间跨度达25年，有的论文还没有正式发表。因此，本书的出版不仅可以让我们了解逻辑技巧的运用、解决问题的方案以及历史发展的脉络，还可以引导我们直接进入当前的研究激流。“生活的激流是不会停止的，且看它把我们载到什么地方去。”

参与本书翻译和校对的人员都是国内年轻的逻辑学家，有的已经参加了第一卷的工作。在我们的合作过程中，切实感受到了各位学者扎实的技术基础、哲学背景、语言能力以及高度的责任感。下面是本书译者的情况简介（按姓氏笔画排序）：

于　宇　西南大学逻辑与智能研究中心博士生
马明辉　清华大学哲学系博士生
王　轶　北京大学哲学系博士生
王　磊　西南大学逻辑与智能研究中心博士生
刘奋荣　清华大学哲学系副教授
刘新文　中国社会科学院哲学研究所副研究员
张立英　中央财经大学文化与传媒学院副教授

夏素敏　中国社会科学院哲学研究所助理研究员
高东平　北京理工大学计算机科学技术学院博士后
郭美云　西南大学逻辑与智能研究中心副教授
琚凤魁　北京大学哲学系博士生
傅庆芳　北京大学哲学系博士生

作者为全书以及每部分写的引论由马明辉译出，在每篇论文的标题下列出了译者和校对者的分工情况。参加第二次校对工作的是刘新文和郭美云，刘奋荣也参与了第二次校对的部分工作。但是，我们仍然希望广大读者朋友对于我们的翻译工作提出批评、意见和建议，促进我们在以后工作中提高。为了便于读者查阅，我们把本书出现的重要专业术语和人名做了汇总，编辑了附录 1 和附录 2。这些专业术语和人名的统一工作主要由刘奋荣和刘新文完成，范本特姆教授核对了其中一些读音。

在翻译的过程中，刘奋荣做了大量的准备工作，译者就各自遇到的问题和作者进行了大量的电子邮件联系，这对本书提高质量起了重要作用。在第一卷《逻辑、信息和互动》交付出版前夕，编译组成员于 2007 年 8 月 1 日在中国人民大学举办了一次作者和译者之间的小型学术会议，获得了成功。著译者的一些讨论被整理成文，以“逻辑之门：作者和译者的对话——范本特姆访谈录”为题发表在《哲学动态》2008 年第 1 期上。为了进一步加强著译者之间的联系，促进合作，利用范本特姆教授在清华大学授课的机会，由中国逻辑学会资助，我们于 2008 年 10 月 25 日在清华大学举行了翻译项目的第二次学术会议，这一对所有观众开放的会议的主题为“逻辑、语言和认知”，主题发言人是翻译项目第一、二、三卷的译者、《逻辑、语言和意义》一书的部分译者和范本特姆教授。第三卷《模态对应理论》的翻译工作主要由张清宇研究员承担，即将交付出版。

对于以上提到的所有人员、单位和参加“逻辑、语言和认知”会议的同行及在翻译过程中为我们提供了各种帮助和服务的中荷双方人员，我们表示衷心的感谢！同时，感谢阿姆斯特丹大学对本项目的资助，感谢科学出版社科学人文出版中心胡升华常务副主任和郭勇斌编辑为本书的出版所付出的艰辛劳动！

刘新文　郭美云
2008 年 10 月

目　录

引　　论

逻辑与语言

在整个历史的进程中，逻辑与语言一直密切联系在一起。推理模式很自然地表述为语言模式，包括逻辑常项和变元，人们可以使用自然语言表达式代换变元。因此，研究有效的推理需要寻找合适的语言，这些语言不仅可以用做推理的工具，而且可以用做与此密切相关的表达和交流有意义的思想活动的工具。当然，我们的自然语言是最好的候选者。实际上，对语言的使用和推理的能力似乎是我们人类所特有的，而且与我们的各种能力紧密地联系在一起。1980 年左右，我和一些荷兰同事撰写了教材《逻辑、语言和意义》（L. T. F. Gamut. *Logic*，*Language and Meaning*. Chicago University Press，1991），该书包括一段内容丰富的历史，讲述了关于研究自然推理的逻辑和研究自然语言的语言学之间的联系。这些联系从古代亚里士多德就开始了，亚里士多德的贡献不仅在于对逻辑基础的研究，而且在于对语法基础的研究。逻辑和语法的联系也出现在其他历史时期和其他文化传统中。

然而，这种联系并非一直那么流畅。在两种理念之间有一种张力：一种理念是构造“逻辑形式”，作为普遍抽象的意义承载者，推理就发生在这些形式上；另一种理念是研究自然语言的经验现实，自然语言是丰富多彩的，而且似乎具有很特别的特征，甚至这些特征有时是令人误解的。这就是为什么弗雷格在他著名的开创现代逻辑的“概念文字”（1879）中，为了逻辑的目的决定构造特殊的形式语言的原因，而且这一传统已经成为逻辑学家的典型做法。后来罗素、维特根斯坦和卡尔纳普推进了这一点，提出“令人误解的形式论题”的主张，认为自然语言令人误解，这一现象不是偶然的，而是以一种结构性的一般方式呈现，因此自然语言根本不适合逻辑的目的。顺便提一句，这不是弗雷格的观点，弗雷格把形式语言和自然语言的关系比做显微镜和人的眼睛之间的关系。前者更精确，但是要近视得多；而后者可能不太精确，但是它的功能更多，原则上应用范围非常广泛。毫不奇怪，后来的历史在形式语言的背景下发展，在这一背景下也产生

了许多方法。例如，形式语法、组合语义，逻辑推理系统逐渐进入了语言学。实际上，20 世纪 60 年代，理查德·蒙塔古倡导使用逻辑方法对自然语言进行全面研究，他的著名的格言是这样说的，“原则上，自然语言和形式语言之间没有本质差别”。

上面这些工作是我对自然语言感兴趣的背景。做学生的时候，我是一位坚定的形式语言的拥护者。但是在 20 世纪 70 年代左右，我周围一些极富创造力的学生开始对自然语言感兴趣。这里的自然语言既指一个用来表达意义的微细差别的更丰富的系统，也指作为人类实际推理的工具。此后两种趋向进一步加强了这种兴趣。一种趋势是当时哲学逻辑中的前沿工作的灵感来自于自然语言的使用，当然从哲学家的观点看，这涉及模态词、时态逻辑或条件句逻辑等主题。关于自然语言对哲学分析的效用，奥斯汀曾经说过：“山中自有宝藏。”另一种令人兴奋的发展趋势就是计算机科学中新语言的创造，一方面，这样的语言是人工设计的，介于形式语言和自然语言之间，但是另一方面，它们却是为了实现人与计算机器之间现实的交流而真正使用的语言。人们发现，蒙塔古的论题也适用于编程语言，这些语言允许组合分析，并且在处理时间上数据改变的过程中，表明内涵性的微妙现象。这就诞生对自然语言的逻辑研究的“荷兰学派”，今天仍然在整个荷兰延续。后来在 1980 年左右，蒙塔古的一般方法已经变得很普遍，它表明形式语言和自然语言如何相遇，产生出具有精确的组合语义的形式语法。这仍然主要是一台一般的进行形式化的“机器”，而没有新的种类的逻辑研究。我自己不喜欢例行公事的应用，人们工作一天后把工具拿走，除了一些磨损和破旧，基本上像以前一样。我最喜欢改变工具的作用，这些工具以意想不到的方式被使用，因而为逻辑本身和关于逻辑本身提出一些新的问题。

广义量词理论

1980 年前后，人们转向通过逻辑手段研究自然语言的微细结构，我赶上了研究所谓的“广义量词”的浪潮。这是从一些论文开始的，这些论文是具有创新力的“逻辑学家 - 语言学家”团队写的。巴威斯与库伯（Barwise and Cooper）、克能与斯塔维（Keenan and Stavi）及希金博特姆与梅（Higginbotham and May），他们是新学科之间联系的具体体现，表明逻辑学家和语言学家都有一些重要的东西可以相互学习。这创造了广义量词理论的时代，大家研究自然语言中数量表达式的作用，研究我们形成关于世界信息的最普遍的方式之一——逻辑与数学的一种明显的相互作用。实际上，来自逻辑模型论的技术和结果在这里常常被证明是有用的，而且与计算机科学也有很强的现代接触。本书第 1 部分“自然语言和形式语言中的量词”，是出自这个初始的研究阶段。我自己加入这种研究

的兴趣主要不是要做语义的“加工”或“曲线拟合”以获得特定量词表达式的精确意义（这种类型的诚实详尽的研究可能很重要），而是想要获得对自然语言表达力的一般理解，可以跨越各个种类的完全不同的成员。例如，从英语到汉语。特别是人们也想要理解这种情形的动态方面，即自然语言如何起作用以达到它们的基本目的，如描述世界（包括世界中我们自己），以这些描述进行推理从而获得进一步的信息，还允许我们把这些描述与其他语言使用者进行交流从而影响他们的行为。在第1部分引论中，我将更精确地说明其中的研究课题。

范畴语法

第2部分“范畴语法与证明论”探讨了关于自然语言的更一般的问题。即使我们已经知道对特定表达式范畴的精确句法和语义说明，如量词，或者说模态词或时序表达式，这些范畴如何全部一起协调地适合一个各种信息相互联系并且自动发生“转换”的整体系统呢？蒙塔古已经提出了一个宏大的答案，在他之前，爱裘凯维茨、卡里等都给出了这个答案，它依赖于一种与数理逻辑更彻底的类比。使表达式结合在一起的“黏合剂”就是它们的*数学函数－自变元结构*，一个函数表达式寻求另一个自变元表达式，从而产生一个新的语义值。因此，自然语言就像数学基础中一种类型论那样起作用，它与逻辑证明论的密切联系就出现了，这会给“语法推导”这个直观概念一种全新的解释。这个框架经常被称为*范畴语法*，它处于语言语法和数学类型论之间。在第2部分的导论中，我将再次提到一些更具体的研究课题，但是在这里需要弄清楚一件事情。这项研究如此有意思的原因恰恰是两者之间存在类似之处，而不是完全相同。自然语言不完全是一种标准的类型论，而且对它的组合机制（如果你愿意，可以称之为组合的“黏合剂”）的仔细分析表明，通过仔细计算“资源”而进行的函数－自变元的应用，导致不同于经典证明论的特殊证明理论。随着时间的推移，这些范畴证明理论最终与所谓的关于证明和计算的“线性逻辑”密切联系起来，而且与更一般的“资源－意识”逻辑联系起来，这些逻辑缺乏经典逻辑的某些结构规则，如单调性、收缩或排列。现代*子结构逻辑*的领域包含许多在这一时期获得的洞见，这些洞见把逻辑、语言学、哲学和计算机科学联系起来。

语用和逻辑动态

自然语言的句法和语义结构与它的许多语用使用密切相关，而且同样是20世纪80年代，一种新范式得到了繁荣发展，它能够对语言表达式做实际解释时所发生的过程加以说明。“篇章表示理论”提出把句子和现实之间的“*篇章表示结构*”看做随着篇章的进行而表示世界的一种动态改变的形式。“动态语义”解

释表达式的意义，并没有解释为它们经典的静态的组合的真实条件，而是解释为改变读者或听者的当前信息的动态潜能。这些现象使我们想起，语言是人类认知的卓越工具。第3部分“计算与认知”中的论文处理了这个“动态转向”的各个方面，这一转向把语言使用的活动、交流、推理以及原则上理性主体的许多其他特征放在核心位置，作为逻辑理论的一等公民。我的书《探寻逻辑的动态性》(van Benthem. *Exploring Logical Dynamics.* Stanford University：CSLI Publications，1996）对所有进入这个领域的分支给出了一幅更宽泛的图景。同时，这种动态视角已经加速与多主体计算、信息的动态逻辑、计算机科学、认知科学联系起来。这些方面，在第3部分中，我们将主要关注自然推理的模式、言语行为的逻辑理论、信息更新、交流和与博弈论的一些新近的联系。所有这些主题实现了我早期的“对称性”标准：所获得的结果在每个学科方向上，包括我们对逻辑自身的理解，都是有意思的。这个领域还没有一个大家接受的名字，我觉得当前的说法——理性主体与智能互动是一个不错的口号。

逻辑与现实相遇

我想小结几句，说明为何我觉得本书所囊括的不同主题如此有趣。逻辑、语言与认知形成一个有趣而生动的邂逅，这恰恰是因为它们彼此适合，但又不是精确地适合。逻辑习惯基于清晰和正确的目标而构造新的语言和系统，它的目的不完全是描述的。一方面，如果人类的现实是非逻辑的，我们的责任就是指出正确的标准，甚至可能试图改变人们的行为。另一方面，逻辑理论确实反映理性心智的成功属性，要是它们完全不同于人类最好的实践，就会根本没有用。在任何情况下，实际情形要比基于另一个从过去到今天仍然在传授的“障碍论题”（弗雷格及其追随者的反心理主义论题）所认为的情形有趣得多。对于1900年前后那些逻辑学家来说，后来出现的令人兴奋的经验心理学领域没有什么有意思的东西，因为逻辑是规范的而不是描述的。我发现这种绝对的区分是陈旧的和徒劳的。事实上，目前逻辑和认知心理学的研究展现出广泛的富有成果的联系，在赫伦、霍基斯和我编辑的2007年5月出版的杂志《拓扑斯》（*Topoi*）的专辑“逻辑与心理学”中，大家可以看到这一点。

另一位搭档：计算

在逻辑和事实之间有一种自然的联系，其中有某种张力。而且，这种联系受益于一种三角关系，即计算机科学的加盟。这个新学科存在于两个世界之中。它在某种程度上是“逻辑的”，在为程序和过程的设计中是先天理论的，但同时它也是一种经验尝试，试图改变我们的理智设备和我们的认知技巧协调的环境。上

面提到的学科之间的复杂关系也同样存在于各学科的从业者之间。我做跨学科的研究和组织跨学科活动的经验既有令人愉快的心智汇集，也有敌对的相互凌辱的遭遇。看待这些事情我认为，逻辑学家、语言学家、计算机科学家和认知科学家们应该紧紧把握他们自己的专业技术和核心关注点，这些东西有太多的差异，足以使所有的当事人都关心自己的尊严。但是，一次又一次变得很清楚的事实是，他们有足够多的共同兴趣，从而使深入协作有价值，而且实际上也是富有成效的。事实上，我自己的逻辑、语言和计算研究所（ILLC）就是这一点如何实现的一个例子，欧洲语言、逻辑与信息协会（FOLLI）也是如此，自从 1989 年以来，它的 ESSLLI 暑期学院已经成为里程碑式的会集场所。

当所有这些学科相遇的时候，从理想上看会发生什么呢？这本书所涵盖的主题提供了一种回答。广义量词理论、范畴语法和逻辑动态在今天是新领域，它们产生于此，然且它们也从原来的学科中继承一些东西。对我来说，这就是稳定的学科间联系的成功标准（而且甚至对大多数一般的联系来说也是如此），即不是从一方引入现存的工具来解决另一方的问题，而是产生能延续的共同后代。

学科间联系有时会有很大困难，常常需要机智和无尽的耐心，我确实知道有一个地方它们可以完美地起作用，而不需要任何特殊的机制。这里可能是感谢本书的翻译团队的好地方，特别感谢它的发起者刘奋荣。网页 http://www.illc.uva.nl/lgc/translation/ll.html 展示了他们的风采。很高兴与这些来自中国一些学术机构的学生和同事一起工作，在这个过程中我重新思考了许多学术问题。我认为，把我关于逻辑、语言和认知的工作翻译成中文本身是一种真正的合作努力，我希望我们在这一过程中建立的联系会持续下去。

约翰·范本特姆

2008 年 7 月

第1部分

自然语言和形式语言中的量词



本书的第一部分是关于广义量词理论的，它研究自然语言中数量表达式的作用，研究它们形成关于世界信息的最普遍的方式之一。下面各章涉及许多宽泛的主题。第 1 篇论文“量词问题”自身几乎是一篇小专论。它是关于自然语言中量词表达式的表达范围，它引进一些基本的问题。我们研究一般的“限定词表达式”，这些表达式形成“*Det* [*N*]”（“all [mountains]”，“most [children’s songs]”，“Mary’s [favourite books]”）这种格式的名词短语，这些短语与动词短语结合，形成完整的句子。在语义上，限定词表达式指称谓词（名词和动词）之间的二元关系，这些二元关系可以看做是对象的集合。在这种背景下，我们确定各种语义普遍属性的作用，这些语义普遍属性是语言学家提出来的，作为贯穿所有人类语言的可能的限定词意义的一般限制条件。许多语义普遍属性与特殊种类的“单调性推理”有关，这些推理使用更弱的或更强的谓词替换断定中的谓词，这是在这个领域早期西方逻辑学家研究的一个主题。在中国相应的研究参见刘奋荣和张家龙的“墨家逻辑的一些思想”（Liu，Zhang. Some Thoughts on Moist Logic. In：J. van Benthem，S. Ju and F. Veltman，eds. *Proceedings LORI Beijing*. London：College Publications，2007）。语义的跨语言普遍属性的另一个来源是“保守性”，也就是自然语言表达式对各个特定的对象子域执行谓词的语义限制的倾向。我们证明了许多数学刻画定理，它们表明哪些可能的谓词关系满足哪些限制条件的组合。这也允许我们精确地表述和研究表达完全性的问题——我们共同的自然语言是否足以陈述给定情形的所有结构数量性质？

一种重要的特殊类型的限定词是逻辑量词，它们只表达关于情形的数量的数字信息（“所有”（all）、“有的”（some）、“大多数”（most）、“至少三个”（at least three）等）。“主题中立”的特征可以通过量词关系在论域对象的排列下不变加以技术的表达，而且我们还可以更详细地研究这个子类，发展新的技术。例如，现在广泛使用的“数字树”。对量词和不变性的研究与 20 世纪 90 年代出现的关于什么是逻辑常项的更一般的语义不变性研究有关。在最后，这篇文章除了探讨自然语言背后的“自然逻辑”中出现的单调性，也就是我们通常的非形式化的推理实践，还探讨了量词的基本推理性质。例如，“有的”（some）、“没有”（no）或者“十个”（ten）这样的量词的对称性，这种属性允许我们交换两个谓词。因此，某些看起来自然的性质根本不可能出现，从而对在自然语言中称为“系统缺口”的神秘现象做出了解释。对这方面结果的总结可见拙著《逻辑语义学论文》（van Benthem. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht：Reidel，1986）。

第 2 篇论文进一步研究这个基本理论，引入一些新的问题。“语义自动机”

对上面使用的标准集合论语义提出质疑，而且为自然语言提供了一种过程语义学。特别是，量词被看做在域中搜索并且输出真值的自动机。这使得我们能够通过著名的自动机等级（有穷自动机、下推存储自动机和图灵机）中的层次“核准”意义的复杂性，而且也把“逻辑性”的程度看做计算的相关灵活度的问题。过程语义在 20 世纪 90 年代已经非常流行，而且我们以自动机为基础的方法，也与计算机科学和一些认知科学所发现的此类方法相吻合。“多元量词”质疑早期框架的另一个背景假定，即复杂量词表达式的意义将以逐步组合的方式从单个量词的重复应用中产生。我们表明，这种弗雷格式的重复单个量词意义的策略仅仅在某种程度上适用（如“每个男孩爱一个女孩”这样的句子是典型的例子），并且为此确认复杂表达式的语义条件。然后，我们表明，真正的多元量词复合物形成一个等级，从简单的“累积物”到复杂的“分支”情况。现在，关于这种“弗雷格式的边界”还存在更多的研究。这里关键而一般的问题是量词表达式如何适合自然语言的更一般的范畴结构，换句话说，广义量词理论如何与范畴语法相互作用。这就是本部分最后一篇论文“类型世界中的量词”的主要内容。

迄今为止，这里的许多主题与其他一些领域都联系起来了。广义量词在数理逻辑中作为产生一阶逻辑表达扩张的方式而出现，而且在抽象模型论中得到了广泛的研究。它们也出现在计算机科学中，尤其是限制到有穷域（数据库）上的提问语言，并且最终与复杂性理论中复杂性类有一些有趣的联系。后一种计算的联系今天也由于与认知科学有关而得到研究。首先过程语义学固然很好，但是确定具体的语言表达式在给定的情形类型中是否成立的实际复杂性是什么呢？其次，所提到的与逻辑性的联系把我们带入逻辑哲学的领域，对什么东西使得表达式成为“逻辑的”表达式的真正理解应该不仅仅包括来自广义量词理论的表面见识。最后，我还觉得，在技术层面上说，在这一部分发展的可定义性和表示的技术本身可能有更广泛的用途。所研究的形式模式和关于广义量词获得的结果，更一般地与条件句表达式一起出现，甚至与信息、似乎合理性或偏好的动态逻辑一起出现。

1 量词问题*

刘新文/译　夏素敏/校

1.1　一个逻辑－语言学观点

逻辑“广义量词”（Mostowski，1957）对自然语言语义学的重要性可以清楚地从巴威斯和库珀（Barwise and Cooper，1981）的论文看出。其基本思想在于，一个量词短语 QA（如“所有的女人”、“大多数孩子”和“没有人”）指的是个体集的集合，即（QA）B 对其成立的那些 B。例如，给定一个论域为 E 的固定模型，

所有 A　表示　$\{X \subseteq E \mid [\![A]\!] \subseteq X\}$，

大多数 A　表示　$\{X \subseteq E \mid |[\![A]\!] \cap X| > |[\![A]\!] - X|\}$，

没有 A　表示　$\{X \subseteq E \mid [\![A]\!] \cap X = \varnothing\}$，

其中，$[\![A]\!]$ 是在模型中组成谓词“A”的外延的个体集。这一观点对自然语言中无处不在的主－谓形式有一个完美和统一的语义处理。

量词短语的这些意义（denotation）显示出熟悉的数学结构。例如，所有 A 产生滤子，而没有 A 产生理想；大多数 A 的意义两者都不是，但是它在对上集（superset）封闭这一点的意义上仍然是单调的。仅对子集闭包的情况也是这样。例如，像几乎没有（few）A 这样的量词短语。这些数学结构目前被用于组织语言看法和阐述关于它们的假设。除了已提到的论文（Barwise and Cooper，1981），一个有趣的例子是 Zwarts（1981）对“负极性”和“合取归约”现象的应用。

---

* Questions about Quantifiers. *Journal of Symbolic Logic*，1984，49（2）：443～466

感谢弗兰斯·日瓦茨和达赫·维斯特斯塔尔的帮助和鼓励。在本研究的最后阶段，斯坦福大学行为科学高级研究中心提供了理想的工作环境。许多参与讨论者特别是 J. 巴威斯提出了很有价值的建议。该杂志的审稿人和编辑提出了非常有用的建议和忠告。

在后者的研究过程中，几种具有更为广阔的逻辑兴趣的方法论问题凸现出来，也影响到本论文。

为了讨论这些问题，我们转换上面的视角，把重点放在量词表达式本身（“所有的”、“大多数”、“没有”、“有的”等），把它们看成是表达个体集合之间的关系 Q。即

$$QXY\text{，而非 } Y \in QX$$

我们现在就可以使用二元关系上的那些众所周知的条件，它们在语义学的诸多领域已经证明非常有用（如模态逻辑中）。例如，所有是自反和传递的，有的和没有是对称的。这就引出下述一个问题。

问题 1 量词上的哪些关系条件是重要的（并且在自然语言中是实现了的）？

例如，日瓦茨一方面已经考虑了偏序（自反、传递和反对称量词）是一个非常自然的类，其中所有是一个主要代表。另一方面，对实际的经验清单进行检验之后发现，某些其他种类的量词如严格偏序（传递的和禁自反的）根本就不会出现。因此，实际上可能有一个“语言学论域”，大意是说

“没有人类语言拥有严格偏序量词”。

我们在后面将会看到，在这个以及许多类似的观察背后隐藏着一个逻辑必然性。当其出现之时，这些关系性质就和单调性行为紧紧连在一起。所以，日瓦茨证明，（以某些广泛的假设为模）带有传递性质的自反性蕴涵着如下意义上的“向上的右单调性”：

$$QXY, Y \subseteq Y' \Rightarrow QXY'$$

但是这里还可以观察到其他内容。这种单调性可能也出现在左侧的主目中，依旧是“向上的”或者“向下的”。（这些就是 Barwise 和 Cooper（1981）的“持续性”和“反持续性”（anti-persistence））实际上，日瓦茨注意到带有传递性质的自反性也蕴涵着向下的左单调性。

问题 2 关系条件和单调性行为之间的联系是什么？

总之，可能出现四种“双重单调性”，以传统对当方阵形式列示如下：

所有的：$\downarrow MON \uparrow$	有的：$\uparrow MON \uparrow$
没有：$\downarrow MON \downarrow$	并非所有的：$\uparrow MON \downarrow$

稍后，我们将发现这可不是偶然的对应。

问题 3　（双重）单调性和经典一阶可定义性之间存在什么样的联系？

对于像这样一些问题的系统研究需要对量词的性质做进一步的逻辑分析，本文将研究这一点，这实际上也是我们的基本问题。如其所示，日瓦茨（追随巴威斯和库伯）所做的整个研究从逻辑的观点来看富有启发意义，使人饶有兴味。事实上，上述对量词的关系观点以前就被指出是正确的观点（克雷斯韦尔，吉奇），但是似乎再没有新的逻辑研究继续下来。本文则详察这一论题——逻辑常元研究中各种新的方向。

1.2　什么是量词？

本文所说的广义量词将是为每一个集合 E 指派 E 的子集之间的一个二元关系 Q_E 的任意函子 Q。

很明显，并不是每一个这样的函子都可以充任某个“量化”表达式的真正的意义。本节将细数约束真正的量词的类的一些宽泛的直观意思。

量。只有所考虑的集合中的数量才起作用。这一点可以形式地叙述如下（Mostowski，1957）：

对于所有的集合 E，E 中所有的排列 F，以及所有的 A，$B\subseteq E$，

$$Q_EAB \text{ 当且仅当 } Q_EF[A]F[B]。$$

因此，并未考虑 A 和 B 中的元素的个体性（individuality）。但是，也可以比这个“局部”要求走得更远，穿越各种语境 E 之间的界线：

QUANT。对于所有的集合 E、E'，从 E 到 E' 的所有双射 F，以及所有的 A，$B\subseteq E$，

$$Q_EAB \text{ 当且仅当 } Q_{E'}F[A]F[B]。$$

这一简单但强有力的条件的效果将在随后的论证中逐渐清晰起来。“语用含义过多的”（pragmatically loaded）量词表达式如几乎没有或许多不必通过这一检测，但是通常的如所有、大多数、没有和有的却需要。

一个非常不同但相当自然的直观解释了量词中第一个论证的特许位置（Barwise and Cooper，1981）。

保守性。一个量化命题中左边的主目充当了一个特殊的角色，在其中它划定了“行为领域”的界线：

对于所有的集合 E，A、$B\subseteq E$，

$$Q_EAB \text{ 当且仅当 } Q_EA(B\cap A)。$$

实际上，这一直觉的内容似乎更为“全局”，A 外的 E 的内容似乎是不相干的。

CONSERV。对于所有的集合 E，A、$B\subseteq E$，

$$Q_E AB \text{ 当且仅当 } Q_A A(B \cap A)$$

自然语言中大多数限定词表达式，不管是量化与否，都通得过这一检测。一个典型的例外是表达式只有（only）。在许多情况下，这个词都做副词而非一个限定词。注意我们这一原则的正确应用。句子“每个人都有一个头”（Every person has a head）与“Every person is a person with a head”的意思相同，当然，与句子“Every person has a head which is a person”的意思不同。后一个解释，带有一个适于“*a head*”的主目位置，是非保守的。①

这两个一般约束的效果将逐渐展开。脑海中一直要保持的典型图形见图 1-1。

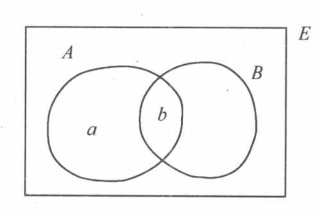


图 1-1

现在已经注意到，CONSERV 如何蕴涵着一个量词 Q 的行为是独立于语境 E 的。（此后，便利时将略去下标。）这一语境独立性对通常的逻辑常元来说是独特的。此外，QUANT 告诉我们，Q 的行为完全由基数对（a，b）所刻画，其中 $a = |A - B|$，$b = |A \cap B|$，对于所有的 E、A 和 B，使得 $Q_E AB$。

最后一个有用的观察是，量词的布尔组合还是量词。

这里，需要提到的第三个直观以不同的谨慎度出现。

簇（variety）。量词必须是下述意义上“活跃的”：

VAR。对于每一个非空集合 E，存在 A，$B \subseteq E$，使得 $Q_E AB$，但是也有 A'，$B' \subseteq E$ 而没有 $Q_E A'B'$。

这一简单的要求将被重复使用。注意，有了 QUANT 和 CONSERV，所表达的条件其实就是 Q 必须接受、同时也必须拒绝至少一个序对（0，0）、（1，0）、（0，1），它们对应于单元素集语境 E 的子集的各种选择。即使谨慎如此，也确实排除了如至少两个（at least two）这样的数字量词。

可能的话，VAR 会有一个需要活跃性的更强版本：

VAR*。对于每一个非空的集合 E，都存在 $A \subseteq E$ 使得 $Q_E EA$，但也有 $A' \subseteq E$ 而 $Q_E EA'$ 不成立。

对于非组合的限定词、并且一般地来讲对于真正的逻辑常项，有一种情形可

① 本段中的“head”原文为“price”，按照作者的建议改过来的——译者注。

以用来加于 VAR 甚或 VAR*。然而，对这一限制来说仍然有不自然之处，我们也由此将注意到标出其使用。运用 VAR 所获得的许多结论将以某种更为复杂的形式推广到更弱的可变性假设。不过目前的研究则是由于其相对的精致和探索价值而被选入。

然后，在普通的逻辑模型论中，也许将渐渐趋向关注目前的量词问题的通常方面。走进无穷基数（a，b）的领域，以运用目前的紧致性或楼文汉姆－斯科伦论证，但是在自然语言的语义学中，也可能会认为有穷模型才是基本的。话语都典型地指的是有穷情景——无穷模型只有通过哲学或科学反思才（从这些情景中）出现。因此，我们通常将回避无穷基数，即使在其剥夺了我们使用便利的逻辑方法之时。实际上，本文的一些结果只对有穷模型特别是 1.4.2 节、1.6 节和 1.7 节中的主要定理成立。也许有人还想要看到逻辑语义学中这一特征假设充当了重要角色的更多的结果。

1.3　量词的关系行为

1.3.1　特殊的类

量词展现了各种熟悉的关系性质，参见下述列表。

传递性	$(\forall XYZ((QXY \wedge QYZ) \rightarrow QXZ))$	所有的(*all*)
自反性	$(\forall X QXX)$	所有的(*all*)，大多数(*most*)
对称性	$(\forall XY(QXY \rightarrow QYX))$	没有(*no*)，有的(*some*)
反对称性	$(\forall XY((QXY \wedge QYX) \rightarrow X = Y))$	所有的(*all*)
禁自反性	$(\forall X \neg QXX)$	并非所有的(*not all*)
线性	$(\forall XY(X = Y \vee QXY \vee QYX))$	并非所有的(*not all*)

其中的一些在语义学文献中充当了重要角色。普通的自反性和禁自反性在 Barwise 和 Cooper（1981）那里是两个突出的概念（分别称为“正强”（positive strong）和“负强”（negative strong））；对称性的重要性在 1.4.1 节中有解释。甚至一些不太常用的性质也有例示。例如，模态克里普克语义学的准自反性（$\forall XY$（$QXY \rightarrow QXX$）），这对有的是成立的。（注意，由于空集情形，有的不是自反的。）类似地，没有是准全称的（$\forall XY$（$QXX \rightarrow QXY$））。后两个性质也将在 1.4.1 节中变得很重要。当然，更奇特的性质将由上述简单的量词通过布尔组合等方式得到。

很明显，二元关系上这样的传统条件在目前的领域中未必是最合适的条件。不过上述清单至少给出了某种相关性，这种相关性将在 1.4.2 节中讨论的与单调

性行为的联系而得到证实。在本节其余部分中，我们将考察一些主要的例子。

关系条件的各种组合可以用于划分不同类型的量词。只是这里必须小心才是。例如，可以证明关于类似偏序量词这样的自然量词的完美结论，但那描述的只是个别情形。

定理 1 所有的（即包含）是唯一自反的反对称量词。

证明： 如果 $A \subseteq B$，那么 $B \cap A = A$。因此，QAA（自反性），QA（$B \cap A$），QAB（CONSERV）。如果 QAB，那么 QA（$B \cap A$）（CONSERV）。此外，Q（$B \cap A$）A。所以，$A = B \cap A$（反对称性），即 $A \subseteq B$。■

这样，有很多理由要求我们谨慎一些。（但这一类型的结论的一个更为正面的解释将在 1.3.3 节中给出。）

推论 1 并非所有的是唯一的禁自反的和线性的量词。

证明： 并非 $-Q$ 是一个量词（它满足 QUANT 和 CONSERV），当且仅当 Q 是一个量词。现在，只要注意到与上述条件的下述两个联系。

(i) $\forall XQXX$ 变成 $\forall X \neg QXX$。

(ii) $\forall XY((QXY \wedge QYX) \rightarrow X = Y)$ 变成 $\forall XY((\neg QXY \wedge \neg QYX) \rightarrow X = Y)$，而这等价于 $\forall XY(QXY \vee QYX \vee X = Y)$。■

类似的刻画也可以用来证明对当方阵中余下的两个量词，虽然它们具有更为人为的性质。例如，对于没有，需要有对称性和拟全称性，但也需要唯一自反元（即空集）的存在性。有了 VAR^* 之后，这些结果变得更为优美，参见 1.3.3 节。

为了扩大这些量词类，可以更改要求。由此，日瓦茨已经考虑预序（传递的和自反的），以及严格偏序（传递的和禁自反的）。1.4.2 节将对前者进行分类；而后一类将在下面的 1.3.2 节中涉及。一般来说，单单传递性就已经是一个非常强的要求。

定理 2 如果 Q 是一个传递量词，那么，对于所有有穷的 A 和 B，QAB 仅当 $A \subseteq B$ 或者 $QA\varnothing$。

证明： 假设 QAB 而没有 $A \subseteq B$。由 CONSERV，QA（$B \cap A$），其中 $B \cap A$ 真包含于 A。现在，令 B' 是真包含于 A 中的极小集，使得 QAB'。

结论： $B' = \varnothing$。

因为要不然可以选择 A'，使得 $|A'| = |A|$ 且 $A' \cap A = B'$（这可能需要添加新的个体，当然，由 CONSERV，这一改变了的语境没有问题）。所以，由于有 QAB'，有 QAA'（CONSERV）。

现在，考虑任意的排列 F，而不考虑 B'，同样也不考虑确定的 $A \cup A'$ 之外的

可能个体，把 $A-B'$ 与 $A'-B'$ 交换一下。由 *QUANT*，可以得到 $QF[A]\ F[B']$，即 $QA'B'$。

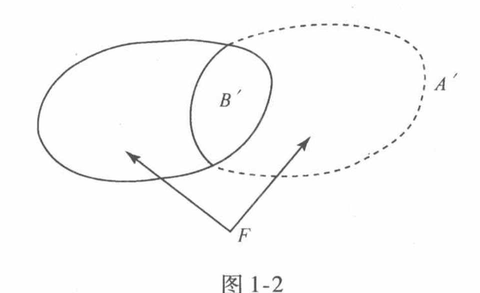


图 1-2

下一步，选择任意的 $e \in B'$ 和 $e' \in A'-B'$。令排列 F' 只有 e 和 e' 相互交换，其他个体都不变。再由 QUANT，有 $QF'[A']\ F'[B']$，即 $QA'F'[B']$。

然后，由传递性，QAA' 和 $QA'F'[B']$ 蕴涵 $QAF'[B']$；因此，$QA(F'[B'] \cap A)$（CONSERV）。但是后一个交被真包含于 B'，与后者的极小性矛盾。

■

这种论证对于 QUANT 的运用来说是典型的。

这一定理的结论不能被改进来仅仅研究包含。例如，“所有 A 都是 B 或者至多有一个 A”是一个允许非包含情形的传递量词。同样，该定理也对无穷集合不成立——“A 是无穷的并且 $A-B$ 是有穷的”是一个传递量词。

当然，为了阐述该定理的力量，下面是一个推论。

推论（*VAR*）2　在有穷集上，所有是唯一的自反传递量词。

证明： 只要证明任意后一种量词都可以表达包含。现在，如果 $A \subseteq B$，那么 QAB（如前，由自反性和 CONSERV）。如果 QAB，那么，或者 $A \subseteq B$（我们已经做到了）或者 $QA\varnothing$。在后一种情形中，或者 $A=\varnothing$（毕竟有 $A \subseteq B$），或者 $A \neq \varnothing$。而后，选择 A 的一个单元素子集 X。如上，有 QXA，并且由传递性有 $QX\varnothing$。这样，$(1, 0) \in Q$（在较早的记法中）。同时，由自反性，$(0, 0)$ 属于 Q。最后，由 CONSERV，从 $(0, 0) \in Q$ 推出 $(0, 1) \in Q$。但是这样一来，在层 1 上便没有变化，这与 *VAR* 矛盾。 ■

定理（VAR^*）3　所有是唯一的自反传递量词。

证明： 如果 $A \subseteq B$，那么 QAB（由上）。然后，假设 QAB。与前一样，$Q(A-B)A$（由于 $A-B \subseteq A$），而且由此有 $Q(A-B)B$（传递性）。由 CONSERV，有 $Q(A-B)\varnothing$，因此 $Q(A-B)C$（因为对所有的集合 C 有 $Q\varnothing C$）。再次由 VAR^*，$A-B$ 一定等于 $\varnothing$：即 $A \subseteq B$。 ■

在没有 *VAR* 的情况下，1.4.2 节将允许某种更为广泛的自反传递量词。

还有，较早的否定转换蕴涵着适于非包含的一个类似结果。注意，此时非 $-Q$ 满足 VAR^* 当且仅当 Q 满足。

推论（VAR^*）3　并非所有是唯一一个禁自反和似 - 连通的量词。

这里，似 - 连通性是比较级的下述基本性质：$\forall XYZ\ (QXY \rightarrow (QXZ \vee QZY))$。它等于非 $-Q$ 的传递性。

有了这些结果，仅由不同关系条件就可以展开更广泛的量词类的研究。

1.3.2　语义域

对经验数据的观察显示，某些关系的量词类型并不出现在自然语言之中。根据一个广泛接受的“语言学论域”倾向，Zwarts（1981）的论文包含了下述猜想：

（i）没有人类语言具有严格偏序限定词。

（ii）没有人类语言具有欧几里得限定词，其中，欧几里得性指的是条件 $\forall XYZ((QXY \wedge QXZ) \rightarrow QYZ)$。（这一限制对应的是模特逻辑中的 *S5*-公理 $\Diamond\Box p \rightarrow \Box p$。）

对于目前的情形，所研究的限定词都是量词表达式，这些断言都“太过真实”（too true）了。

定理 4　不存在非对称的量词，空量词除外。

证明： 定理 2 的证明的构造显示，只要 QAB 对于一个序对 A，B 成立，那么存在 A' 有 $A' \cap A = B \cap A$ 使得 QAA' 成立，$QA'A$ 也成立。但是，反对称性将排除所有对称的序对。 ■

更值得一提的是，不存在足道的严格偏序量词。此外，可以得到下述推论。

推论 4　除全称量词外，不存在强连通量词。

证明： 并非 $-Q$ 的反对称性逻辑等价于 Q 的强连通性。 ■

类似地，根据逻辑必然性，另一个给定的论域也成立。

定理（*VAR*）5　不存在欧几里得量词。

或许有人会反驳说所有并且仅仅（all and only）就是一个欧几里得量词，实际上那只是一个等价关系。问题在于它不是一个保守的限定词。

诸如上述的逻辑可能性结果不必解释成前述论域上的最后判定，即使对量词来说也是如此。原因在于它们说的一般公设和特殊关系条件的某种组合是不存在的。就其本身而论，它们或许也可以指导我们把对许多有意义的语言论域的研究推向对这些一般公设的重新思考。

这里的一般论题是逻辑（不）可能性与语言（不）可能性之间的关系。任意自然语言中都不能实现的量词具有逻辑可能性吗？或者说，对人类语言领域而言，旧的形而上学的完满原则（principle of plenitude）有效吗？每一个概念可能性都以某种方式在某时某地被实现？

我们将在 1.7 节中来对逻辑上可能的量词的基本公设进行研究。

另一个更为丰富的语义论域集合可以在 Barwise 和 Cooper（1981）的文章中找到。其中很多都不在我们此处的研究范围。处理单调行为的恰当的一些将在 1.4 节中考虑。在 1.3.3 节中，我们将首先看到以上对量词关系条件的研究，这也可以看成是极好的逻辑工作。

1.3.3　颠覆的亚里士多德

量词上早期的关系条件都是全称一阶句子，可以看成都表达了某种推理方式。为了把握其图景，我们来系统地看一下一些只包括一个量词 Q 的“纯粹”方式。

0 个前提：　$\dfrac{}{QAA}$（自反性）　　$\dfrac{}{QAB}$（全称性）

1 个前提：　$\dfrac{QAB}{QBA}$（对称性）　　$\dfrac{QAB}{QAA}$（拟自反性）

$\dfrac{QAA}{QAB}$（拟全称性）　　$\dfrac{QAB}{QBB}$　　$\dfrac{QAA}{QBA}$

2 个前提：　$\dfrac{QAB\ QBC}{QAC}$（传递性）等

此处以及此后，将主要关注所有形如“QAB”的命题的推理（比方说，析取式结论“$QAB \vee QCD$”就不再考虑了）。

共有一个“中项”的两个前提的第三种情形属于亚里士多德的三段论。除了传递性，还发现了下述有意思的推理方式：

$$\dfrac{QAB\ QBC}{QCA}\qquad \dfrac{QAB\ QCB}{QAC}\qquad \dfrac{QBA\ QBC}{QAC}$$

循环性　　　反欧性　　　欧性

亚里士多德所做的就是取一些特殊的常项 Q，然后看哪些方式对这些常项来说是有效的。这是从那时起的逻辑传统中的主导问题。然而，我们所做的却是一种反过来的行为，即给定一类推导方式，以确定实现这些方式的逻辑常项的范围。

这一激进的观点转变或许可以称为另外一种“哥白尼式革命”——这个时代对亚里士多德预设在逻辑本身内部进行深刻挑战。

前述诸节中已经以不系统的方式零散地给出了一些回答。就像已经看到的那

样，有一些传递量词，但没有欧几里得量词。此外，此前的证明方法产生了其他更多的答案。例如，不存在对称－自反或者对称－传递的量词。这里并不详尽介绍，而只列出一个代表性的例子。

定理（*VAR*）6 不存在循环的量词。

证明：由较前的论证类型，可以推出 Q 一定是准自反的，也是对称的。随后，可以证明对于所有的集合 X 和 Y 都有 QXY，这与 VAR 矛盾。 ■

其他类型逻辑问题还由 1.3.2 节给出。例如，所有作为唯一的自反－反对称或者说自反－传递（模 VAR^*）的量词引出了下述问题。一个逻辑常项在某个逻辑理论中的意义由其有效的推理方式的总和“全盘”给出。首先看其单纯的情况。例如，或许可以问，谓词逻辑的量词是否都由其有效的推理方式所决定。很明显，这一类问题还可以推广到其他的逻辑常项。

在定理 3 中，所有确实是由自反性和传递性（模 VAR^*）所确定。其对偶有的又怎样呢?

定理（*VAR）7** 有的是唯一既对称又准自反的量词。

证明：只要证明任意一个对称拟自反的量词一定是重叠关系就可以了。

首先，假设 $A\cap B\neq\varnothing$。由 VAR^*，存在 $X\subseteq A\cap B$ 使得 $Q\,(A\cap B)\,X$。那么 $Q\,(A\cap B)\,(A\cap B)$（拟自反性），$Q\,(A\cap B)\,A$（CONSERV），$QA\,(A\cap B)$（对称性）且由此有 QAB（CONSERV）。然后，假定 QAB。假设 $A\cap B=\varnothing$。那么 $QA\varnothing$（CONSERV），$Q\varnothing A$（对称性），$Q\varnothing\varnothing$（CONSERV）且由此对所有集合 C 都有 $Q\varnothing C$。因此，对于所有的集合 C 和 D，$Q\varnothing\,(C\cap D)$，$Q\,(C\cap D)\,\varnothing$（对称性），$Q\,(C\cap D)\,(C\cap D)$（拟自反性）及 QCD（如前）。但是 Q 的这一行为违背了 VAR，这就是所要找的矛盾。 ■

通过否定转换也有一个直接的推论。

推论（*VAR）5** 没有是唯一既对称又准自反的量词。

定理 3、定理 7、推论 3、推论 5 现在可以概括如下。给定 VAR^*，逻辑对当方阵完全由下述推理条件所确定：

所有：传递、自反
有的：对称、准自反
没有：对称、准全称
并非所有：似－连通、禁自反

移走条件 VAR^* 就会提供更多的量词。例如，将出现下述有意思的情形。

定理 8 有的（“至少一个”（at least one））使其有效的纯推理方式与至少

两个的是相同的。

证明：首先，假设某个 Q 推导在一个模型中被拒绝，其中 Q 是一个非空的交。那么这一模型可以膨胀成一个至少两个－反模型，只需添加新的个体 $e_{X,Y}$ 给 X 和 Y，当这两个集合有非空交的时候。

然后，如果某个 Q 推理在某个模型中被拒绝，其中 Q 是至少两个，那么单元素的集合交都被移走以得到一个有的－反模型，当然不改变关系方式。这一次的程序如下：如上，对于每一对 X 和 Y，$|X\cap Y|\geqslant 2$，添加新的 $e_{X,Y}$ 与 $e'_{X,Y}$ 给 X 和 Y。然后，只需删除所有旧的个体。 ■

这一证明方法容易扩展到证明有的与至少 n 个（*at least n*）（对于任意 $n=1$，2，3，…）具有相同的三段论推理理论。然而，该定理并没有回答一个明显的完全性问题。有的及其相关的完全的三段论理论是什么呢？

定理 9　对称性和准自反性构成了有的的完全的纯推理理论。

证明：两者当然都是有效的，反方向有点困难。假设 φ（Q）是关于 Q 的任意全称一阶句子，它从上述两条原理推不出来。由哥德尔完全性定理，φ 在某个对称的拟自反序中为假。如果这一点可以转换到 φ 的关系为集合之间的非空交的一个反例中，我们将完成任务。

首先，把所有（可能）单独的点压缩成一个点。这一压缩是一个所谓强同态，（至少）所有关于 Q 的全称一阶句子不变。然后，所得的模型可以表示成具有重叠关系的双元素（和单元素）集合，且

$$x \overset{F}{\longmapsto} \{\{x,y\} \mid Q\, xy\}$$

可以一步一步地验证，（1）F 是一一的，（2）F 保持 Q，（3）F 保持重叠。 ■

可以为一族量词至多 n 个（at most n）（$n=0$，1，2，…）得到类似的结论。

最后，还有另外一种视角来看逻辑常项。除了施加强的条件如 VAR*，也可以考虑各种量词同时出现的纲要图，从而增加其中所涉及的推理的数量（一个代数的类似做法在这里有助于理解。在纯粹的情形中，要为带有变元 Q 的方程组找到一个唯一的解；而在混合的情形中，则寻找形如（Q_1，Q_2）的联立的（simultaneous）解，等等）。这里引出真正的整体问题：谓词逻辑的（纯粹和混合的）有效推理是否刚好确定了通常的逻辑常项集？

对这样的问题的回答将是一种深刻的完全性定理。

1.4　单　调　性

本节中各种逻辑问题将围绕单调性的语义保持概念而引出。

1.4.1 关系条件和单调性

从下述观察开始。

定理（Zwarts）10 自反传递的量词具有单调性类型 $\downarrow MON\uparrow$。

证明： $\downarrow MON$：如果 QAB 且 $A'\subseteq A$，那么（如前）若 $QA'B$ 则 $QA'A$。

$MON\uparrow$：如果 QAB 且 $B\subseteq B'$，那么 QBB'，QAB'。 ■

反方向是不成立的。至多一个 A 不是 B（at most one A is not B）具有不传递的类型 $\uparrow MON\downarrow$。

类似地可以得到一个对偶的结论。

定理 11 禁自反的似－连通量词具有单调性类型 $\uparrow MON\downarrow$。

上述关系条件本身看不出和单调性有明显的联系。例如，自反的量词没有 A 或有的 A 是 B（there are no A or some A is B）不是 $\downarrow MON$。一个缺乏（任意一个方向的）左单调性的传递量词是有的 A 且所有 A 都是 B（there is some A and all A are B）。一个缺乏（任意一个方向的）右单调性的自反量词是所有或没有（all or no）。Barwise 和 Cooper（1981）猜想自然语言中所有"简单的"自反限定词在它们第七个语义论域中都具有性质 $MON\uparrow$。

与此相反，对称的量词更有价值。为了后面使用，注意下述简单的归约。

（i）QAB 当且仅当 $Q(A\cap B)(A\cap B)$；

（ii）Q 是 $\uparrow MON$（$\downarrow MON$）当且仅当它是 $MON\uparrow$（$MON\downarrow$）。

现在，单调性具有下述关系特征。

定理（Zwarts）12 一个对称的量词是向下单调的当且仅当它是准全称的，它是向上单调的当且仅当它是准自反的。

甚至在没有对称性的情况下，其中一些联系依然有效。这样，如 $MON\uparrow$ 蕴涵拟自反性。反方向的蕴涵在一般情况下并不为真（参见 1.4.3 节）。

对称性的重要性的一个例子来自语言学的语义学。它准确地把握了下述由希金博特姆提出的单调性概念。一个量词称为是概念的一个性质仅当 QAB 的有效性只依赖于 A 和 B 的交。形式上讲，QAB 当且仅当 QXY，只要 $X\cap Y=A\cap B$。

定理 13 概念的性质刚好就是对称的量词。

证明： 概念的性质很明显是对称的。反过来，前述关于对称量词的观察（i）蕴涵 QAB 当且仅当 $Q(A\cap B)(A\cap B)$ 当且仅当 $Q(X\cap Y)(X\cap Y)$ 当且仅当 QXY。 ■

对于由差 $A-B$ 所确定的量词的关系特征，其明显的对应问题还没有解决。

1.4.2 双重单调性

对逻辑学家来讲一个自然的问题是，语言学的语义学中所研究的各类量词如何与逻辑的形式语言中所定义的量词联系起来。本节给出的令人惊奇的联系将使我们可以为语言学上重要的一组量词进行一种完整的划分。

对当方阵中传统的一阶量词都是双重单调的；而高阶的量词如大多数或几乎没有却丧失了至少一半单调性。实际上，对很多实际例子的观察可以得到这样一个猜想：在带等词的一元谓词逻辑语言中，双重单调性蕴涵一阶可定义性。但是也有反例，如 $\downarrow MON\downarrow$ - 量词有穷多（finitely many）就不是一阶可定义的。事实的真相在于某种明智的限制之中。

定理 14 在有穷集合上，每一个双重单调量词都是一阶可定义的，而且是由 A，B，$=$ 中的单个纯全称或纯特称的一阶句子可定义的。

这里所说的可定义性的意义是说 Q_EAB 当且仅当对某个有关的一阶句子 φ 有 $\langle E,A,B\rangle\models\varphi$。

这一结论可以通过 1.5 节中有穷集合上量词的特殊表示来证明。这里我们给出一个独立的证明方法概要，它把定理的内容置于一个更为一般的逻辑观点之中。此外，下述论证的有些步骤也有着深刻的意义。

证明：论证通过各种对双重单调量词 Q 的明显观察而得以展开。

引理 1 K 对同构象封闭，且因此由 A，B，$=$ 中的某个一阶句子集（在有穷模型上）是可定义的。

这个结果并没有说得很多，因为用来定义的集合本来可能是无限的（例如，在这样一种情况下：K 由所有具有奇数个个体的有穷模型组成，排除了所有偶数情形）。因此，我们的工作还要做得更好一点。

首先，下面把问题归约到单个情形，运用恰当的否定可能会起作用。

引理 2 所有的双重单调性情形都可以归约到单个情形 $\downarrow MON\downarrow$。

现在，类型 $\downarrow MON\downarrow$ 有一族模型论保持性质。

引理 3 对于双重降单调性的量词，上述的类 K 对子模型构造封闭；且由此它被一个全称一阶句子的集合所定义。

这一次，普遍定义的得到比在引理　中还要简单。取描述 K 之外的有穷模型的原子图像的所有特称一阶句子的否定（本质上，前者描述的是四种相关个体类型的某种“极小内容”：A、B/A、非 B/非 A、B/非 A、非 B）。

一般来讲，这种方法得到的定义 K 的句子集合也可能本质上是无限集合。一

个例子就是排除了二元关系的所有有穷环的无限句子集合。一阶逻辑中没有有穷（包含）句子集合具有相同的效果（注意，环上各种禁令之间互不“依赖”，原因在于不会有有穷的环可以同构地嵌入到另外一个之中）。然而，目前的一元情形还是相当的简单，当然也有额外所得。

引理 4 在有穷模型上，任何一个可以被有穷字母表中的一元全称一阶句子的集合所定义的类都已经被一个单个这样的句子所定义。

证明的思想有点像图论中克鲁斯凯定理的证明。在定义集中的每一个公式都可以看成是对一些可能图解的排除①。对于我们的语言所能区分的一连串个体类型而言，这样被排除的图解不会出现。

很明显，这样会出现许多依赖关系。例如，排除极小内容 4，3，2，5 蕴涵了对 5，3，3，5 的排除。实际上，通过下述观察，所有这些依赖关系把图解上的限制集合归约到一个有穷的集合。

引理 5 每一个无限的（带有固定的有穷字母表的语言中的）一元模型集合都包含至少一对模型，其中一个可以嵌入到另外一个当中。

实际上，这可以用纯组合问题来表述。对于自然数的 k - 序列，设 $(n_1, \cdots, n_k) \leqslant (m_1, \cdots, m_k)$ 仅当 $n_1 \leqslant m_1, \cdots, n_k \leqslant m_k$。可以证明，任意一个无穷的 k - 序列集合都包含至少一个 $\leqslant$ - 不可比较的对“所有的反链都是有穷的”。

引理 4 中所要求的定义现在可以如下获得。由佐恩引理，排除的图解集有一个极大独立子集。根据引理 5，这一集合只能是有穷的。那么，只要让某个全称句子的合取排除后一个集合中的所有图解，包括 $\leqslant$ - 包含于它们之中的所有那些（也是有穷多的）被排除的图解。这与原来无限的条件集合具有一样的效果。此外，相关的全称句子的合取逻辑上等值于一个单个的全称句子。

这就完成了定理 14 的证明，所要求的适于情形 $\downarrow MON \downarrow$ 的全称定义已经被证明是存在的；其他各种情形将由引理 2 推出。注意，$\uparrow MON \uparrow$ 和 $\uparrow MON \downarrow$ 将如何给出特称定义。 ■

决定了它们在逻辑词项中的位置，我们现在就可以对所有的双重单调量词进行实际的划分。

定理 15 每一个 $\downarrow MON \downarrow$ 量词都（在有穷集合上）逻辑等值于类型为如下类型语句的合取：每一个 n 中至多 k 个 A 是 B（at most k out of every n A are B）

---

① 这是因为每一个全称公式都可以写成与之等价的存在公式。例如，$\forall x\ (Px \vee Qx)$ 说的是 $\neg \exists x\ (\neg Px \wedge \neg Qx)$ ——译者注。

$(k \leqslant n)$。

这一类型的一个等价表述是“存在至多 $n-1$ 个 A，或者至多 k 个 A 是 B”(there are at most $n-1$ A, or at most k A are B)①。两个特例以更为优美的名字为人所知。

(i) $n=1$, $k=0$：没有 A 是 B (no A is B)。

(ii) $n=k+1$：至多 k 个 A 是 B (at most k A are B)。

许多这些量词都将被本节没有假设的、较前的限制 VAR 或 VAR* 所排除。

证明（概要）：当考虑句法时，在全称公式之上，存在保持 CONSERV（包括相对于 A 的）以及向下的单调性（不管 B 的负出现）的形式。■

这一逻辑划分的一个应用是确实需要实现双重单调量词的所有可能的基本类型。一个更为具体的应用关注的是 1.3 节中的关系条件。例如，自反传递的量词已相当突出，现在我们可以在有穷模型上来划分它们。它们的单调性类型是 $\downarrow MON\uparrow$（定理 1），由上述理由，包含了类型为每一个 n 中至多 k 个 A 是 B (at most k out of every n A are not B) 的所有合取。这些只在 $k=0$ 时为传递的。而且实际上我们可以（运用 1.3 节中定理 2 所进行的独立推导来验证）得出结论，在有穷集合上，自反传递的量词都可以定义成每一个 n 中至多 0 个 A 不是 B (at most 0 out of every n A are not B) 即存在至多 $n-1$ 个 A 或者所有的 A 都是 B (there exist at most $n-1$ A, or all A are B) 的量词的合取。$n=1$ 的情形产生出主要的例子所有。

另外一个例子事关 1.3 节定理 8 中出现的有的这一族量词。这一量词具有单调性类型 $\uparrow MON\uparrow$，由类型存在至少 n 个 A 其中 $k+1$ 个都是 B (there are at least n A, $k+1$ of which are B) 的所有析取所定义。这个集合中的特征量词依然刚好是较前所研究的至少 k 个 (at least k)$(k \geqslant 1)$。

1.4.3　连续性

单调性是一个强的条件，其对任意逻辑常项的有效性是有争议的。即便如此，对合理的量词，我们仍希望有某种“稳定的”行为。由此，下述的连续性概念是有意思的。

CONT。对于所有的 E 且 A, B, B_1, $B_2 \subseteq E$ 使得 $B_1 \subseteq B \subseteq B_2$,

$$Q_E AB_1 \text{ 且 } Q_E AB_2 \text{ 蕴涵 } Q_E AB。$$

例如，一阶量词如恰有一个 (precisely one) 不是单调的，但它在这种意义上是

① 此处第二个 A 原文缺失——译者注。

连续的。当然，所有右单调的量词（如所有，有的，大多数）都自动地连续。实际上，泰西已经观察到，一个量词是连续的当且仅当它是一个向下右单调量词和一个向上右单调量词的合取。（这一断言的唯一足道的方向由恰有一个所例示，这可以写成至多一个（at most one）（$MON\downarrow$）和至少一个（$MON\uparrow$）的合取。）

连续性拥有很多令人满意的效果。例如（参考 1.4.1 节），在有连续性的情况下，向上右单调性变成和拟自反性等价。在 1.7 节中，*CONT* 将作为量词上的一般限制而被研究。这与 Barwise 和 Cooper（1981）的观点保持一致，那里提出的第六个语义论域说的是自然语言所有基本限定词都是（右）单调的或者是单调限定词的合取，即所有基本的限定词都是连续的。

在一族较大的连续性限制中，这一条件是唯一的。例如，也可以考虑上述形式的“向左版本”，形式为左连续性。

对于所有的 E 及 A，B，B_1，$B_2 \subseteq E$ 使得 $B_1 \subseteq B \subseteq B_2$，

$$Q_E B_1 A \text{ 和 } Q_E B_2 A \text{ 蕴涵 } Q_E BA$$

这比左单调性要弱。它还是排除了二阶量词如大多数，置 $B_1 = \{1\}$，$B = \{1, 2\}$，$B_2 = \{1, 2, 3\}$ 以及 $A = \{1, 3\}$，可以得到一个反例。这一观察背后的原因在后面的定理 2 中可以找到。

一个更强的复合概念是双重连续性：

对于所有的 E 及 A，A_1，A_2，B，B_1，$B_2 \subseteq E$ 使得 $A_1 \subseteq A \subseteq A_2$，$B_1 \subseteq B \subseteq B_2$，

$$Q_E A_1 B_1 \text{ 和 } Q_E A_2 B_2 \text{ 蕴涵 } Q_E AB$$

恰有一个是双重连续的，双重单调量词有的和没有也是。但是，其他基本一阶量词所有和并非所有却通不过这一测试。

给定了单调性和连续性之间的一致，可能会引出和 1.4.1 节、1.4.2 节中一样的问题。值得注意的是，连续性和一阶可定义性之间的联系是什么呢？1.5 节中会有一些回答。

1.4.4　滤子和理想

连续性是单调性的一个较弱的变异。文献中也有一些较强的变异。在引论 1.1 节中，已经提到了甚至可以产生滤子和理想的限定词。一些关于这些较强要求的事实就是 1.4 节的最后的主题，用来证明前述研究如何应用到更为丰富的数学结构。注意力将集中在有穷集合。

一个量词 Q 是交叉的，是说对于所有的 E，A，$B \subseteq E$，使得 $Q_E AB$ 和 $Q_E AC$ 蕴涵 $Q_E A(B \cap C)$。这一条件具有非常值得注意的作用。

引理 6　如果 Q 是交叉的（intersective），那么 QAB，仅当 $A \subseteq B$ 或者对于所

有 $C\subseteq B$ 有 QAC。

证明：假设 QAB 但并非 $A\subseteq B$。我们通过证明 QAC 如何对于 C 成立来证明对于所有 $C\subseteq B$ 都有 QAC，其中 C 的基数从始至终逐次减 1。如果 B 是空的，那么没有什么需要证明。否则，令 $e\in A-B$ 且 $e'\in B$。只需交换 e 和 e' 就可以证明 QAB'，其中 $B'=(B\cup\{e\})-\{e'\}$（由 QUANT）。所以，QA（$B\cap B'$），而且后一个集合等于 B 减去 e'。■

运用这一结果，（右）过滤量词可以得到划分（即右向上单调的交叉量词）。然而，这一论证依赖于 VAR^*，并且有一个（小的）附带条件。

定理（VAR^*）16　在非空集合上，唯一的过滤量词是所有。

证明：很明显，所有（all）是过滤的。反过来，假设 Q 是过滤的。首先，如果 $A\subseteq B$，那么由于对于某个 C 有 QAC（VAR^*），可以推出 QA（$C\cap A$）（CONSERV），QAA（$MON\uparrow$）和 QAB（CONSERV）。然后，如果 QAB，那么由引理 6，或者 $A\subseteq B$（我们已经做到了）或者对于所有的 $C\subseteq B$ 有 QAC：$QA\varnothing$且因此对于所有的 C，有 QAC（$MON\uparrow$），这与 VAR* 矛盾。■

类似地，可以研究（任意一边的）理想的出现。一个例子是（左）理想化的量词，把并联的（being uniting）和 $\downarrow MON$ 复合起来。对于所有的 E 且 A，B，$C\subseteq E$，Q_EAC 和 Q_EBC 蕴涵 Q_E（$A\cup B$）C。我们陈述两条没有给出证明的类似结果。

引理 7　如果 Q 是并联的，那么 QAB 仅当 $A\subseteq B$ 或 $A\cap B=\varnothing$，或者对于所有的 $C\supseteq A$ 都有 QCB。

定理（VAR^*）17　在非空集合上，仅有的理想化量词是所有和没有。

相关的组合论证都更为复杂一点，但是和本文中大多数论证一样还是初等的。

这些结果可以看成是量词 Q（如所有或没有）的特征，只是这一次是和包含了新加的联结词∧和∨的“混合”推导有关。例如，Q 是过滤的当且仅当它使下述方式有效：

$$\frac{QA(B\cap C)}{QAB},\quad \frac{QAB \qquad QAC}{QA(B\cap C)}$$

对这类推理理论按照 1.3.3 节的精神所进行的进一步研究这里将不再深入下去。

1.5　数　之　树

对有穷模型来说，一种很方便的研究量词上的条件的语义效果的方法是运用

如下的几何表示。正如1.2节中提到的，一个量词 Q 的行为可概括为一个序对（a，b），其中 $a=|A-B|$，$b=|A\cap B|$，并且 $Q\ AB$。因此，所有有穷情况都可以排列到下面的树中：

$a+b=0$　　　　　　0,0

1　　　　　1,0　　　0,1

2　　　　2,0　　1,1　　0,2

3　　3,0　　2,1　　1,2　　0,3

⋮　　　　　等等

这样一来，量词就可以刻画为此树的子集。

单调性或连续性等条件便将各种几何性质加于这些被表达的量词 Q 上。例如，利用QUANT可以展示这一点。

（1）$MON\uparrow$ 确切地表达了这样的意思：如果这棵树上的一个点属于 Q，那么它右边的所有点都在同一行中。

（2）$MON\downarrow$ 表达的是类似于上一条的原则，但方向是向左的。

（3）$\uparrow MON$ 表达的是，如果一个点属于 Q，那么以此点为根而生成的向下的三角形上所有的点都属于 Q（也就是说，向左和右增加后继点）。

（4）$\downarrow MON$ 类似于上一条的原则，但方向是向上的。

很简单，画一画就可以说明这一点。类似地，连续性约束就成为量词集合的凸面性。

（5）左连续性相应于这棵树的自然几何中的凸面性：如果(a,b)，$(c,d)\in Q$，其中 $a\leqslant e\leqslant c$ 以及 b 的基数 $\leqslant f\leqslant d$，那么（e，f）$\in Q$。

在图1-3中，点（e，f）形成一个菱形，它以（a，b），（c，d）为顶点，各边平行于树中的那些边。

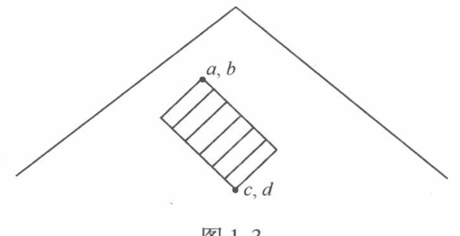


图1-3

通过例证的方式，上述观察（5）有一个证明。

证明：假设左连续性。如果（a，b），（c，d）$\in Q$，$a\leqslant c$，$b\leqslant d$，那么

（1）Q $\{1,\ \cdots,\ a,\ -1,\ \cdots,\ -b\}\{-1,\ \cdots,\ -b\}$，

(2) $Q\{1, \cdots, c, -1, \cdots, -d\}\{-1, \cdots, -d\}$。

根据 CONSERV，有：

(1)′$Q\{1, \cdots, a, -1, \cdots, -b\}\{-1, \cdots, -b, \cdots, -d\}$。

根据左连续性，由（2）和（1）′，得到。

(3) $Q\{1, \cdots, e, -1, \cdots, -f\}\{-1, \cdots, -d\}$。

（利用如下事实：$a \leqslant e \leqslant c$，$b \leqslant f \leqslant d$。）再根据 CONSERV，有

(4) $Q\{1, \cdots, e, -1, \cdots, -f\}\{(-1, \cdots, -f\}$：即，$(e, f) \in Q$。

接下来，来看凸面性。如果 QAB 并且 QCB，$A \subseteq D \subseteq C$，那么集合 $|A-B|=a$，$|A \cap B|=b$，$|C-B|=c$，$|C \cap B|=d$，$|D-B|=e$，并且 $|D \cap B|=f$。显然，$a \leqslant e \leqslant c$，并且 $b \leqslant f \leqslant d$，因此 $(e, f) \in Q$，也就是说，QDB。 ■

作为数之树的应用，我们再考虑一下单调性和一阶可判定性之间的关联。（这些应用是由达赫·维斯特斯塔尔发现）

定理 18　在有穷集合上，所有左单调量词都是一阶可定义的。

证明： 强化 1.4 节中定理 14，得到图 1-4 的几何解释。首先，来考虑 ↑*MON*（“持续”）量词。每个点生成一个向下的三角形，并且，整个量词必然是这种三角形的有穷合取。

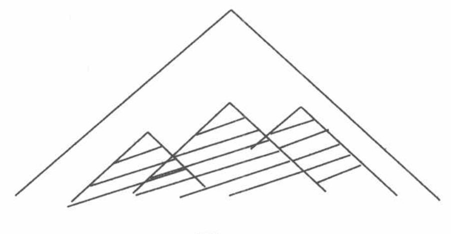


图 1-4

从这个量词内的任意三角形开始，沿着整个树的两个边仅有有穷多步。显然，任一这种模式都是一阶可判定的。

对于量词 ↓*MON*，要注意其否定是量词 ↑*MON*。 ■

这个结论对于右单调性不成立，可以参见二阶量词大多数，它是 *MON*↑ 的。因此，在某种意义上，左单调性是更强的概念。按照 CONSERV，这又是左侧主目的特殊角色的一个表征。不过这两种单调性仍然是独立的。例如，有的但不是所有（some but not all）是 ↑*MON* 的，而不是右单调的。（也可以反驳 Barwise 和 Cooper（1981）提出的第八语义全称命题，说的是对所有自然语言限定词，持续性蕴涵单调性。）

下面给出 1.4.2 节主要结论的一个推论。

推论 6　在有穷集合上，所有双单调的量词都是一阶可判定的。

通过检验，让我们来看树中 ↓*MON*↓ 量词的形状。这些都对“向上的树”（↓*MON*）封闭，同样也对“左边”（*MON*↓）封闭。也就是说，典型地，这个量词中的每个点（a，b）构成梯形（a，b），（$a+b$，0），（0，0），（0，b）。

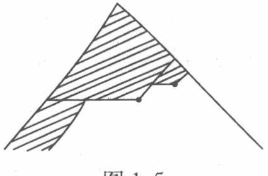


图 1-5

通过对满足闭包性质的可能形状的几何验证，可以发现这种梯形的有穷合并，沿着树的左边，可能有一个无穷支。任意一个这种模式都可看做是具有类型：

（1）一个无穷支（*至多 k 个 A 是 B*（at most kA are B））；

（2）一个顶部三角形（*存在至多 n 个 A*（there are at most n A））

的区域的合并的一个交集。这恰好确证了 1.4 节中定理 15 中 ↓*MON*↓ 的分类。

运用同样的形式方法将得到一个比定理 18 更强的结论（恰为本文前面版本的一个推测，由维斯特斯塔尔所证明）。

定理 19　*在有穷集合上，所有左连续的量词都是一阶可判定的。*

发明这个树的最初目的将在下一节中给出。

应当注意的是，还有其他量词表达法。例如，也可从算术角度来看数之树。在处理可加性等性质时，则优先选择后一视角“（a，b）$\in Q$，（a'，b'）$\in Q$ 蕴涵（$a+a'$，$b+b'$）$\in Q$”。所有、有些、没有、并非所有都是附加的，大多数和至少也是。这种类型的量词分类问题也就成为：这种可加封闭的（或相似的数学意义上“线序的”）集合在语法上是否也是可判定的，利用 a 和 b 之间的恰当多项式关系（即在“线序性”的另一种众所周知的数学意义上）。但我们这里并不采用这种算术观点。

作为算术视角的最后一个话题，这里有两个结论，回答的是 Keenan 和 Stavi（1981）（他们研究了所有自然语言限定词的范围）关心的两个主要问题。我们现在将注意力集中在某个固定的有穷集合 E，其基数为 n。那么 E 上有多少个量词关系呢？

E 上的广义量词关系的总数是 E 的子集构成的所有序对的数量；即 2^{4^n}。Keenan 和 Stavi（1982）给出了精致的论证，从而证明了保守性约束可将其归约为 2^{3^n}。这里给出一个简单的证明。

解决计数问题取决于找到正确的角度。考虑序对（X，Y），X，$Y\subseteq E$，是从 E 到真值序对是/否（在 X 中），是/否（在 Y 中）的函数。这就说明了 4^n。而根据它们的序对（X，Y），$Y\subseteq X$，保守的广义量词完全是确定的，这很容易构建起

来。因此，这一次，真值复合式"否/是"就不出现了。也就说明了那个 3。

为了量值，QUANT 的子序列的增加会得到一个实归约。数之树告诉我们 E 上的量词恰好是 $\{(a, b) \mid a+b \leqslant n\}$ 的子集。后一个集合的基数为 $(n+1)(n+2)/2$。

定理 20　在带有 n 个个体的一个有穷集合上，存在 $2^{(n+1)(n+2)/2}$ 个量词。

如果增加新的公设，就会得到进一步的归约，如下面 1.7 节中的那些。举例来看，(向上的右) 单调量词的数目仅为 $(n+2)!$，正如从树上可以看到的那样。

另一个直接观察是关于这些量词集合结构的。显然，E 的每个量词能够定义为单元集 $\{(a, b)\}$ 的并集。这样，就可以简化本文前面给出的一个非常复杂的枚举结论。

定理 21　在一个 n 个个体的有穷集合上，所有量词是由如下基础量词使用布尔算子生成的：n 个 A 中恰有 k 个是 B (precisely k of the n A are B)。

1.6　逻辑可定义性

前面的章节主要是关于现有语义学之外的概念 (关系条件，单调性) 的。时不时也会出现一个较为传统的逻辑问题。也就是说，由一元一阶逻辑向上，这里研究的量词是如何与通常逻辑语言中的那些可表达的量词相关联？另外，按照现在的考虑，后者是否会引起的新问题？

首先来看最简单的情况，一阶可定义量词类较 1.4 节中只是单调的量词要宽泛一些。正如 1.4.3 节中提到的，恰有一个是非单调的，但却是一阶可定义的。让我们再来问一下与后面的类相关的前面的那些问题。

第一个目标是找到有穷模型上一阶可定义量词的语义刻画。在模型论中，对一般情形来说，根据同构像和超积，可由凯斯乐 - 沙拉刻画给出。但是，后者的构造在有穷情况下没有意义。不过也有弗雷斯一前一后刻画，能够涵盖有穷情形。对于一元谓词语言，不计固定阈值 (threshold) 的话，这假定了对相似模型不变的简单形式。更准确地说，置

$$X \sim_n Y \text{ 仅当或者 } |X| = |Y| = k < n \text{ 或者 } |X|, |Y| \geqslant n。$$

根据外延，集合 $\langle E, A, B\rangle \sim_n \langle E', A', B'\rangle$，仅当相干的四个一元空位 (slot) 与其对偶部分具有 $\sim_n$ 关系。相关刻画则成为：

定理 22　在有穷模型上，一个量词 Q 是一阶可定义的，当且仅当，对于某

些确定的 n

$$\langle E, A, B\rangle \sim_n \langle E', A', B'\rangle \text{ 蕴涵 } Q_E AB \text{ 当且仅当 } Q_{E'} A'B'。$$

由于严格约束的出现，这个结论仍然不够完善。我们更希望看到对有穷模型上的一阶闭包算子的更全局的刻画。

在任一情形中，数之树给出的是以语义方式来观察一阶量词的刻画行为。利用前面的定理，在最初的短语“狂飙运动”（Sturm und Drang）之后，达到成熟水平，也就是说，达到了 $a+b=2n$，使得

（1）(n, n) 处的真值决定其生成的向下的三角形的真值。

（2）$(n+k, n-k)$ 处的所有真值决定其向下的左线（与边平行）的真值。

（3）$(n-k, n+k)$ 处的所有真值决定其向下的右线的真值。

这样，在有穷集合上，一阶量词本质上只是凸面的有穷并（因此是左连续的）量词。这是 1.5 节中定理 19 的逆。

第二个主要目标也是为了进行确切分类。通过前面给出的带等词的一元一阶逻辑的刻画可以得到答案。

定理 23 所有一阶可定义的量词都逻辑地等价于类型至多 k（非）A（不）是 B（at most k（non－）A are（not）B）以及存在至多 k 个（非）A（there are at most k（non－）A）的布尔复合。

这种复合可以转换为各种不同的范式，包括像至少 n 个和至多 m 个 A 是 B（at least n and at most n A are B）（$n \leqslant m$）这样的典型数字断定词。因此，一元一阶逻辑只是在对当方阵的简单量词中增加了一些簿记装置。

最后，给出几个在研究量词过程中想到的比较传统的逻辑性质的问题。

上述语义概念（$\sim_n$ 不变）与其句法对应（一阶可定义性）之间的“对偶性”是典型的逻辑模型论。由前面部分产生的这种特定类型的问题有很多。下面是两个例子。

（1）找到刻画一阶语句的保守性的保持性结论。

明显的推论是 $\varphi(A, B)$ 在 A 中是保守的，当且仅当，φ 逻辑等价于某些带有所有 A 限制量词的语句。法因已经发现，这个结论确实可以从 Feferman（1969）的论文中得出。

（2）找到一阶语句单调性的保持性结论。

这一次，明显的推论是这样的：$\varphi(A, B)$ 在 A 中是向下单调的，当且仅当，φ 逻辑等价于某些语句，其中 A 的唯一原子出现（通常的句法意义上）“否定的”。法因也已经表明，这可由林登版的内插定理，通过一个简单的推演而得到。

另一类问题由巴威斯提出。但并非研究可定义性，而是要考虑如果在一阶语言中增加某种特定的广义量词，将会发生什么。例如，让我们把 Q 增加到形如 $Qxy.\varphi(x), \psi(y)$ 的断定中，即形成 $Q\lambda x.\varphi(x), \lambda y\varphi(y)$。如此形成的浓缩语言的逻辑是怎样的呢？很明显，一阶逻辑仍然有效，能在这种语言中得到表达的任一条件也保持有效。那么是否存在附加的“混合”原则呢？对于 Q 为单调（$MON\uparrow$）的情形，巴威斯已经证明没有新的混合原则。这里给出关键概念的一个类似结论，但并不给出证明。

定理 24　附加了保守广义量词的谓词逻辑有其普遍有效的原则，这些原则可由一般谓词逻辑公理、推理规则以及保守公理进行公理化。

或许令人吃惊地是，其他基本限制的情形并没有如此清晰。

（3）找到带有一个附加的量化广义量词的谓词逻辑的完全性结论；找到带有一个附加的保守广义量词的谓词逻辑的完全性结论。

所有这些问题实际上也都是传统问题。从广义量词的角度来看，作为自然语言的恰当反映，不妨尝试将其推向极端。

问题 4　能否用更加有启发的方式，直接利用广义量词框架，得到保持性和完全性理论（所有逻辑模型论）？

将一个逻辑理论建立在语句的优先语言分析基础上，是有意义的。否则，就构成对这一希望的一个形式反驳。离开熟知的一阶量词域，便来到复杂的高阶量词域。下一节我们给出一些特殊原则，使我们分离出几个合理的具有清晰语义动机的类型。

1.7　关于量词的更多直观知识

由 1.2 节的三个公设 QUANT、CONSERV 和 VAR（VAR^*），挑选出了非常重要但种类不同的广义量词类。包括许多普遍的一阶量词，也包括一些相当人为的二阶量词。实际上，关于量词（或一般意义上的逻辑常项）还有更多不同的直觉，可以给我们一些启发。将证明的是，附加的那些公设给我们画出了一条界线，可以证明我们对于某些高阶量词如*大多数*、*至少*等的感觉是很自然的，而其他大部分都排除在语言语义之外。

连续性　一个持续的观点是在基本量词的语义行为中，应该存在一个特定的稳定性。1.4.3 节中各种连续性概念把握了我们想要的这一现象的几种形式。

最单纯、也是最吸引人的表述当然是右侧的形式：

$$QAB, QAC, B \subseteq D \subseteq C \text{ 蕴涵 } QAD。$$

在数的树中，这就意味着，在不中断的延伸过程中，量词与水平行相交。但是，按照这种方式来看，这一原则偏向于与前述直观不相似的量词关系的出现，对称地处理缺乏（absence）。这样，下面要求缺乏的连续性显然同样是合理的：

$$\neg QAB, \neg QAC, B \subseteq D \subseteq C \text{ 蕴涵 } \neg QAD。$$

综上所述，这些原则相当于（向上的或向下的）*右单调性*。这个公设也因此记为 *CONT*。

连通性　在垂直方向，我们也希望看到量词穿越水平行的正规行为。特别是在毗连的横行之间应当有一些稳定的过渡。这蕴涵着死锁消除的情形。如果 QAB 成立，并且对 A 增加一个新个体，那么，至少两种情况（扩张 $A-B$ 或者扩张 $A \cap B$）之一对 Q 也为真，同样对 Q 的假也是一样。根据数的树，如果 $(a, b) \in Q$，那么 $(a+1, b) \in Q$ 或者 $(a, b+1) \in Q$；如果 $(a, b) \notin Q$，那么 $(a+1, b) \notin Q$ 或者 $(a, b+1) \notin Q$。这一公设记为 *PLUS*。

现在我们来考虑最深奥但同时或许也是最基本的我们关于逻辑常项的各种直觉。

统一性　连通思想与一个相关的直觉混杂在一起，即基本量词应当有“统一的”行为。可以说，没有基数序对 (a, b) 将是特殊的。

可以通过把一个量词等同于一个为基数序对指派真值的（递归的）*程序*等同起来的动态方式来补充这个思想。但从数之树的角度看，我们选择的仍然是一个更为静止的表述。

前面在某些“情境”中增加一个个体可以看做是一个典型的测试量词行为的*思想实验*。由任意的一个 (a, b) 开始（Q 为真或假：分别由 + 和 - 来显示），标注出 $(a+1, b)$ 和 $(a, b+1)$ 的真值。在这一实验中，共有八种可能的真值模式——其中 PLUS 排除两种，即 $\overset{+}{-\ \ -}$ 以及 $\overset{-}{+\ \ +}$。这样可以得出如下统一性的直接公设：

对于两个真值，添加实验总是具有相同的结果。

这样，无论我们在哪里进行测验都不成问题：Q 将“始终如一地”的发挥作用。这一公设称为 UNIF。

由此，三个添加的公设已经从我们关于量词的所需要的“正规性”的直观思想提取出来。结合 1.2 节所讲的直观思想，哪些量词（如果有的话）会剩下呢？

定理 25　在有穷集合上，既满足 CONT、PLUS、UNIF 又满足 QUANT、CONSERV 和 VAR 的仅有的广义量词是*所有*、*有的*、*没有*和*并非所有*。

另外，也可得到旧的对当方阵。

证明： 首先，这 4 个量词满足所有 6 种限制。反过来，考虑数之树。根据这 6 种限制，哪些模式允许真值 + 和 − ?

在顶点的或者是 + 或者是 − 。

接下来一行是（$a+b=1$），很多种可能性出现，因此我们区分出一些不同的情形。情形 1：+ 在顶点。根据 PLUS，下一行将是 + +，+ − 或 − +。其中第一种组合可由 VAR 和 *UNIF* 排除，因为它会生成一个全部由 + 组成的树。第二种可能性是情形 1.1：顶点是 $\overset{+}{+\ -}$。根据 UNIF，第三行也是由 + − 开始。但是这样一来，根据 CONT，其最后的条目必为 − 。再根据 UNIF，这个模式可以向下扩展，形成量词没有。情形 1.2：顶点为 $\overset{+}{-\ +}$。类似地，形成量词所有。情形 2：− 在顶端。这里也有三种情况，由 VAR 可以排除其中一个。余下的情况 2.1：顶端是 $\overset{-}{+\ -}$，（通过前面论证的一个翻版）产生量词并非所有，最后来看情形 2.2：$\overset{-}{-\ +}$ 在顶端，形成量词有的。 ■

这种组合论证是相当灵活的，得出了很多结论。例如，没有 CONT 时，可容许的量词类仅包括这样一些额外的类型：①偶数个 *A* 是 *B*（an even number of *A* are *B*），②奇数个 *A* 是 *B*（an odd number of *A* are *B*），③除了偶数个 *A* 外都是 *B*（all but an even number of *A* are *B*），④除了奇数个 *A* 外都是 *B*（all but an odd number of *A* are *B*）。另一个观察是，即使对于最初意义上的右连续性，这个定理仍保持有效。（在这些情形的一些中，将必须也考虑树的第 4 行。）

给定小范围的量词保持不变，对统一性直观的重新检验变得很有意思。或许强加的统一性应当放宽，以便接受思想实验的不同结果。那么，所要的正规性会在哪些地方出现呢?

让我们来做这个实验，首先仅增加 a，注意结果，然后仅增加 b，最后为两者都增加一个单位，这样保持了原来的平衡。即使前两个不同的测验可采取不同的模式，但至少要求最终测试的结果的单一性（unicity）：附加实验的每个真值模式确定组合运动的唯一结果。

不过我们的统一性思想比这走的更远。如前所述，实验发生的特定位置（a，b）是非实质性的，因此我们也要求如下意义的再现：如果组合的附加实验保持最初的真值，那么它在新位置再现自身。这是第三个公设的新形式，我们称之为 UNIF*。下面的定理叙述的是其作用。

定理 26　在有穷集合上，既满足 QUANT、CONSERV、VAR 又满足 CONT、PLUS 和 UNIF* 的广义量词只包括所有、有的、没有、并非所有，以及大多数、并非大多数、最少和并非最少。

证明： 这 8 个量词都满足上述 6 种要求。反过来，在数的树上检验其可能性，通过画三个图，一个程序很容易被看出来。如前，顶端会有 + 或 -。通过示例，我们来考虑第一种情形。根据 PLUS，第二行是 + +、+ - 或 - +。不过根据 VAR，其中第一个仍可以被排除。我们来看第二种情形。仍然是根据 PLUS 和 CONT，第三行只能是 + + - 或 + - - -。在这种情况下，修订了的统一性条件就起作用。有了前面第三行，第一个组合实验就是恢复（$+ \,{}^{+}_{+}\, -$），因为它将重复自身。随后，其他两个恢复的模式也在恰当的位置出现，即（$+ \,{}^{+}_{+}\, +$）和（$+ \,{}^{-}_{-}\, -$）。利用 UNIF* 和 CONT，可以看到这个量词变成了*并非大多数*。依据后者第三行，第一个实验（${}_{+}{}^{+}{}_{-}$）就有了结果 -，由结果的单一性，这一现象将向下扩展。这样，再利用 UNIF*，结合 *CONT*，量词成为*没有*。剩下来的情形就完全类似了，顶端的三角形是 ${}_{-}{}^{+}{}_{+}$，产生量词*至少*和*所有*，而负的顶端以完全对称的方式生成了余下的四个量词。 ■

这样，可以发现“相当多的”高阶量词处于与基本一阶量词同样的境地中。

另外，这类推理灵活可变，足够给出其他一些启示。例如，先不考虑 CONT，仍然会产生一个递归可枚举的可容许的量词类。

显然，统一性直观并没有得到一个最终清晰的表述。显然，统一性概念有一个相当完整的谱系，而不难想象，这可以在“统一度”中形成一个累积的量词层次。

由上述对直观思想的系统考察，希望能增加我们对量词性质，实际上是对一般逻辑常项的理解。

1.8 更多的方向

本文的总体目标是说明了逻辑中各种新的论题，这些论题起因于语言学的语义学中的广义量词视角。不过，这里处理的实际问题绝没有穷尽这一事业的发展潜力——现在给出进一步研究的几点建议。

在所给量词直观思想的界限中（1.2 节），本文提出了许多问题。有 1.3.3 节的“逆转（inverse）逻辑”，1.4.1 节中的关系条件/单调性连通，或者如 1.6 节中的完全性理论。另一个开放的领域是把当前理论扩展到无穷基数的问题。

但如果给定的直观思想出现问题，就会发现各种有趣的选择。首先允许 $Q_E AB$ 紧密地依赖 E 可以解决语境 E 的独立性。但事实上，改良的最明显的对象是 QUANT。在这种情形下，可能进行更多革命性的变化。例如，去掉个体的不可分辨性。有各种方法可以来达到这一点。例如，引入个体之间的某个关系谱

系，或通过某种对个体指派权量的概率方式。对于视为可能世界集之上的广义量词的条件句的特殊情形，van Benthem（1984）考察了这些方法。

当考虑到部分限定词如这个 *A*（the *A*）或两个（both *A*）的时候，会用到广义量词的一个全新观点。从语言学角度看，这个扩展是祈使的；从逻辑学角度看，可能需要一个“多值关系”理论。

本文的目标并没有辩护下述观点：广义量词视角是对量词进行逻辑研究的唯一“最好的”的方法。实际上，有些重要的现象，如量词的迭代，从这个观点来看其技术上的处理并不方便。例如，1. 3. 3 节中仅考虑了非迭代的推理；出于同样的原因，几种有趣的互动现象如量词序列中的依赖性和可能转换，就没在本文的考虑范围。

参 考 文 献

Barwise J，Cooper R. 1981. Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics and Philosophy*，4：159 ~ 219

Feferman S. 1969. Persistent and invariant formulas for outer extensions. *Compositio Mathematica*，28：29 ~ 52

Keenan E，Stavi Y. 1982. *A Semantic Characterization of Natural Language Determiners*. preprint. Los Angeles，Cal：Linguistics Department，University of California at Los Angeles

Mostowski A. 1957. On a generalization of quantifiers. *Fundamenta Mathematicae*，44：12 ~ 36

van Benthem J. 1984. Foundations of conditional logic. *Journal of Philosophical Logic*，13：303 ~ 349

Zwarts F. 1981. Negatief polaire Uitdrukkingen. I. *Glot*，4：35 ~ 132

2 语义自动机*

马明辉/译　刘新文/校

2.1 导　　论

在现代语义学中，一种有吸引力但绝不是核心的想法一直认为，语言表达式指谓在语言的模型中进行特定"过程"。例如，命题联结词的真值表可以看做找到真值的计算说明。另一个例子是 Suppes（1982）提出的建议，把特定的形容词与过程联系起来，这些过程用来以某种基本的比较次序确定个体的位置。最后，在更为计算机方向的背景下，把自然语言翻译到程序语言的频繁建议也是合适的。这篇文章的目的，乃是通过限定词，或者更特别地通过量词表达式（"所有"、"有的"、"十"、"大多数"等），把这种视角应用于表达式的其他语言范畴。

为了使量词与过程联系起来，我们会使用所谓的"广义量词"视角。这里，一个量词指一个函子 $Q_E XY$，对每个域 E，指派域的子集之间的一种二元关系。（比较 van Benthem（1984c）的说明以及其论文中使用的某种逻辑理论的发展）从过程的观点看，当 E 中根据与 X 和 Y 的（不）属于关系标出的个体的某个列举被赋予量词时，必须确定给出哪个真值。同样，量词必须识别一种 4－符号字母表中（就好像有四种不同的 X、Y－行为类型）可认序列的"语言"。但是，我们已经达到一种非常熟悉的视角，即通常的数学语言和自动机理论的视角。

这种观察被证明不只是一种纯形式视角的诡计。我们会发现令人吃惊的联系。特别是乔姆斯基层级出现，从而制造了著名的语义含义，既有粗结构中的语义含义，也有微细结构中的语义含义。例如，"正则"／"上下文无关"边界线

---

* Semantic Automata. In：de Jongh D. et al. *Studies in the Theory of Generalized Quantifiers and Discourse Representation*. GRASS series. Dordrecht：Foris，1987，8：1～25

（在某种意义上）对应一阶可定义性和二阶可定义性的边界。但是，在这些边界类中，机器微细结构与一种重要的语义层级联系在一起。各种例子和定理会说明这些要点。因此，经常看做纯句法的主要形式要害的东西，也可以在语义体系中得到支持。

这项研究的另一个动机来自广义量词理论自身。例如，van Benthem（1984c）为了获得对量词的复杂性层级更好的看法，提到了这种想法，从而把量词看做过程。然而，那里追求的是另一条路，依赖于特定的对量词真值模式的“齐次性”或“统一性”限制条件而进行分类。这里的视角大概为后者提供了一种更加牢固和令人信服的背景。

量词最终形成一类非常特殊的表达式。但是，正如在上面提到的广义量词理论中，概念和结果经常可能推广到其他类型的表达式，有时甚至推广到所有范畴（参见 van Benthem（1984a）关于这个一般性问题的讨论）。通常，这样的推广需要对进一步的模型论结构的敏感性，而不是对纯粹将来列表的敏感性（正如上面一样）。在第 2.6 节会提到一些例子。这进一步令人想起今天数学语言学走向识别更多结构句法对象，而不是扁平线性序列的“树自动机”。

过程语义学有一些有趣的一般方面。特别是，这里所研究的指谓在如下意义上是“内涵的”，即一个量词相同的输入/输出行为可以通过完全不同的自动机产生（这个特殊的问题将在 2.4 节研究）。但是，这种关于指谓的（前康托尔意义上的）函数观点，与通常的类型论指谓中涉及的外延方法有明显的联系。这些一般的问题也会在 2.6 节讨论。

最后，过程观点也可以看做把今天“计算语言学”中考虑的东西推广到语义学的一种方式。复杂性和可计算性以及它们关于识别和学习的背景问题，似乎恰恰是与语义理解有关的，正如它们与句法分析有关。

总之，这篇文章的断言不是过程观点是语义学中唯一在哲学上或经验上受到支持的观点。但是下面要表达的我们研究的具体结果，确实表明这种视角是一种有启发的视角。但凡有光明的地方，就一定会有真东西。

2.2　量　　词

在这个预备章节中，我们回顾关于量词的一些基本概念（更详细的语言学说明参见 van Benthem（1984a））。正如上面所说的那样，量词或量词短语以及蒙塔古的范畴类型 (e, t)，$((e, t), t)$ 在每个论域上指谓谓词（从外延看：个体的集合）之间的关系：$Q_E XY$。

并非每一种数学上可能的这类指谓实际上都在自然语言中实现，因此一直在

寻求合理的全局限制条件。比如，量词应该是“上下文中立的”，与论域的扩张无关：

EXT 如果 X，$Y \subseteq E \subseteq E'$，那么 $Q_E XY$ 当且仅当 $Q_{E'} XY$。

此外，量词应该是“主题中立的”，不管对象超出它们纯粹量的个体特殊性：

QUANT 如果 X，$Y \subseteq E$ 并且 π 是 E 的某个排列，那么 $Q_E XY$ 当且仅当 $Q_E \pi[X]\ \pi[Y]$。

最后，量词是“不学习的”（或者“保守的”，正如文学具有这一点），它们的第一次论证设定了阶段：

CONS $Q_E XY$ 当且仅当 $Q_{E'} X\ (Y \cap X)$。

对各种条件背后的语言学背景的讨论也可以参见 Keenan 和 Stavi（1986）。

上面的条件的累积效果可以使用传统的文恩图来表示。原来的图见图 2-1。

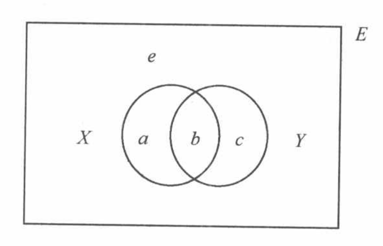


图 2-1

那么 QUANT 依赖于纯粹的数 a、b、c、e。EXT 消去方块 E，因此依赖于 e。最后，CONS 消除对 $Y-X$ 的依赖。因此，最后 Q 的行为完全是由它所接受的所有基数配对（a，b）的集合具体决定的。

但是，在所谓的“数之树”中展示所有相关配对，一种简单的几何表示就是可能的：

$$
\begin{array}{lccccc}
|X| = 0 & & & 0,0 & & \\
|X| = 1 & & 1,0 & 0,0 & 0,1 & \\
|X| = 2 & 2,0 & & 1,1 & & 0,2 \\
\vdots & & & \vdots & &
\end{array}
$$

以更平淡的方式说，这个树可以看做整数与整数的卡氏积的东北象限。

现在，一个量词是由加（减）来决定的，加（减）在树中标出量词所接受（拒绝）的位置。这种表示等价于在上面增加三个限制条件，这种表示已经证明是非常有用的，而且我们这里会找到一些进一步利用它的方式。

文献中已经研究过的对量词各种更特殊的条件，现在通过在树中对 Q 模式的简单几何限制条件来反映。例如，有众所周知的单调性：

$$Q_E XY, Y \subseteq Y' \text{ 仅当 } Q_E XY',$$

还有它的近亲持久性（cousin Persistence）：

$$Q_E XY, X \subseteq X' \text{ 仅当 } Q_E X'Y。$$

在树中，第一种性质如下：

"Q 中一个结点右边的任何结点自身在 Q 中"，

而第二种性质变成

"Q 中任何结点在 Q 中有生成的向下子树"。

这后一种观察一直用来给出所有"双单调"量词的明确定义。

出于本文的特殊目的，在量词的一阶可定义性上需要一种几何看法，这意味着，在带等词和一元谓词"X"、"Y"的一元一阶语言中存在某个句子使得

对所有域 E 使得 X、$Y \subseteq E$，$Q_E XY$ 当且仅当 $\langle E, X, Y\rangle \models \phi$。

根据对后一个概念借助超出（通过句子的量词深度来测量的）域的特定初始大小的"语义无关"的弗雷斯刻画，一阶可定义的量词恰好就是展示如下树模式的量词：

- 至多某个有穷层次 $2N$，任意（+/-）-行为。
- 在层次 $2N$ 上：区间［$2N$，0，…，N，N）中的真值朝西南方向往下繁殖，（N，N，…，0，$2N$］中的真值朝东南方向繁殖，而中心位置 N，N 决定它整个生成的向下三角形的真值。

例如，读者可以在传统的对当方阵中画出一阶量词的模式："所有"、"有的"、"没有"、"并非所有"。经过对照，注意最终高阶量词"大多数"的来回模式违反上面的描述。

上面的树图确实暗示要限制到有穷基数 a、b，也就是，限制到有穷域 E（尽管它实际上没有预示）。这里确实要假定这种限制（除了 2.4 节中的一段话），从计算的角度看，它是有意义的。对这种语言学语义中的限制条件的批判性讨论，参见 van Benthem 和 ter Meulen（1985）著作集中范迪姆特和泰西的论文。

2.3　量词与自动机

一个量词 Q 的行为可以看作如下。对任何变项对 X，Y，它反馈 X 的一个元素列表，这个列表可以逐个检验是否属于 Y。在每个阶段，Q 准备好陈述它接受还是拒绝刚才读过的序列。然后，在最简单的数学信息中，Q 只被赋予 0 和 1（分别代表 $X-Y$ 和 $X \cap Y$ 中的情况）的有穷序列，它必须识别配对"0 的个数，1 的个数"，在前面的意义上属于 Q 的那些序列。换句话说，Q 相应于字母表{0，1}上的一种语言。此外，它的语言是很特殊的，因为对变项的不同列举不

会影响对量词语言是排列封闭的接受（当然，对出现次序的基本依赖最终可能会在描述特定的更加有上下文的或实用的现象中有好的用处。例如，量词“每个其他”在这种意义上可能是出现－依赖的）。

实际上，我们也本应借助四元素字母表给出下面的讨论，也就是根据下面的四种标签列举域 E：

$$X - Y, X \cap Y, Y - X, E - (X \cup Y)。$$

但是，在目前的上下文中，这两个增加的符号就会仍然是“迟钝的”，只是妨碍记号。此外，带二元素字母表的语言和更复杂的语言之间有特定的数学差异，在2.5节利用这一点会达到好的效果。在这里和其他地方，对于相关的数学理论，参见 Ginsburg（1966）、Hopcroft 和 Ullman（1979）的论著。

现在，数学语言学的主题之一，是语言这个概念和借助接受自动机（或生成自动机）对它的描述之间的对偶性。实际上，熟悉的量词被证明是可以通过著名的自动机计算的。

例 1 量词“所有”通过有穷状态机（图 2-2）来识别。

初始状态 A 是接受的（B 不是）。这种选择足以在克里尼正则集记号：1^* 中表达“所有”语言。相似的两状态有穷状态机将计算对当方阵中剩下的量词。

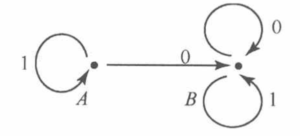


图 2-2

其他量词可能超出正则语言和有穷状态机。

例 2 量词“大多数”不通过任何有穷状态机来识别的。这一事实从泵引理（pumping lemma）得出。它的语言是上下文无关的，然而，因此它可以通过下推自动机来识别。后者的想法只是存储已读值，删去顶栈符号和已读符号的补对0，1或1，0（当它们出现的时候）。如果字串已经读过，这个栈就应该只含有符号1（实际上，这种描述并不完全适合下推自动机的通常格式。但是，这些进一步的细节会推迟到2.5节）。

因此，高阶量词可以诱导上下文无关的语言。很有趣的是，正是并非所有很容易超出这个阶段，发现非设计的自然语言量词，与这些量词相联系的过程本质上是某个图灵机的复杂性的过程。一个（不是非设计的）例子是如下数字意义上的“（相对）许多”，即 X 中 Y 的比例超出 Y 在整个域 E 中的比例。这种情况会在2.5节更详细地考虑。总体上我们在上下文无关的领域发现自然语言的量词，甚至是高阶量词。因此，在后面要说明的一种逻辑意义上，它们本质上是“加法的”。这种看法有某种重要的意义，正如*加法算术*仍然是数学的可公理化片段（实际上是可判定的片段）。不可公理化的“哥德尔边界”只在下一步出现，也就是在把乘法增加到理论的时候出现（在这一点上对照 Mendelson（1964）

的论述）。因此，在这些问题上，自然语言似乎表明一种明智的克制。

除了提供纯技术的看法，在这个领域中数学语言学也提供有趣的更一般的观点。例如，关于语法可学习性的著名思考，现在可以与有关意义可学习性的相似问题联系起来。后者肯定是语义学家担心的问题，关于如何使他们的考虑在数学上是明确的，他们经常没有明确的想法。这里的研究提供了这样做的一种方式。

2.4　一阶量词和有穷状态机

2.4.1　可定义性

本章例 1 诱发一个猜想，这个猜想被证明是有道理的。

定理 1　所有一阶可定义的量词是通过有穷状态机可计算的。

证明：回想 2.2 节描述的一阶量词的树模式。它是由某个任意有穷顶三角加上层次 $2N$ 上“决定行”构成的。现在，如果相关语言可以证明是正则语言，那么这条定理就得以证明。

第一个顶三角宣布某个固定的有穷序列集在 Q 中，并且所有相应的单点集是正则的。此外，正则语言的任何有穷并都是正则的。然后，决定行增加（最多）如下三种类型的有穷多个接受了的模式：

- 1 恰有 i 次出现，0 至少 j 次出现。
- 1 至少 i 次出现，0 至少 j 次出现。
- 1 至少 i 次出现，0 恰有 j 次出现。

仍然可以验证后一类语言实际上是正则的。

一个例子可以使这一点清楚呈现。“恰有两个 1，至少有五个 0”可以在克里尼记号中描述如下。取五个 0 在两个 1 边界形成的三条槽上所有（有穷多个）可能的分布，然后在可能的地方“填补”合适的迭代 0^*。■

通过这种联系，现有的关于有穷状态机根据定义给出的结果对于一阶量词也适用。例如，对任何两个这样的量词，如果它们等价，那么这个问题就是可判定的。

给定有穷状态自动机的简单性质，定理 1 的逆命题似乎是可能的，但是也有反例存在。

例 3　自动机（图 2-3）识别（非一阶）量词“偶数个”。

这里，A 的初始状态是接受的（B 不是）。

因此，在所有有穷状态机中滤出相应于逻辑上初等量词的过程就需要其他限制。事实上，前面的例子暗示下面的区分。“偶数个”的机器图在两个状态之间

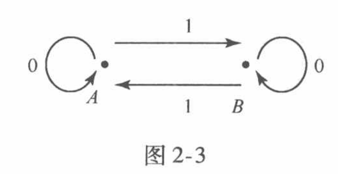


图 2-3

有重要的回路，对“所有”、“有的”等不出现这种东西。让我们称一个有穷状态机是非循环的，如果它不含有连接两个或更多状态的回路。这个概念是非常普通的和有用的。基本上，这样的图允许“归纳”列举（van Benthem，1983b）。

此外，思考前面提到的有关量词语言的排列封闭需要一个条件。一个机器图称为排列不变的，如果借助某个1，0序列从状态 A 出发到达状态 B 的可能性蕴涵这个序列的任何排列也会迫使从 A 通达 B。注意给出的“所有”和“偶数个”的自动机都具有这种性质。显然，这样的自动机只识别排列封闭的语言。反过来也是真的（参见本章附录）。

一方面排列封闭是对我们的语言类很强的限制。我们在研究更多牵涉语言构造的东西时总是可以决定放弃它。另一方面，这种限制在数学上是有趣的。对比最初的信念，我们的经验是，它不导致关于自动机和语言的一般理论坍塌，而是导致旧问题的新说法。下面会出现一些例子。

作为一个例子，可以观察到排列不变和非循环有穷状态机是“收敛的”。所有不稳定通路最终在某个单一的吸收状态上结束。这种观察在证明下面的结果时会有重要意义（尽管实际上没有使用它）。

定理 2 一阶量词恰恰是可以通过排列不变的非循环有穷状态机识别的量词。

证明：首先，对一阶量词相关的自动机现在需要一种更严谨的看法。有趣的是，前面的数树现在也被证明在计算上是重要的。

根据前面提到弗雷斯模式，令 Q 是在这个树中描述的一阶量词。现在把这个结构自身解释为带有穷多个相应于树结点的状态的机器 M_Q 的一个图。它的出发状态是（0，0）。读一个0的转换箭头从状态（a，b）到状态（$a+1$，b），读一个1的箭头从（a，b）到（a，$b+1$）。最后，接受状态就会是 Q 中的状态。

断言 1 M_Q 接受有穷序列 s 当且仅当配对0（s），1（s）= s 中0的个数，s 中1的个数属于 Q。

证明：对序列 s 的长度归纳，可以证明读取 s 会使 M_Q 从它的出发状态到达状态0(s)，1(s)。然后就得出这个断言。 ■

现在，对于 Q 的一阶模式，这个无穷接受装置 M_Q 可以化归为一个等价的有穷状态机。回想前面在层次 $2N$ 的“决定行”。在它上方，状态图仍然像以前一样；在它本身上面，以图 2-4 结束。

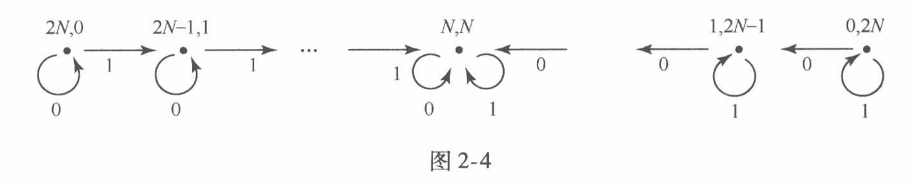


图 2-4

容易验证这个修改的自动机仍然接受相同的语言。

最后，经过检查表明，后一种机器图既是非循环的，也是排列不变的。这结束了前一半论证。

这条定理的相反方向的证明从上面提到的非循环有穷状态机的归纳特征得出。在这样一个自动机中，对任何接受状态，只有有穷多个类型的通路（从出发状态）达到它，这是由四种类型 0、1、0^* 或 1^* 的连续转换驱动的。因此，这样的状态接受本质上如下类型的序列：

- 恰有 i 次：1，恰有 j 次：0。
- 恰有 i 次：1，至少 j 次：0。
- 至少 i 次：1，至少 j 次：1。
- 至少 i 次：1，至少 j 次：0。

现在，所有这些类型自身都是一阶可定义的，因此它们的析取（所考虑的接收状态的“产物”）也是一阶可定义的。最后，整个机器自身也接受在它的个体接收状态中承认的所有东西的析取。 ■

比较一阶量词“以树为基础的”自动机与特意发现的自动机，我们就会获得这些方法的另一些例子。例如，“所有”的树方法就会给出一个 3 - 状态自动机，它可以简化为前面的 2 - 状态自动机。反之，给定的一阶量词的自动机可以“正规化”为一种树形形式。

这里可能要注意，上面的定理可以扩展到更一般的纯量的量词类（不一定遵守 CONS）。然后可以运用同样的一阶可定义性的概念，但是有四字母表，正如 2.2 节文恩图那样。

最后，剩下的问题是要描述通过有穷自动机计算的所有量词的类。我们的猜测是，这些量词是所有在一个适当增加“k - 倍数个”这样的“周期性量词”的一阶语言中可定义的。

2.4.2 微细结构

除了上面的全局可定义性问题，更细的细节问题在研究现实量词时也是相关的。例如，一种特别重要的情况是，状态在什么地方直接对应语义真值。在这里的背景下，这仅仅留下了两状态有穷状态机，一个接受状态，另一个拒绝状态。

定理 3 通过两状态自动机识别的排列封闭语言或量词如下：

- “所有”、“有的”、“没有”、“并非所有”。
- “偶数个”、“奇数个”、“所有非偶数个”、“所有非奇数个”以及极端情况。
- “仅仅空序列”、“仅仅非空序列”、“奇数长度的序列”、“偶数长度的序列”。

证明： 根据特设性；列举所有可能的自动机。 ■

这种列举结果令人回想起 van Benthem（1984c）得出的相似结果，那里运用数树中量词模式的“齐次性”或“统一性”限制条件。例如，所谓的“强齐次性条件”是说，在从（a，b）到（$a+1$，b）或者到（a，$b+1$）一次转换影响下一次真值改变在整个树中是相同的。但是，这等于允许带一个“真”状态和一个“假”状态进行操作，对它们离开 0 和 1 的转换箭头做出固定的反应。

更高复杂性的量词可能需要其他状态。

例 4 “（恰好）一个”可以通过带三个状态的自动机来识别；不能更少。

当然，所有提到的量词也可能与这样的机器联系起来，这些机器有许多其他状态。因此，有“极小表示”的问题，正如在著名的尼罗德定理中，借助状态翻译机表示输入/输出函数。事实上，勒让德表示方法也可以应用到一阶量词语言。

例 5 考虑恰带 1 的一次出现的序列类 ONE。关键的勒让德等价关系如下：

$s1Es2$ 如果对所有序列 s，$s1$ 后面紧接 s 在 ONE 中，

当且仅当 $s2$ 后面紧接 s 在 ONE 中

它的等价类是如下三个：恰带 *no* 的序列、恰带 1 的一次和两次出现的序列。这些类就是极小表示中带有通过下面的规定条件定义的翻译函数的状态：

s 的等价类，读符号 $x \Rightarrow$

s 后面紧跟 x 的等价类

结果就是前面例子的自动机。

2.4.3 无穷模型

如果考虑无穷模型，问题就不那么明白了。前面的自动机可以在有穷序列上

运转，也可以在无穷序列上运转，但问题是，给定不终止的穿越状态序列，要找到有良好动机的接受约定。

一种可能性是只承认那些无穷序列，这些序列导致机器经过有穷步之后仍然处于某个接受状态。经过前面的弗雷斯识别器的检查，可以看到所有一阶可定义量词都以这种方式来识别。但是，特定的真正“无穷的”情况也是允许的。

例 6　两状态机器（图 2-5）识别“至多有穷多个例外”这种意义上的量词“几乎所有”。

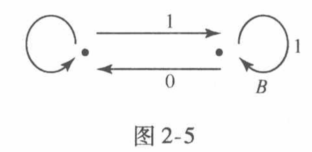


图 2-5

这里 B 是接受状态。注意这个机器不是排列不变的，尽管它的无穷接受序列的集合是排列封闭的。

另一个这种本质上无穷的量词是“只有有穷多个”意义上的“看起来没有”。实际上，在这里画出我们前面所有两状态机器的效果图是很有趣的。

把一阶量词与无穷情况区别开来的东西，是它们的拒绝也是有穷的。不可接受的序列导致机器经过有穷步之后达到某个稳定的不接受状态。这从前面的弗雷斯识别器也可以看到。

猜测　在可数无穷序列的集合上，一阶量词恰好是带一种接受和拒绝行为的量词。

进一步放宽接受约定是可能的。例如，允许重复出现接受状态的循环，或者甚至通过特定的无穷模式来识别。显然，我们的机器类的“产物”可能对这样的规定相当敏感。对这种现象更深刻的研究必须留给其他场合。

2.5　高阶量词和下推自动机

2.5.1　示例

对于高阶量词，有穷自动机作为计算装置通常是不够的，而且需要机器等级中下一个层次，也就是下推自动机，读到新输入的时候，除了改变状态，还处理一个栈。这些机器的通常定义是相当有限制的，即转换函数只考虑顶栈符号，只通过空栈来识别。然而，通过对指令的适当重新编码，可以假定以机器能跟踪这

个栈的固定有穷顶部分，具有最终读完约定，它在栈内容上执行有穷状态机核查。以正统格式模拟这些结果的一种方式就是使新的状态 q，$\langle q, s_1\rangle$，…，$\langle q, s_1, \cdots, s_k\rangle$ 对至多带 k 顶栈位置的旧状态 q 的状态组进行编码。那么，恰当的"$\in$移动"（参见 Hopcroft 和 Ullman（1979）的著作）允许编码序列和所展示的顶栈符号之间的交易。最后，另一个 $\in$ 移动集合允许我们执行有穷状态机指令而不再消耗输入。

比如，前面提到的量词"大多数"就会有一种原始意义上笨拙的对应自动机，然而在这种更自由的说法中，它有容易的直觉的自动机（比较 2.3 节）。尽管给"大多数"语言写一种上下文无关的语法很重要，但它不是完全不重要的练习。

在研究其他例子之前，对下推自动机应该有一些一般的说明。首先，目前的讨论是借助这种不确定机器来表达的。确定的下推自动机识别更小的语言类，这个类在数学上没有上下文无关的领域那么自然。附带说一句，文献中确立这种不包含关系的例子似乎都缺少排列封闭。但是，我们意义上的特定量词（更具体地说，各种析取量词）似乎很有可能也会要求本质上不确定的下推自动机。即便如此，这里所考虑的大多数基本的量词的例子可以通过确定的机器来计算，因此还剩下一种显然更窄的探究。

对序列的识别也会通过栈内容的检查来进行。这里人们也可以追求与有穷状态机情况的类比，通过指定状态来识别，一般是一种等价程序。在每一种方式下，前面提到的机器状态和语义真值之间的平行对比变得不那么直接了。

除了"大多数"以外，自然语言中出现的其他突出的高阶量词是"几乎所有"、"许多"、"少数"、"几乎没有任何"等。这些表达式的意义最终是不确定的，实际上这与"大多数"自身的情况一样。要通过这里的术语得到关于它们的复杂性的印象，要考虑合理的形式说明。下面的东西似乎相当接近它们的精神实质：

"许多"——"至少三分之一"

"几乎所有"——"至少十分之九"

因此，根据这种解读，上面的量词都表达"比例"。

现在，后一种现象的复杂性本质上是上下文无关的。一个简单的例子如下。

例 7 一个识别"至少三分之二"的下推自动机会如下运作。它跟踪两个顶栈位置，使用下一个已读符号进行核查。在它遇到一个符号 1 并且 1，0（以任何次序）出现在顶部的情况下，它擦除后面两个，并且继续。遇到一个已读符号 0 和两个在顶部的符号 1，这种情况类似。在所有其他情况下，已读符号简单地存储在栈的顶部。在这个过程的最后，机器核查这个栈是否只含有符号 1，只有

这样它才识别刚才读过的序列。

经过简单的组合论证，上面的自动机识别右字串。一种似乎更多涉及的类似程序会识别“几乎所有”。“许多”的情况这里比较难以处理，它也展示一种重要的不确定程序。

例8　“至少三分之一”可以如下识别。机器现在跟踪三个顶栈位置，有如下（不确定）指令。已读符号可能被推到栈上。但是，下面的移动是允许的（不消耗输入），两个0/一个1、一个0/一个1、或者只有一个1的组合，可以从这个栈的顶部擦除。这时，最终的识别只通过空栈进行。

这种过程的算术想法，是所有使$a \leqslant 2b$的配对，(a, b)是从$(0, 0)$开始借助如下运算生成的：加$(2, 1)$/加$(1, 1)$/加$(0, 1)$。显然，如果一个字串被上面的机器接受，它就具有这样一种算术形式。反之，如果一个字串具有形如$x(2, 1)+y(1, 1)+z(0, 1)$的内容a，b，那么一种明智的读取和擦除的过程就会在结束时产生一个空栈。（这种精神下更一般的过程会在下面定理2的证明中给出）

许多同样精神下的其他例子可以使用这些术语来分析。我们现在将从一种更高的逻辑的观点来研究这种情形。

2.5.2　算术可定义性

以算术的方式看，上面的量词都表达两个变元a（0的个数）和b（1的个数）上极其简单的条件。例如，“所有”，$a=0$；“有的”，$b \neq 0$；“一个”，$a=1$；“大多数”，$a<b$；“许多”，$a \leqslant b+b$。

因此，简单的一阶量词恰恰运用a、b、固定的自然数和相等，其他量词增加“小于”，而且最终需要加法，这些是原子情况。但是，有些情况如前面的例子“偶数个”也需要量化公式“对某个x，$a=x+x$”。

事实上，一旦考虑a和b上牵涉$+$的任意一阶条件，$<$这个概念就变成可定义的，因此所有具体的自然数n也是可定义的。我们就是在处理一阶公式$\phi(=, +, a, b)$，解释为标准的算术陈述。现在我们将得出一种对目前复杂性领域的一般刻画。

枝节　一个要考虑的自然的预备概念是在只有$=$、0和S（“后继”）中一阶算术的可定义性。很容易看到，所有（前面X、Y、$=$的意义上）一阶可定义量词在这里已经是可定义的（例如，“至少两个”定义为$b \neq 0$并且$b \neq S0$）。然而，反过来不成立。因此，算术公式定义量词“恰有一半”，这个量词甚至不能使用有穷状态机来识别。但是，并非每个有穷状态可识别的量词在这里都是可定义

的，一个反例就是“偶数个”。在这种启发下，下面要研究的“加法一阶可定义性”的更好行为是更令人吃惊的。

上面的目的需要一些预备概念和结果。

首先，有一条基本的帕瑞克定理，它说每个在字母表 a_1，…，a_k 中上下文无关的语言 L 导出自然数 k 元组的半线性集合：

$$\{(s\text{ 中符号 }a_1\text{ 的数},\cdots,s\text{ 中符号 }a_k\text{ 的数})\mid L\text{ 中所有序列 }s\}$$

这里，一个“半线性” k 元组集合是线性集的有穷并，这些线性集是由如下形式的模式产生的 k 元组构成的：

$$(m_1,\cdots,m_k)+x_1(m_{11},\cdots,m_{1k})+\cdots+x_n(m_{n1},\cdots,m_{nk})$$

其中，x_1，…，x_n 是非负整数。

所有半线性集对应自然数上一阶加法可定义的 k - 元关系，因为所给出的算术模式可以使用一阶术语写出。例如，(1，2) + x (0，1) + y (2，2) 就会变成

$$\exists xy(a=1+y+y\ \&\ b=2+x+y+y)$$

现在，可以得出第一条结论。

定理 4 每个可以通过下推自动机计算的量词是一阶加法可定义的。

证明： 量词（上下文无关的）语言的“帕瑞克配对”的集合是半线性的，因此在所要求的意义上可定义。此外，由于这个语言的排列封闭性，后一种定义恰恰适合它。 ■

然而，一般地说，帕瑞克定理不能反过来，即使对排列封闭的语言也是如此。一个 3 - 符号字母表上的标准反例是如下并非上下文无关的集合“所有带三个符号相同次数出现的序列”。相应的算术谓词是半线性的；但是这个语言不是上下文无关的，如果与正则 $(abc)^*$ 相交，它就产生著名的反例 $a^n b^n c^n$。

幸好这里二元字母表承认更多有趣的与上面的定义相匹配的结论。这样的限制可能产生很强的结果，这一点并非不为人知。回想这样一条定理，在一个 1 - 符号字母表上，每个上下文无关的语言已经是正则的。

首先，注意我们前面所有例子都是半线性的。对于“至少三分之一”的情况已经表明这一点，即 (0，0) + x (0，1) + y (1，1) + z (2，1)。但是，以“至少三分之二”为例，有这种形式即，(0，0) + x (0，1) + y (1，2)。

为了更一般地进行，现在需要（Ginsburg and Spanier，1966）的一个结果，他们证明了半线性谓词实际上与一阶加法可定义的谓词合同。他们的想法是使用普列斯博格早期对后一种谓词的描述（参见 Mendelson（1964）论文第 116、117 页）。通过量词排除法，这些谓词最终等价于如下“原子”公式的所有布尔组合：

$t1 = t2, t1 < t2$ 和 $t1 = t2$(模 k)(即 $\exists x(t1 = t2 + x \vee t2 = t1 + x)$)

这里，$t1$ 和 $t2$ 是使用个体变元、0、S 和 + 的项。现在，所有普列斯博格谓词可以表明是半线性的（这个结果是重要的。例如，两个半线性集合的交仍然是半线性的，这一点就不是显然的）。

因此，一阶加法可定义谓词对应于半线性集，而且对后者仍然还要找到合适的自动机，推广前面的例子。从前面观察的观点看，限制到两符号字母表在这里必然起某种非常根本的作用。

定理 5　每个一阶加法可定义的量词是通过一个下推自动机可计算的。

证明：根据金斯伯格和斯潘尼厄的结果，每个这种一阶形式的量词对应于半线性配对集。而且后者相应的 0，1 序列集可以通过一个下推自动机识别。这种精致构造是由彼得斯（Stan Peters）和马什（Bill Marsh）发现的。这里，我们采取它对我们原来例子中使用的那种自动机的想法。

首先，可以限于注意线性谓词，因为上下文无关的语言的有穷并自身也是上下文无关的。因此，假设我们的谓词具有如下形式：

$$(m_1, m_2) + x_1(m_{11}, m_{12}) + \cdots + x_n(m_{n1}, m_{n2})$$

令 N 是所有涉及的自然数 mi，mij 的最大值。我们的自动机将有 2（$N.N$）个状态，它们都是形如 (i, j)、$(i, j)^*$ $(1 \leq i, j \leq N)$ 的配对。这些配对所编码的东西在表达上将会是清楚的。指令如下：

读取：在状态 (i, j) $(i < N)$ 读取一个符号 0，
　　要么达到 $(i+1, j)$，要么仍然在 (i, j)，把 0 加到栈；
　　在状态 (N, j) 读取 0，
　　仍然在状态 (N, j) 并且把 0 加到栈。
　　读取符号 1 类似。

对于 * - 状态允许相似的步骤：在这里和任何其他合适的地方。

交换：下面的 $\in$ - 步骤是可能的，
　　从 $(i+1, j)$ 到 (i, j)，把一个 0 推到栈上；
　　对于 $(i, j+1)$ 和符号 1 类似。
　　反之，如果 $i < N$，可以从栈中提取一个 0，
　　从状态 (i, j) 到 $(i+1, j)$；
　　对于 $j < N$ 和提取一个符号 1 类似。

降低：如果 $i \geq m_{k1}$，$j \geq m_{k2}$，就有可能从状态 (i, j) 跳跃到 $(i - m_1, j - m_2)$。

穿越：如果 $i \geq m_1$，$j \geq m_2$，就有可能从状态 (i, j) 跳跃到 $(i - m_1, j - m_2)^*$。

最后，初始状态是（0，0），而且通过空栈和指定状态（0，0）* 来识别。

这些规定的要点就在于如下观察。

断言2 在这个计算的每个阶段中，对于状态（i，j），存在数 x_1，…，x_n 使得

① i + 栈中符号0的数等于已读符号0的数 $-x_1.m_{11}-\cdots-x_n.m_{n1}$

② j + 栈中符号1的数等于已读符号1的数 $-x_1.m_{12}-\cdots-x_n.m_{n2}$

对于 * −状态，相似的断言也成立，但是要减少两处，即分别是 m_1 和 m_2。

对这个断言的证明通过对一个计算中可允许移动的数进行归纳。显然，每个数都保持这个不变陈述。

此外，一旦处于最终状态，左边的和等于零，已经进行的序列必须有上面的算术特征。因此，只有正确的序列才能被识别。

反之，一个明智的可认移动序列将会识别任何带正确数量的字串。要看到这一点，可以通过对 $x_1+\cdots+x_n$ 的和归纳证明下面的断定。

断言3 如果栈要么有所有0要么有所有1，状态是（0，0），而且栈和序列中还要读的符号0和1的出现总和形如（m_1，m_2）+ x_1（m_{11}，m_{12}）+ x_n（m_{n1}，m_{n2}），那么机器会进行识别。在没有初始因子（m_1，m_2）的状态（0，0）* 中类似。

证明： 对 $x_1+\cdots+x_n=0$，唯一重要的任务就是识别 m_1 个0和 m_2 个1的字串。根据显然的步骤，状态（m_1，m_2）在这里可以达到，提取并且读取，然后一次穿越就得到所要求的最终状态。对 $x_1+\cdots+x_n>0$，机器继续读取，直到第一对出现数（m_{i1}，m_{i2}）超过其他对（或者大概就是（m_1，m_2）自身），这是必定会发生的。例如，我们开始读取符号1，使所有这些符号形成栈，使用符号0提高这个状态。那么，从栈到状态转移充分多的符号1，我们就达到状态（m_{i1}，m_{i2}），从这里我们可以下降到（0，0），留下一个“齐次”栈。参见附录的详细说明。 ■

从这个断言立即得出，所有正确的字串实际上会得到识别。 ■

注意我们的证明蕴涵金斯伯格和斯潘尼厄的较弱的结果，即半线性2−元组集对应于域 1^*0^* 中上下文无关的“有界”语言。因为上下文无关集与正则集的交仍然是上下文无关的。

我们原来对定理5的论证是通过列举进行的，为每个上面的普列斯博格类型提供合适的下推自动机，试图围绕这样一个事实，即上下文无关语言一般在交下不封闭。

此外，后一种方法也提供了一些有趣的具体例子。a，b 中算术谓词可以表达为东北象限中点集 $a \geqslant 0$，$b \geqslant 0$（或者等价地表达为 2.2 节数树中的点集），而且通过这种几何表示，普列斯博格公式的合取经常被看做还原为容易处理的模式。

因此，我们已经获得了一种很好的对所有可以通过下推自动机计算的量词的刻画。

2.5.3　自然语言量词；计算考虑

根据上面的技术工具，关于自然语言中实际出现的量词产生了几个问题。

由于有许多这样的下推自动机，而且很少有语言上实现的量词利用它们，额外的限制条件似乎是有趣的。例如，前面提到对确定的自动机的一种可能的限制。这里一种可能性是使用确定的下推自动机扫描栈的某个固定的有穷顶部分，为最终状态机器对栈内容的核查提供额外的便利。这类自动机似乎适合前面提到的所有具体的例子。例如，“至少三分之一”至少在这种更宽泛的意义上也可以确定地识别。

根据这一点，另一个要研究的主题是指谓的重要“语义”条件与机器指令的自然限制之间的联系，这种条件是正统方法的特征。换句话说，广义量词的研究中传统概念的计算效果是什么？

关于这种联系的一个早先的例子是 van Benthem（1984a）发现的，在那里证明了极小计数复杂性的量词和连续量词之间的等价。后一个条件要求一种更传统的指谓行为类型；还有

如果 $Y_1 \subseteq Y \subseteq Y_2$ 并且 QXY_1，QXY_2，那么 QXY；

对于并非 $-Q$ 也是类似的。

它准确的完整效果在数树中有方便的表述：

“在树中三个主要的变化方向的每个方向中，

即增加 a（沿着一条/-对角运动），

增加 b（沿着一条\-对角运动）

使 a 和 b 持平（沿着一条水平线运动）

量词至多经过一次真值改变。”

注意，我们前面所有基本量词的例子满足这个强条件。仍然可以看到，不可数多个例子共同具有这种性质。特别地，相似行“－－…＋＋”（或者“＋＋…－－”）的任何模式有可以，它的真/假边界至多在一个位置一次转换，下降到这个树。因此，把后一个条件与我们这里的可计算性限制，也就是与半线性或者甚至恰好线性的集合结合起来是有趣的。（我们前面基本的例子都是线

性的。)

在这些问题上，为了使可能性可考察，一条额外的限制常常是有用的，即变种。也就是说，在每个重要的行，量词应该是“活跃的”。

VAR 对所有非空 X，存在 Y、$Y' \subseteq E$ 使得 $Q_E XY$ 并且并非 $Q_E XY'$

在树上，这意思是说，顶端层次以下每一行都有 Q 的 + 和 - 位置。

现在，我们的两个可计算性条件产生了强限制。只剩下可数多个非常正规的模式，即把树划分为带“周期性”边界的真部分和假部分的模式。这些集合可以选择从算术上使用对它们的线性表示的特殊限制而得到描述。这里各种有吸引力的数学转移是可能的。

但是，有一个理由做出另一种限制。上面的连续性和变种的语义条件是对称的，对 Q 成立当且仅当它们对它的否定成立。因此，要求同样考虑线性似乎是有趣的，把它加强到*双线性*。那么，下面是对我们“强可计算”量词的分类结果。

定理（*VAR*）6 双线性连续量词恰恰是如下形式的量词（$n=0, 1, \cdots$）：

“至少 $1/n+1$”，“至多 $n/n+1$”

“少于 $1/n+1$”，“多于 $n/n+1$”

说明：对 $n=0$，这就给出对当方阵的四个量词。对 $n=1$，人们得到“大多数”、“并非大多数”、“最少”、“并非最少”。因此，一个等级产生了，正如 van Benthem（1984a）的文章，这也激发了下面这种类型的论证。然而，这一次所运用条件的动机是计算的。

证明：只要考虑一种情况，其他情况是类似的。假设 $(0, 0) \in Q$，$(1, 0) \notin Q$，$(0, 1) \in Q$。因为 Q 是线性的，这必然意味着 $(0, 0)$ 是它的基本情况，而它允许 $+x$ $(0, 1)$ 的步骤。此外，并非 $-Q$ 有基本情况 $(1, 0)$。又因为/-对角上的连续性，$(2, 0) \notin Q$ 等：也就是说，并非 $-Q$ 允许步骤 $+x$ $(1, 0)$。现在 Q 是线性的，它占据邻近并非 $-Q$ 的对角上的位置只有有穷多种可能性。例如，至多到 $(n, 1)$。根据连续性，它也会占据 $(0, 1)$，…，$(n, 1)$，但是不会超出。因此，并非 $-Q$ 可能做出跳跃 $(n+1, 1)$。根据双线性以及已经描述的 Q 和并非 $-Q$ 的性质，它们的边界是固定的，形成“至少 $1/n+1$”（$n=0, 1, \cdots$）这种模式。 ■

可以验证这条定理中提到的所有量词在前面引入的更宽泛意义上是确定的（D. 德漾）。

如同 2.4 节，*微细结构*的问题在这里也产生了。例如，一个要考虑的下推自动机的自然类就是带两个状态并且栈字母表限制到 0、1 的下推自动机。即使在

这里，进一步可能性的等级也是存在的，这依赖于重写这个栈时哪些行为是允许的，而且依赖于选择怎样的最终读完约定。“大多数”机器是这里最简单情况的例子，一次增加或消去至多一个栈符号，而且最终约定本质上仅仅检查顶栈符号。对后一个变种，似乎只有少数代表，特别是上面定理 6 的层次中前两层。这里删除了相关的计算。

有超出上下文无关领域的自然语言量词吗？当然，很容易找到这样的例子，如“立方数个”。一个更加严肃的非设计的候选例子是前面提到的“（相对）许多”，它（借助 2.2 节展示的数）说

$$b/a+b > b+c/a+b+c+e$$

或者等价地说

$$a \cdot c < b \cdot e$$

例 9　“（相对）许多”不能通过下推自动机来计算。原因是上面的谓词不是半线性的，它本质上牵涉乘法。因此，这个断言从帕瑞克定理得出。

但是上面的例子仍然不是狭义的纯量词，而且我们不知道这后一个领域中自然的非加法例子。因此，正如在 2.3 节看到的那样，逻辑中一个深刻的结果是相关的，自然语言的量词系统在不完全性和不可判定性到来的地方恰恰停止算术边界线。因此，虽然这一点相对比较强，但是它仍然享有加法算术的理论性质。许多甚至关于高阶量词的行为或比较的问题一定是可判定的。

实际上，这里有某种警告。上面的论证只提供了对算术上给定的量词获得下推自动机的能行途径。反过来则要求某种补充推理。首先，给定一个计算量词的下推自动机，找到一种等价的上下文无关的语法。文献中这种对应的标准证明是能行的。其次，帕瑞克定理的证明提供了一种为语法指派半线性集的能行方法。最后，把后者录入加法算术的格式也是能行的。因此，如量词作为（目前意义上）过程的等价实际上是可判定的。这有点儿令人吃惊，因为一般都知道下推自动机的等价是不可判定的。很明显，我们限制到排列封闭语言在这一方面起主要作用。

2.6 扩展框架

前面几节的许多细节与限定词或者甚至与特殊的量词联系在一起。然而，其他类型的语言表达式也要提出过程解释。

例如，对条件赋值的时候，这些条件被看做前件和后件场合的集合之间的广义量词（参见 van Benthem（1984b）论文），要搜索可能世界的“相似图”，这里相对位置就像数一样重要。同样，Suppes（1982）提出形容词的过程指谓，按

照特定的比较次序确定个体的位置。这些类似的情况可以包含在图自动机这个概念之下，这里图自动机穿过非循环结点图，并且可能带有某些特征。精确的定义以及对后一种理论（扩展这篇文章结果）的最早研究可以从 van Benthem（1986a，1986b）那里找到。

为特定语言表达式的实际指谓取一些过程，最终是富有成果的视角，提出各种新的语义问题。实际上，苏佩斯建议把这种想法扩展到所有自然语言，甚至举出对专名的“过程”观点作为“同一的标准”。当这样的研究以这种一般性提出来的时候，某种警告是正当的。

专名的情况可能指向一种可能的混淆。即使按照正统的观点，对语言的每种解释中，语言的各项和它们的指谓之间有某种函数联系，而且这个函数可能伴随一个过程。因此，“Julia”指 Julia 这个女孩儿，但是当你看到她的时候可能需要一个过程来识别她。以另一种方式来说，一种过程观点可能适合弗雷格的含义（senses），而不干扰传统的指谓。

然而，真正的过程观点在这种意义上不是外延的。可以说它建议应用“内部模型”。即便如此，一种容易做到的滥用也产生威胁。在类型论的框架内，看起来每种指谓都是一个函数，也可能被看做一个过程。因此，过程观点只是由于从这种一般的层次下降才被咬伤。

但是，可能看起来似乎语义流行问题只是变得更坏。在集合论的输入/输出的意义上，一方面一个函数会对应于许多计算它的内涵上不同的过程。另一方面，尽管如此，这种内涵移动也暗示一种基于类型论模型的更加“范畴的”视角，每个函数的域包含足够多但不必然包含所有的集合论上可能的箭头。实际上，也由于其他原因，语义学家可能采取所谓的类型 λ－演算的模型（它们通常的出现）和卡氏封闭范畴之间的对应。

即便如此，范畴视角并不提出对所有可能过程的集合的具体限制。要获得后者，我们可能试图弄清楚语义意义的可计算性的一般条件。比如，难道应该限于注意递归函数吗？这种特殊的建议有它明显的缺点。在有穷域上，它显然成立，在无穷域上，它很快就瓦解了（注意，以作为非空交的“有的”为例，它不是递归谓词，即使作为递归集上的非空交，也不是递归谓词）。人们已经断言，如果与合适的模型结构一起使用，连续函数这个概念是这里真正的概念（斯科特域语义意义上的概念）。但是，这样全局的概念似乎离那些给予过程语义学最初想法滋味的实际例子十分遥远。

因此，追求进一步的个例研究，就像本文的那些研究，可能是找到过程语义的实质形式的更明智的方式。然而，不管最终结果如何，应该强调这项研究并非与通常的指谓观点不相容。“真之条件”和（适当理解的）“证实条件”之间总

是有一种可利用的区分。通过把目前关于可计算性的考虑（大概还有可学习性）引入语义学，后一种观点可以补充前一种观点。如果这篇论文为这样一种发展提供了立足点，它将充分地实现它的目的。

致　　谢

我想感谢与苏佩斯富有启发的交流，而且特别感谢彼得斯，没有他的不断建议和鼓励，这篇论文就不会写出来。语言和信息研究中心提供了所有这一切的环境（更早的一个版本是 CSLI 的技术报告 85～27，1985 年 7 月）。

参考文献

Ginsburg S. 1966. *The Mathematical Theory of Context-Free Language*. New York: McGraw-Hill

Ginsburg S, Spanier E. 1966. Semi-Groups, Presburger Formulas and Languages. *Pacific Journal of Mathematics*, 16: 285～296

Hopcroft J, Ullman J. 1979. *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*. Reading, Mass: Addison-Wesley

Keenan E, Stavi Y. 1986. A Semantic Characterization of Natural Language Determiners. *Linguistics and Philosophy*, 9: 253～326

Mendelson E. 1964. *Introduction to Mathematical Logic*. Princeton: van Nostrand

Suppes P. 1982. Variable-Free Semantics with Remarks on Procedural Extensions. In: Simon T, Scholes R eds. *Language, Mind and Brain*. Hillsdale, N J: Lawrence Erlbaum. 21～31

van Benthem J. 1984a. A Linguistic Turn: New Directions in Logic. In: Marcus R, et al., eds. 1986. *Proceedings 7th Internal Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science*. Salzburg 1983. Studies in Logic 114. Amsterdam: North-Holland. 205～240

van Benthem J. 1984b. Foundations of Conditional Logic. *Journal of Philosophical Logic*, 13 (3): 303～349

van Benthem J. 1984c. Questions about Quantifiers. *Journal of Symbolic Logic*, 49 (2): 443～466

van Benthem J. 1986a. Essays in Logical Semantics. *Studies in Linguistics and Philosophy*, 29

van Benthem J. 1986b. Towards a Computational Semantics. In: Cooper R, Engdahl E, Gärdenfors P eds. *Proceedings Lund Workshop on Generalized Quantifiers*. Studies in Linguistics and Philosophy. Dordrecht: Reidel

van Benthem J, ter Meulen A. 1985. *Generalized Quantifiers: Theory and Applications*. GRASS series 4. Dordrencht, Cinnaminson: Foris

van Benthem J. 1983a. Determiners and Logic. *Linguistics and Philosopy*, 6: 447～478

van Benthem J. 1983b. Five Easy Pieces. In：ter Meulen，ed. *Studies in Model-theoretic Semantics.* GRASS Series 1：1 ~ 17. Foris，Dordrecht and Cinnaminson.

附　　录

自从写了这篇文章（1984 年 6 月），文中主题已经出现了一些进一步的发展。如对于一般的过程方法，在 S. 洛伯耐的“作为自然语言的主要模的量化”中可以找到一种合适的视角。洛伯耐引用了很大范围的语言学材料来表明，对量词和相关构造进行赋值牵涉到以某种次序考察域。一些进一步的技术结果和观察按照本文的主标题分成以下几组。

有穷自动机

一阶量词被表明是那些有排列不变和非循环的有穷状态自动机的量词。正如我们上面看到的那样，排列不变自动机识别排列封闭的语言，反过来也成立，勒让德表示自动为排列封闭的正则语言提供排列不变的识别机器。对于“非循环”这个概念，可以表明具有非循环有穷状态识别器的语言恰恰是那些可检测正则语言，这些语言在文献（McNaughton W，Papert S. *Counter-free Automata.* Cambridge Mass：MIT Press，1971.）中起着核心的作用。

下推自动机

这里对带两符号字母表的半线性语言的下推可计算性证明有一些说明。

（1）为了识别由（m_1，m_2）+ x_1（m_{11}，m_{12}）+ ⋯ + x_n（m_{n1}，m_{n2}）给出的数字 0，1 序列，如何读取和反应呢?

假设我们有一个符号 1 的齐次栈，都在状态（0，0），而且正确不变的东西成立，即 0 和 1 在 <状态 & 栈 & 要读的序列> 中出现的总和仍然满足线性模式。我们想要提前读取从而挑出足够的 0 和 1 来达到出现总和中 <状态 & 栈> 的第一对 m_{i1}，m_{i2}，或者大概是 m_1，m_2 自身。我们“放弃状态”或“跨过”，并且重复这个过程。现在，为了得到 m_{i1}，m_{i2}，我们必须挑出太多的 0 或 1（尽管不是二者）。例如，假设有太多的 0（“太多的 1”仍然在栈上）。我们首先把所有符号 1 从栈传送到状态（这一定是可能的，如果有太多的 1 已经在那里，就没有必要挑出比所要求的 0 更多的东西），把所有已读符号 1 放进状态以及足够的符号 0（使其他符号成为栈）。

（2）为什么这只对两符号字母表起作用呢?

例如，对三个符号，我们不能坚持一个“齐次”栈，这对于论证是十分重要的。例如，假设我们“正则地”存储如下：0…0 1…1。现在，第一个三元组出现了，如（4，2，1）。一个问题是使其他已读符号 0 成为栈会破坏齐次性。更严肃地说，假设我们在读了足够多的 0 和 1 之后遇到了第一个符号 2。有可能不能通过提取达到所要求的状态，因为太多的中间符号 1 可能从初始符号 0 就阻止我们。而且其他的造栈方式有相似的问题。

图自动机

我们的图自动机在非循环有根有穷图上从子代到母代向上移动的行为可以描述如下：

- 给定有穷状态机；
- 考虑目前检查过的结点上的特征，决定在哪个状态发动机器；
- 决定哪些搜索通过子代上所有最终符号，这里留下这些搜索作为机器前面的行为产生的最终结果；
- 在最终状态上终止，这在我们的结点上留下一个标记。

关于这种机器的理论问题包括如下：

- 特征图的哪些性质以这种方式来计算？

一般被一个机器 M 接受的图的类可以使用一元存在二阶条件 π_M 来定义。但是在许多情况下，我们可以做得更好。经常通过图顶点的前驱上的简单条件以递归的方式给出 π_M，而且我们可以试图展开这一点而达到某个同样简单明确的定义。注意有下面的问题。

- 借助子代上终点状态的一阶条件给定对机器 M 的一种递归描述，那么 π_M 可以转化为明显的对所识别的树类的一阶定义吗？答案一般是否定的：贝特定理在这个非初等图类上失效。

但是，如果这个机器允许检查所有前驱而不仅仅是子代，那么就会出现一种重要的改进。在这种情况下，可以利用与算术的模态可证逻辑（Smoryński C. Modal Logic and Self-Reference. In：Gabbay D，Guenthner F，eds. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. 2. Dordrecht，Boston：Reidel，1984. 441 ~ 495）的语义的形式类比。特别地，德漾 - 萨宾不动点定理的证明所使用的算法可以用来计算简单机器 M 的明确 π_M。

实际上，对上面的领域有一种有趣的反馈。从我们的观点看，对上面定理的两种推广是极小必要的。可以有不止一个接受状态，因此我们需要“多个不动点”。此外，我们的机器将运用前驱集上的任意量词（不仅仅是 ∃、∀），而且我们需要任意的“一阶”不动点。因此，这两种推广都是有效的（布洛

斯；德漾）。然而，对于更高的自动机，这个结果可能失效，没有“明确化”结果对于如在大多数后继中这个量词成立（德漾）。所以自动机层级最终是重要的。

还有一类反过来的问题，下面是一个突出的例子。

- 给定特征图上的某个一阶条件，可以找到一个计算它的有穷状态图自动机吗？

关于这一点进一步的信息和其他主题，参见 van Benthem（1986b）。

3 多元量词*

夏素敏/译　刘新文/校

3.1　一元量词和多元谓词

标准的广义量词都是一元形式：

$$Qx \cdot \phi(x)$$

其集合论解释是"$[\![\phi]\!] \in Q$"。多元量词将其扩展到更高的元数（arity）：

$$Qx_1 \cdots x_n \cdot \phi(x_1, \cdots, x_n)$$

例如，下面的二元形式定义了所有传递的二元关系的集合：

$$Qxy \cdot \phi(x,y) := \forall x \forall y(\phi(x,y) \rightarrow \forall z(\phi(y,z) \rightarrow \varphi(x,z)))$$

语言学对（Mostowiki（1957）引入的）一元概念的使用，在著名的三部曲 Barwise 和 Cooper（1981）、Higginbotham 和 May（1981）、Keenan 和 Stavi（1986）的论文中得到了详细的描述。但是，近年来语言学家又转向了更为普遍的形式（由于 Lindström（1966）），参见 Keenan（1987b）和 May（1989），也可以参照 Bellert 和 Zawadowski（1987）的论文。本文谈到的是这一新发展的两个问题：其经验动因和理论特性，尤其是后者。

真正的多元量词模式并不能被视为量化式标准语义说明复杂性（epicycle）的唯一来源。[①] 还有一些东西至关重要，不论就语言学还是哲学而言都如此。实际上，这里复兴的是传统的"多重量化式"（multiple quantification）问题，早在中世纪的经院逻辑学家就研究过。现在，在 Dummett（1973）中有说服力地给出

---

* Polyadic Quantifiers. *Linguisitics and Philosophy*. Kluwer Academic Publishers, 1989. 437 ~ 464

感谢德梅 Sjaak de Mey，他的学位论文正是关于二元量化及其语言学现象的，他就本文中几个论题同我进行了令人兴奋的讨论。

① 这里的"epicycle"是在比喻的意义上使用的，指额外的复杂性——校者。

了公认的历史定论，即整个研究思路从一开始就被误导了。弗雷格最终解决了多重量化式的问题，解决方案就是忽略它，如果在更复杂语句模式的组合中不断重复使用一种解释时，有单个量词的一种解释就足够了。简单地说，多元量化式即迭代的一元量化式。这里记述的就是受到了语言学新发展挑战的这种看法。

自然语言中当前的广义量词理论也有一些棘手的情况（参见 van Benthem（1986）第一部分），这一理论已经分析了一元量词的某些特殊性质，如逻辑性、保守性和单调性。利用范畴语法中的技术，这个理论也有一个发展到迭代情况的标准的弗雷格式扩充。特别是我们可以导出及物语句

NP1 TV NP2，或 $Q1A \quad R \quad Q2B$

的广义量词含义（meaning），得到那个著名的宽域或窄域的读法。（量化式“标准”指的事实是这一扩充不是特设的，而是作为一个相当一般的类型组合程序的一个实例，参见 van Benthem（1986）第 7 章）。因此，我们下面将要详细地看到，迭代的一元量词模式将自动地继承其一元组成要素的各种指谓性质。例如，只需进行一个简单演算便可知，上述模式中 $Q1$ 和 $Q2$ 各自的保守性蕴涵了 3.3 节将给出严格定义的、复合的三元模式 Q（A，B，R）的保守性。类似地，作为组成要素的量词的单调性特点与其复合而成的量词的单调性之间也有系统联系。但是，相比之下，一旦本质上多元的模式被接受，就需要新的、而非既存的广义量词理论的自动扩展。

本文的主要工作相当审慎，只是就多元量化现象提出了一个更为系统的逻辑观点。纵观给出的自然语言中多元量词模式的例子，我们发现，有一些情形“接近”在所谓的迭代的一元可定义性的“弗雷格边界”（Frege Boundary），也有一些已经超出了这个边界。因此，用结构化数学术语来更精确地确定那条边界线是非常有意思的，这正是 3.4 节中的主要定理所达到的目的。这样一来，我们就可以对前面的经验事例做更系统的分析和分类。

另外，我们证明甚至迭代的一元量词模式本身将如何引出一些有趣的新问题，这些问题通常与“辖域”（scope）现象有关。在现有文献基础上，我们刻画了各种类型的无辖域量词，对它们来说，迭代是相对“松散的”。（在此领域中，另一个值得注意的论题是在 Keenan（1987a）中出现的“格”这一概念的结构化定义，它基于上面提到的及物语境中的类型转换机制。）

最后，我们将用实例阐明这里特有的观点最终如何成为一个更为一般的类型论观点，以便从自然语言的这一多元性特例中学到的语义课程得到最大的语言学收获。

3.2　多元性的经验证据

除 3.1 节中最初给出的技术性例子之外，自然语言中还有什么是真正的多元量化的证据呢？这是需要回答的一个核心的经验问题，我们将评述一些被提议的竞争者。这里必须注意的是，核心问题是某些多元模式是否存在一个到其一元组成成分的自然分解，而不是它们都是否一阶可定义的。实际上，并非所有弗雷格迭代都是一阶的，也并非所有真正的多元量化式都是高阶的。

第一个相当明显的例子是弗雷格程序本身产生的。

3.2.1　一元迭代

迭代会带来一些复合物，如

$Q_1x \cdot Q_2y \cdot \phi(x,y)$　（对照“每个男孩爱一个女孩”(Every boy loves a girl)）

当然，正如 3.1 节已经看到的那样，这种复杂性可以完全通过运用一元量词意义的组合来处理。

但是，再做某些添加，这些迭代情况便使人有了兴趣。例如，克能给出的如下例子。

每个男孩都爱一个不同的女孩（Every boy loves a *different* girl）

这里，其意义不再是一个简单的可分解的 ∀∃ 式，因为所表达的依赖性应当是一一的。克能将后者作为真正的二元广义量词。

当然，在此可能仍然倾向于将“不同的”处理成普通一元迭代之上的高阶算子，以反映我们关于这一句子的组合结构的直观思想——处理成“连通的(Connected)”（或“固定的（frozen)”）迭代。

在与其他常见的语言过程的相互作用中会产生此类现象的更多例子。

3.2.2　与指代照应联系的迭代

一元迭代可以与指代照应联系“绑在一起”。对于这种情形，可能仍然倾向于将其分析为（高阶转换结论应用到）基本一元模式的实例。例如，一元谓词“男孩”以及“爱他的女朋友”对下述语句

每一个男孩都爱他的女朋友（Every boy loves a girl-friend of his）

起作用。但是显然，对 May（1989）探讨的巴赫－比德斯型语句

曾经爱过她的一个男孩离开轻视他的女孩（a boy who loved her left the girl who despised him）

便不起作用。如梅所论证，在这里显然需要一对（couple）个体之上的量化

式，以获得正确的读法。

Fenstad 等（1987）给出了相关的看法。

3.2.3 参数化

如下“驴子句”：

每个拥有一头驴子的农夫，打它（Every farmer who owns a donkey, beats *it.*）

可以分析为参数化的一元情形，即以 x 为参量的“每个 *AB*”。

（每个拥有一头驴子 x 的农夫）$y \cdot y$ 打（x）/（Every farmer who owns a donkey x）$y \cdot y$ beats（x）

“参数化”是什么意思？一种观点认为，用于每个 x 的实际值将其转化为一个普遍的一元情形，即

$$\forall x: \forall y((\text{农夫}(y) \& \text{拥有}(y,x) \& \text{驴子}(x)) \rightarrow \text{打}(y,x))$$

但是对于

大多数拥有一头驴子的农夫，打它（most farmers who own a donkey, beats *it.*）

这句话并不意味着“对所有的驴子，对大多数农夫……”，这样的句子就不成立了。显然，最好的策略也是使用成对量词，即多元量词：

“每个 $xy \cdot \cdots$/every $xy \cdot \cdots$”，“大多数 $xy \cdot \cdots$/most $xy \cdot \cdots$”

题外话 当然，后一种读法仍然有问题。因为“大多数”（most）语句现在不需蕴涵如下语句。

大多数拥有一头驴子的农夫，打一头驴（most farmers who own a donkey, beats a donkey）的（一元读法），这一句子无论其结构如何，都似乎是前一个句子的逻辑后承。但这并非我们此处关心的主要问题。■

下一个例子是 May（1989）研究的另一种情形。

3.2.4 回到正题

句子“无人不曾爱人”（no one liked no one）的一种读法是

$$\text{没有}\ xy \cdot \phi(x,y)(No\ xy \cdot \phi(x,y)),$$

这表达的是没有一对（x, y）属于$[\![\phi]\!]$。现在，由于量词“没有”（no）的两种迭代的一元读法都没有这种意义，因此，二元读法又看起来是必要的。

当然，要注意从更广泛的意义上看，存在着一元归纳式。即

$$\text{没有}\ xy \cdot \phi(x, y)$$

$$\Leftrightarrow \text{没有}\ x \cdot \exists y \cdot \phi(x,y)$$

一个 $xy \cdot \phi(x, y)$

$$\Leftrightarrow \text{一个 } x \cdot \exists y \cdot \phi(x,y) \,\&\, \text{一个 } y \cdot \exists x \cdot \phi(x,y)$$

对于“两个”（two）、“三个”（three）等量词有类似的归约，只是复杂性逐渐增强。在 3.4 节，我们将回到这种现象。

我们来看最后的一种情形。

3.2.5　累积读法

除两种二元分解式之外，类似于

3 个女孩吃 5 个李子（three girls ate five plums）

这样的句子有一种所谓的“累积”读法，其中被（3 个）女孩吃掉的李子的总数等于 5。Scha（1984）指出，后一种读法不能归约到“3（5）”或“5（3）”这两种可能的辖域读法中的任何一种。

正如前面的例子一样，在更广的意义上，这里也存在如下简单模式的一元归约：

$$3 \text{ 个女孩 } x \cdot \exists y((\text{李子}(y) \text{ 和吃}(x,y))\,\&$$
$$5 \text{ 个李子 } y \cdot \exists x \cdot (\text{女孩}(x) \text{ 和吃}(x,y))$$

小结一下，这些断言似乎证明了

- 对于自然语言中广义量词的较高的（非一元的）类型的必然性，有一个需求的好形势；
- 当然，这些例子仍然与标准情形相似，因为它们就是像个体自身那样来处理个体序组；
- 另外，出现了各种相当复杂的一元归约，值得特别关注。

为了得到高阶情形，应当看一看真正的分叉量化（见 Barwise（1979），Sher（1988）），或者克能型例子及同类，其中都没有任何明显意义上的弗雷格归约。

3.3　指 谓 约 束

前面的讨论至少激发我们采用一个更贴近的视角看待多元量词的一般逻辑性质。为了方便和实用起见，我们将集中考察二元情形。

对于 n 个个体构成的论域，潜在的二元广义量词的类是相当大的。从范畴上来讲，模式 $Qxy \cdot \phi(x, y)$ 中 Q 的类型是

$$((e,(e,t)),t)$$

相应地，其指谓的论域的大小为 $2^{(2^{(n2)})}$。但是，这里有一些可能成立的指谓约

束，正如一元情形的理论存在的理由一样（见 Westerståhl（1986b）综述）。

3.3.1　逻辑性

逻辑性这一一般的范畴概念也用到这里（参见 van Benthem（1986）第 3 章）：作为 Q 对由个体排列导出的二元关系的排列不变。对所有这样的排列 π，要求一个多元量词满足：

对于所有的二元关系 R，$R \in Q$ 当且仅当 $\pi[R] \in Q$

（这样，保持了关系的"箭头方式"，而无需顾及其末尾出现的特殊个体。）要了解这种要求造成的影响，必须确定关系

$$R \approx S$$

这种关系定义为"对某个个体排列 π，$S = \pi[R]$"。对于一元关系 R、S，这恰恰等于等势性。而对于二元的 R、S，$\approx$ 的行为要复杂一些：

例 1　$n = 2$，$\approx$ 有 10 个等价类。■

题外话　存在 $\approx$ 的一个逻辑刻画。

命题 1　在有穷论域 M 上如下各个说法等价：

- $R \approx S$。
- 对于带二元谓词字母 X 和等词的所有一阶公式 σ，M，$R \models \sigma(X)$ 当且仅当 M，$S \models \sigma(X)$。
- 前一个条款仅对全称正一阶 σ 成立。

这个结论可以在初等模型论中得到证明。但它仍然不能得到一个对数字不变的匹配 $\approx$。■

继续我们的讨论，一个逻辑量词 Q 现在能够完全指定为其认可的 $\approx$ - 等价类组成的集合。这种逻辑二元量词的例子是

（1）逻辑一元量词的所有迭代；

（2）归约为"对"（couple）上的逻辑一元量词的所有复指量词。

但也有如前面提到的所有传递的二元关系的类。

所有这些情形的后面有一个一般的结论，参见 van Benthem（1986）7.5 节。

命题 2　可以由类型论（带等词的完整人兰姆达语言）的某个公式仅使用逻辑参数所定义的、二元关系之上的任意谓词本身是逻辑的。

反之亦成立。某个固定的有穷论域上的每一个逻辑多元量词，在这个论域上的类型论语言中都是可定义的（参见 van Benthem（1987）。可以了解逻辑不变性与类型论可定义性之间的一般联系）。

最后可以发现，在通常意义上，一元迭代的逻辑性（上述情形（1））实际上是由其一元成分的逻辑性可推出的。因此，推广的技巧就是要看在一般情况下，一元成分的哪些可推出的性质对多元量词也成立。

3.3.2　保守性

最后，我们的整个讨论将必须包含量词可以带有限制谓词到子域的情景。这样做的原因除了与那些关于一元量词（普遍模式为（QA）B 或 Q（A，B））的做法十分类似，也有一些新原因，参见 3.2 节中的例子。

例如，像

没有 A 喜欢没有 B/（no A likes no B）

这样的复指，需要有点像

$$\text{没有}\;\underset{x\quad y}{\overset{A\quad B}{}}\;\cdot \mathrm{L}(x, y)$$

的一个表示。

前面提到的驴子句可以表示为更明显的形式：

所有 $x^{s}y \cdot R(x, y)$

因此，一般地说，约束本身可以是相关变元的序组上的关系（Higginbotham and May，1981）。

注记　Keenan（1987a）证明，第一类型的（技术上具有类型（1，1，2）的）例子中的约束不能自然地归约到第二类型（具有类型（2，2））。其中明显的变化是将 A，B 替换为二元关系 $A \times B$，无疑有一定的缺陷。■

因此，需要对某些“一元”主题作为保守性进行推广（Keenan and Stavi，1986），也需要对约束与谓词主目位置的相互作用进行研究。van Eyck（1987）就此进行了首次尝试。例如，在刚刚提到的被限制的二元形式 Q（S，R）中，保守性变成

$$Q(S,R)\ \text{当且仅当}(Q(S,R \cap S))$$

同样地，逻辑性变成

$$Q(S,R)\ \text{当且仅当,对于所有个体排列}\ \pi, Q(\pi[S],\pi[R])$$

对两个一元限制的情形也可以给出相似的定义，举例来说，其中保守性采用下述形式

$$Q(A,B,R)\ \text{当且仅当}\ Q(A,B,R \cap (A \times B))$$

至少对于一元迭代的情形而言，通过说明普通的保守性如何对一元量词不能适

用，可能再次激发这一需求：

$$\begin{aligned} Q^A x \cdot Q^B x \cdot Rxy \text{ 当且仅当 } & Q^A x \cdot Q^B x \cdot (Rxy \ \& \ By) \\ \text{当且仅当 } & Q^A x \cdot (Q^B x \cdot (Rxy \ \& \ By) \ \& \ Ax) \\ \text{当且仅当 } & Q^A x \cdot (Q^B x \cdot (Rxy \ \& \ By \ \& \ Ax) \ \& \ Ax) \\ \text{当且仅当 } & Q^A x \cdot Q^B x \cdot (Rxy \ \& \ By \ \& \ Ax) \ \& \ Ax \\ \text{即：} & Q^A x \cdot Q^B x \cdot (R \cap (A \times B))xy \end{aligned}$$

此后，为了技术上的方便，我们在后面的讨论中将使用较简便的未加限制的形式。

3.4 找出弗雷格边界

依据前面的介绍，对于一元弗雷格迭代与本质上多元的量词之间的界线的确切位置，我们有着很明显的兴趣（也可以对照 May（1989）、Sher（1988）为语言学推理所讨论过的各种归约）。随着前面对逻辑性的研究，产生了如下问题：

存在某种刻画可由一元组合式定义的弗雷格二元量词的特殊类的不变性吗？

事实上，确实存在。

3.4.1 必要条件

我们首先给出一个定义：

定义 1 一个量词 $Qxy \cdot \phi(x, y)$ 是一个*一元复杂式*，仅当它可被定义为形如

$$Q_1 x \cdot Q_2 y \cdot \varphi(x, y)$$

的布尔复合，其中 Q_1，Q_2 是逻辑的一元量词。

我们首先隔离出这样一些复杂式的一个不变性质。

定义 2 置 $R \sim S$，仅当对于所有的个体 x，

$$|R_x| \sim |S_x|$$

其中，R_x 表示 $\{y \mid (x, y) \in R\}$。

一个量词 Q 为*右定向的*，仅当它对关系 ~ 封闭。

命题 3 所有一元复杂式都是右定向的。

证明： 对于所有的个体 x，$Q_2 y \cdot Rxy$ 成立当且仅当 $R_x \in Q_2$，当且仅当（据 $R \sim S$ 的定义以及 Q_2 的排列不变性）$S_x \in Q_2$，即 $Q_2 y \cdot Sxy$。而这样便有，$Q_1 x \cdot$

$Q_2y \cdot Rxy$ 当且仅当 $Q_1x \cdot Q_2y \cdot Sxy$。■

作为一种应用，要注意前面的传递性不是一元可定义的，参见图 3-1 反例（其中 $R \sim S$）：

（传递的）　（非传递的）

图 3-1

注记　上述结论可以扩充到包括定义 $Q_1x \cdot Q_2y \cdot Ryx$ 的逆向形式——利用有关前趋的一个附加要求：

$$|_xR| = |_xS|$$

举例来说，传递性仍然为不可定义的，因为上面的 R，S 也满足这一附加要求。

■

3.4.2　充分条件

上面的语义行为对一元可定义性是否也是*充分的*呢？前面的复指已经给出了一个说明。这些都是右定向的（原因如下：如果对于所有 x 有 $|R_x|=|S_x|$，那么 $|R|=|S|$）。并且事实上它们都是由一元复杂式可定义的。

例子　命题“两个 $xy \cdot Rxy$”等价于一元复杂式：

$$(P1x \cdot \exists y \cdot Rxy \ \& \ \exists x \cdot P2y \cdot Rxy) \vee$$
$$(P2x \cdot \exists y \cdot Rxy \ \& \ P2x \cdot P1y \cdot Rxy)$$ ■

这一观察可以启发如下一般结论的产生。

定理 1　在任意的有穷论域上，一个二元量词 Q 由某一元复杂式可定义当且仅当它满足下述两个条件：

（i）Q 是逻辑的（即排列不变的）；

（ii）Q 是右定向的。

证明：从左到右方向。可由前面的观察得出。

从右到左方向。假设 Q 满足上述（i）和（ii）。设有 n 个个体。下述一元复杂式定义了量词 Q：

$$\bigvee_{R \in Q} \bigwedge Pn_jx \cdot Pjy \cdot Rxy$$

其中的合取支枚举了出现在 R 中所有 $|Rx|$ 的大小以及它们精确的重数。

为了证明这是起作用的，只要验证如果一个关系 S 满足这个公式，那么它一定属于 Q 就够了。现在，S 将满足某些析取支，因此，同某些 $R \in Q$ 一样，它有

同样的“R_x－分布”。令 π 将恰有 j 个 S－后继的 n_jx 指派给恰有 j 个 R－后继的 n_jx 的任意的个体排列。那么我们有

$$S \approx \pi[S] \sim R$$

据条件（i）和（ii），S 也一定在 Q 中。■

为了详细表明这种情形，我们来考虑前面两个量化类型。首先，如上述观察，复指量词都是右定向的且逻辑的，确实具有上述种类的一元归约。其次，累积量词不是右定向的，正如关于女孩与李子的图形显示的那样（图 3-2）。

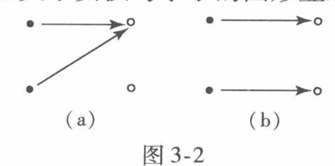


图 3-2

两种关系模式是～－连通的。就图 3-2（a）来说，两个女孩吃一个李子（是累加的）；就图 3-2（b）来说，两个女孩吃两个李子（也是累加的）。无论如何，都可以表明累加量词具有稍弱的*左和右定向*性质。也就是说，它对从一种关系到如下关系的转换保持不变，这一关系与原来的关系一样在每一个点上都具有同样多的后继和前趋。现在，差不多与上述证明相同的证明就可以建立起如下等价关系：左和右定向性加逻辑性与就容许关系 R 及其逆的一元复杂式而言的可定义性之间的等价。这就解释了各种各样带有 3.2 节出现的累加量词的一元归约性。

前面的可定义性结果仅仅是*局部的*，仅在某些特定论域中成立。但它也可以被扩充，以形成一种在所有有穷论域中统一的一元可定义性的刻画。

另外用这种方法进行的反驳都是十分有力的，因为它们用于驳斥某特定模型中的一元可定义性。对此现象的另一个说明是克能量词，从技术角度来看，其读法如下：

“$\forall x \exists y Rxy$ & R 包含一个相同论域的 1－1 函数”

后一个陈述在图 3-3 情境（取恒等函数）中为真。

但在图 3-4 情境中，这种情况便不成立了。尽管这三个对应的点具有同样多的后继和前趋，即～成立。

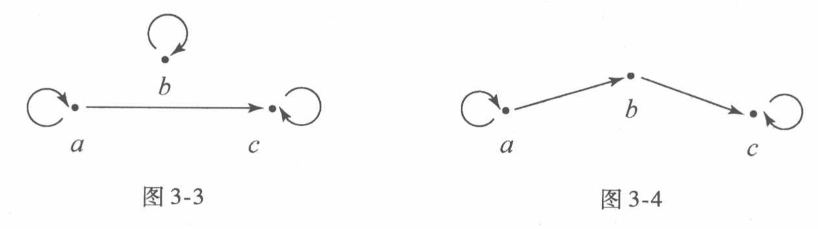


图 3-3　　图 3-4

但是，没有一一函数可供选择，因为 b，c 的值会有冲突。

一般来说，克能量词不是一阶可定义的，即使在有穷论域上也不是一阶可定义的（可以通过弗雷斯型博弈推理加以证明）。

注记　克能本人（私下）并不肯定上述对其“不同”句子的高阶读法。但是这里所给出的图示论证看起来似乎对这一量词组合的其他含义的整个范围也起作用。

Keenan（1987b）对一元归约问题也有所研究。但当时他的观点和结论与此处给出的有所不同，包括用到的各种术语也有所不同。■

3.5　探究多元性领域

以各种自然的语义不变行为的类这一方式，上述诸多方法为多元量词提出了一个较为系统的视角。一个极端是最大的类，即纯逻辑的数，它对个体排列不变。另一个极端是序组上的“复指量词”的类，它们甚至对个体对的排列也是不变的。实质上，后者仅能表达〚ϕ〛的指谓在基数上的条件。由于每一个个体排列都导出唯一一个关于对（couple）的排列（尽管反之不成立），这确实增强了通常的逻辑性。

来看后一种情况的一个明显的反例，考虑前面提到的克能量词“每个 A R 一个不同的 B”（every A R a different B）。它在图 3-5（a）的情形中成立，但在另一种情形（由对的排列引起）中不成立。

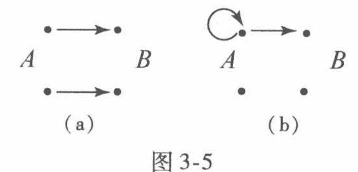


图 3-5

另外，对的排列的中间类型可以很好地描述很多重要的、特定的多元量词类。可以在 Higginbotham 和 May（1981）及 de Mey（1987）那里找到一些例子。例如，对相互代词（reciprocals）的分析。

例 2　这里给出一个以前的论文里的一个说明。正如逻辑性的定义中那样，对的排列可以由个体排列所导出：

$$\pi(a,b)=(\pi(a),\pi(b))$$

但同样，独立排列对于两个主目位置也是允许的：

$$\pi(a,b)=(\pi_1(a),\pi_2(b))$$

在这样双重（duplex）排列下的不变性定义了一个新的量词类，这是处于逻辑的与复指的情形之间的一个类。下面是一些相关的观察：

- $\lambda R \cdot \exists x Rxx$ 是逻辑的，但并非双重－不变的。
- $\lambda R \cdot \exists x \forall y Rxy$ 是双重－不变的，但不是复指的。

这类量词的一个比较复杂的例子是 $\lambda R \cdot \forall x \forall y \exists z\ (Rxz \ \&\ Ryz)$：这并非第 3.4 节意义上的"一元迭代"。 ■

这个例子也提出了一个记录特殊不变性效果的更为形式的方式。也就是说，与它们在关于关系 R 的标准一阶陈述上的行为有关。如上所述，所有这样的陈述都是逻辑的。但除此之外，限制出现了。

举例来说，是否存在一个定义双重不变的多元量词的那些一阶公式的恰当的句法刻画？

题外话 德梅认为 3.4 节给出的弗雷格量化的分析本身使人回想起另一类排列不变性，那是与希金博特姆和梅一起发现的。称一个对的排列为独立双重的，仅当它可记为如下形式，允许第二个主目独立于第一主目的移动：

$$\pi(a,b) = (p(a), q_a(b)),$$

其中，p 为个体排列，所有的 q_a 都是定义在 R_a 上的内射。

严格的对应如下。

命题 4 一个二元量词是由某个一元复杂式可定义的，当且仅当它对独立的双重排列不变。

证明： 只需证明独立的双重不变性等价于逻辑性加右定向性。首先，从左到右，逻辑性是所有 q_a 等于 p 时的特殊情况。同时，设 p 为恒等映射时，由 y 可得出右定向性。其次，从右到左，注意有

$$R \sim \{(a, p^{-1} \cdot q_a(b)) \mid (a,b) \in R\} \quad (= R^*)$$

以及

$$p(R^*) = \{(p(a), q_a(b)) \mid (a,b) \in R\} = \pi(R)。$$

然后再利用右定向性和局部性。 ■

一般来讲，并不需要自同构不变性作为描述语义范围的唯一方法。实际上，先前给出的右定向性概念及其明显的对偶"左定向性"也可以很好地定义自然的迭代类，它们两个都包含在已经提到的"左和右定向的"量词类中。

但是，就相反的方向而言，可坍塌为一种极端情形。

命题 5 任何既是左定向又是右定向的逻辑二元量词都是对有序的个体对的任意排列不变的。

证明： 这里仅给出一个大致思路。基本的一点是，仅改变后继步骤中的输入

或输出的箭头，根本不改变后继或前趋的数目，便使得任意两个具有同样基数的二元关系都可以相互转换。可以尝试用一些图画来进行说明。例如，上面用于说明克能量词的图 3-3。■

例 3　图示链（图 3-6）说明了带有相等基数的关系的转换方法。

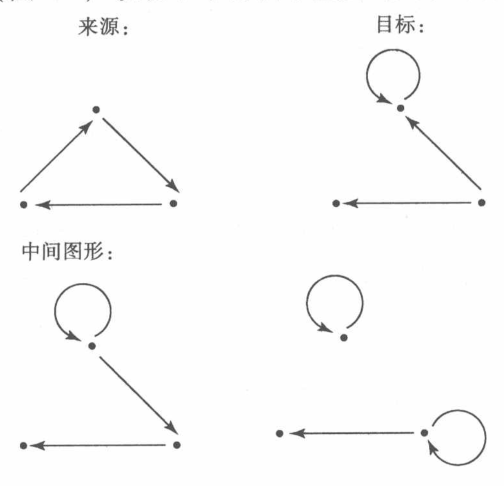


图 3-6

第一个步骤涉及入次度（in-degree），第二个步骤也是一样，而最后达至目标的一步涉及出次度（out-degree）。■

因此，前面提到的复指量词可以描述为那些它们本身的一元迭代的量词，同样它们的逆也有这样的迭代。

所得多元量词的图示见图 3-7。

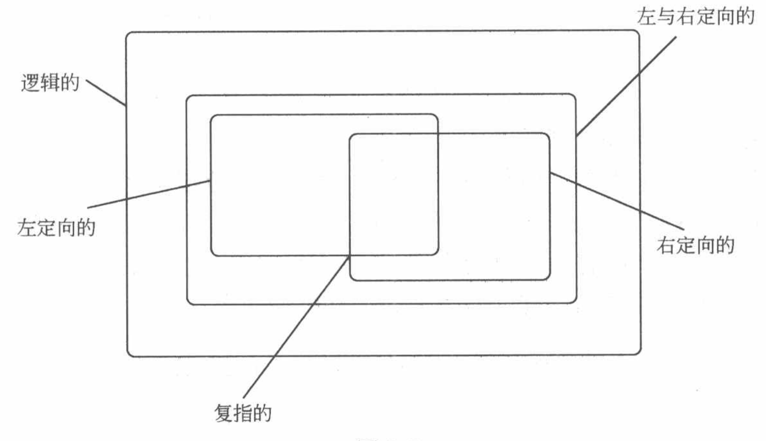


图 3-7

Sher（1988）给出了描画这个范围的另一种方法。其重点放在一个逻辑表示语言中多元量词的逐渐更为一般的定义模式上。例如，在最简单的“独立”情形中，有一个类似3.2节的累积模式：

$$Q1x \cdot \exists y \cdot Rxy \;\&\; Q2y \cdot \exists x \cdot Rxy$$

接下来，就可以阐明真正复杂的情形了。例如，从“正分叉”得到启发的如下模式：

$$\exists A \in Q1 \, \exists B \in Q2 \cdot A \times B \subseteq R$$

它可由包含的“最大化”变体代替，并且最后由一个非常宽泛的模式，将两个ヨヨ替换为更一般的逻辑量词。

按照本文的主要观点，可以通过结构化的语义条件来分析这些模式。尤其是，所有的模式都满足逻辑性和保守性的一般约束（参见3.3节）。例如，其中最主要的，“独立”模式 σ 添加了

（1）被动转换（Passive Transformation）下的不变性：

$\sigma(Q1,R,Q2)$ 当且仅当 $\sigma(Q2,R^{\cup},Q1)$，

其中 $R^{\cup}$ 是 R 的逆。

例如，在复指读法中，我们发现“三个女孩吃五个李子”等价于其被动形式“五个李子被三个女孩吃”。

（2）定义域/值域相等性下的不变性：

$\sigma(Q1,R,Q2)$ 当且仅当 $\sigma(Q1,S,Q2)$，

仅当 Do（R）= Do（S），Ra（R）= Ra（S）。

这些特殊约束也都有各自独立的意义，参见3.6节对被动式的讨论。

但是，上面提到的更一般的第二个模式有明显的推理性质，如三个主目“$Q1A$”，“R”，“$Q2B$”中的向上的单调性。按照这种读法，“至少三个男孩亲吻至少四个女孩”蕴含“至少两个男孩接触至少两个女孩”。

石尔给出的一个有趣的观察是，这些模式之间可能出现令人吃惊的坍塌。例如，Barwise（1979）的“向下分叉”，

$$\exists A \in Q1 \, \exists B \in Q2 \cdot R \subseteq A \times B,$$

被证明等价于迭代的“独立”变体：

$$Q1^{A}x \cdot \exists y \cdot Rxy \;\&\; Q1^{B}y \cdot \exists x \cdot Rxy$$

（即“$\mathrm{Do}(R) \in Q1A \;\&\; Ra(R) \in Q2B$”）

相反，作为3.4节中的方法的一个应用，我们证明了以下命题。

命题6 正分叉模式在迭代的独立格式中没有定义。

证明： 只需展示具有相同左和右定向的某个论域上的两个关系，其中仅有一

个满足正分叉模式。根据前面的定理，“独立”变体的迭代模式都不能定义后者，因为这样的迭代模式都是对这些区别不变的。

令量词为 $Q1 = Q2 =$ 至少两个。图 3-8 是两个相关的图示。

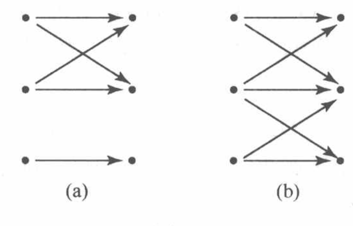


图 3-8

注意入次度和出次度在相应的点上是相同的。但只有图 3-8（a）满足正分叉模式。■

当然，多元量词还有其他类型的语义行为需要研究。现在，我们希望已经构建起了这样一种研究，至少是其可行性。

3.6 迭代问题

尽管一元迭代并非内在多元的，但在标准一元框架之外，它们会导致某些它们独有的有趣问题。毋庸置疑，已经在前面章节中强调过了，弗雷格多元量词的某些语义行为可由它们的成分自动预知。然而，迭代现象也会引发一些有趣的新问题。例如，有些作者已经研究了算子在这种背景下的辖域（scope）和顺序（order）。一方面，迭代本身对不同的辖域排序的出现也负有责任，但另一方面，在此过程中许多表达式展现了行为的某种自由，引起了相当一部分语言学家的关注（实际上，de Mey（1987）将缺乏辖域的歧义性当做对真正多元构造的可靠测验）。这里是对这一新兴潮流的一些阐述。

3.6.1 专名

Zwarts（1986）对缺乏关于布尔联结词的辖域的广义量词进行了研究，尤其是专名展示了语句否定和谓词否定的坍塌：

玛丽(不抱怨)⇔ 并非(玛丽抱怨)。

Löbner（1987）将这一性质称为“自偶性”：$Q = \neg Q \neg$ 。这似乎已经足够完全确定这一专名。但这不一定是真的。

例 4　考虑一个论域 {1，2，3}，带有量词 $Q = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{1,$

2，3}}。这样，Q 即使不作为一个滤子也是自对偶的——也因此不能成为任一专名的外延。 ■

但是这样一来，专名也满足合取式以及析取式的分配：

玛丽(抱怨或忧虑)⇔(玛丽抱怨) 或(玛丽忧虑)。

利用主超滤的标准刻画，日瓦茨得出如下结论。

命题 7 专名刚好就是那些对布尔联结词而言缺乏辖域的广义量词。

3.6.2 无辖域量词

在 Zimmermann（1987）那里，随着迭代的一元量词的产生，还有另一个无辖域性概念，齐默曼考察了如下模式中量词 Q 与所有广义量词 Q' 的可交换性，其中 Q，Q'为纯出现或者约束出现：

$Qx \cdot Q'y \cdot Rxy$ 当且仅当 $Q'y \cdot Qx \cdot Rxy$

另外，这里的主要例子是专名，齐默曼也证明了上述命题的逆向命题。

命题 8 无辖域量词刚好就是专名。

为了说明其中包含的推理，我们给出其证明的简化形式。我们推出关于布尔联结词的无辖域性——将这个命题归约为前面的结论。

否定 采用下面的半句法演算：

$-X \in Q$ 当且仅当 $Qy \cdot \neg Xy$

当且仅当 $Qy \cdot \exists z(z = z \& \neg Xy)$

当且仅当 $Qy \cdot \exists z \neg (z \neq z \vee Xy)$

当且仅当(!) $\exists z \neg \cdot Qy \cdot (z \neq z \vee Xy)$

当且仅当 $\exists z \neg \cdot X \in Q$[由于 $\lambda y \cdot (z \neq z \vee Xy)$]

当且仅当 $X \notin Q$

析取 令 $\{X_i \mid i \in I\}$ 为论域的一族子集。利用选择公理，选择其中一个子族 $\{X_j \mid j \in J\}$，连同代表元 y_j（$j \in J$）的集合 Y 一起，使得

(i) X_i 的并等于 X_j 的并；

(ii) 每一个 y_j 属于一个唯一的 X_j（对于 $j \in J$）。

然后，将个体之间的二元关系 R 定义如下：

Ryx 仅当对于某些 $j \in J, y = y_j$，使得 $x \in X_j$。

注意，$x \in \cup \{X_i \mid i \in I\}$ 当且仅当 $x \in \cup \{X_j \mid j \in J\}$ 当且仅当 $\exists y \in Y \cdot Ryx$。

推演如下：

$\cup \{X_i \mid i \in I\} \in Q$ 当且仅当 $Qx \cdot \exists y \in Y \cdot Ryx$

当且仅当(!) $\exists y \in Y \cdot Qx \cdot Ryx$

当且仅当 $\exists y_j \in Y \cdot X_j \in Q$(由于 $\lambda y \cdot Ry_jx$ 定义 X_j)

当且仅当 $\exists j \in J \cdot X_j \in Q$

当且仅当 $\exists i \in I \cdot X_i \in Q$。

对于后一个等价式，其中一个方向是显然的，因为 $J \subseteq I$。另一个方向，由任意给定的 $i \in I$，所选的族 $\{X_j \mid j \in J\}$ 可以被选择以包含 X_i。■

注记：在一定意义上，专名不是真正的广义量词，已经从类型 e 提升到类型 ((e，t)，t)（参见 van Benthem（1986）第 7 章）。因此，它们在后一范畴中运动的自由性可能确实是"低地位"（low status）的标记。我们可能很想知道类似的情形在一般意义上是否成立。

类型提升在这种背景下也有其他用处。例如，多元量词可以视为单调量词的自然提升形式，Keenan（1987a）对这个问题已有所研究。■

最后，结合 van der Does（1988）在感知动词下量化表达式的有效"输出（exportation）原则"讨论中发现的相关问题，我们将上述分析稍稍向前推进一步。特别是作者提到所有（向上）单调的量词允许关于存在量词的输出：

对于所有单调的广义量词 Q，

$$\exists^A x \cdot Q^B y \cdot Rxy \Rightarrow Q^B y \cdot \exists^A x \cdot Rxy$$

利用先前的证明方法，我们甚至可以把这紧凑起来，如下：

命题 9　允许其辖域内对所有单调量词输出的仅有的量词就是那些形如对于某个限制集 A 来说的量词有的 A（some A）。

证明：考虑任意足道的论域。假设量词 Q^* 允许这样的输出：即对所有二元关系 R，

$$\text{对所有单调的 } Q, Q^* x \cdot Qy \cdot Rxy \Rightarrow Qy \cdot Q^* x \cdot Rxy$$

简便起见，这里忽略约束谓词，我们能得出如下结论。

断定 1　Q^* 是"分裂的"：即

$$\cup \{A_i \mid i \in I\} \in Q^* \text{ 仅当对于某个 } i \in I, A_i \in Q^*$$

这可以从上面析取论证的从左到右的方向中看到，观察到那里的交换中所包含的量词确实是单调的。

断定 2　Q^* 本身是向上单调的。

假设 $A \in Q^*$，A 真包含于 B，但 $B \notin Q^*$。定义一个单调量词 Q 以及一个二元关系 R 如下：

$$Q := \{X \mid X \supseteq B\}$$

$$R := (A \times B) \cup ((B - A) \times (B - A))$$

所以，对 $x \in A$，$Rx = B$：这是 Q 的一个元素。接下来，对于 $x \notin A$，Rx 或者为 $B - A$ 或者为空集 $\varnothing$。现在，空集 $\varnothing$ 不在 Q 中，因为 B 非空。另外，如果（$B - A) \in Q$，那么，A 必然为空（因为（$B - A) \supseteq B$）。但是，这可以被排除，如下：

如果 $\varnothing \in Q^*$，则选择（向上单调的！）空量词 Q 以及空关系 R，与输出原则相悖。

因此，如果 $x \notin A$，那么 Rx 不是 Q 的元素。这样，总起来说我们有

$$\{x \mid Rx \in Q\} = A$$

因为 A 已在 Q^* 中，这说的是 $Q^*x \cdot Qy \cdot Rxy$。由输出原则，有

$$Qy \cdot Q^*x \cdot Rxy \qquad (\theta)$$

这样，对于 $y \notin B$，$yR = \varnothing$：这已经在 Q^* 之外。而对于 $y \in B - A$，$yR = B$：由假设这已经在 Q^* 之外。最后，对于 $y \in A$，$yR = A$。所有这些一起蕴涵

$$\{y \mid yR \in Q^*\} = A$$

由（θ），得出 $A \in Q$：即 $A \supseteq B$，完成证明。

现在，为了完成了主要的证明，如下等式很容易检验：

$$Q^* = \exists^A, \text{其中} A := \{x \mid \{x\} \in Q^*\}$$

（如果 $B \in Q^*$，由于 $B = \cup\{\{x\} \mid x \in B\}$，析取蕴涵某个 $\{x\}$ 在 Q^* 中，因此 $B \cap A$ 非空。） ■

作为一个推论，可以将齐默曼的结论强化为以下推论：

推论 1 量词允许对任意量词输出（无论是否向上单调），当且仅当它是专名或者空名。

证明：从左到右方向的证明，可以直接检验得到。

从右向左的方向。根据前面所得结论，对某个 A 来说，这样的量词 Q^* 的形式必然是 $\exists^A$。如果 A 为空集，那么 Q^* 为空量词。这样，假设 A 不空。只要证明 A 必然为单元素集合就足够了。为了避免矛盾，假设 $A = A_1 \cup A_2$，其中 A_1，A_2 为不相交的非空集合。根据 Q^* 的定义，$A_1 \in Q^*$，$A_2 \in Q^*$。现在，利用前面证明中给出的否定情形中与此相关的那一半，我们有

如果 $A \in Q^*$，那么 $\neg A \notin Q^*$

但是，如果 $A_2 \in Q^*$，则 $\neg A_1 \in Q^*$（据 Q^* 的单调性），得出矛盾。 ■

3.6.3 自交换

在上述意义上，无辖域的一个特别重要的情形，是 van Benthem（1984）介绍的自交换量词：

$$Qx \cdot Qy \cdot Rxy \Leftrightarrow Qy \cdot Qx \cdot Rxy$$

其中，最基本的例子是存在量词和全称量词。例如，“每个人爱每个人”等价于“每个人被每个人爱”。用熟知的语言学术语来说，对这些量词而言，被动句是意义保持的转换（这些量词的另一个有趣的语言学方面，显然是它们不接受关于它们自身的真正分叉）。反例也是一阶量词，如恰有一个（exactly one），至少含两个的（at least two）。Westerståhl（1986a）对此有进一步的研究，他证明了如下命题。

命题 10　仅有的（向上）单调的自交换量词是所有、有些、真（true）以及假（false）。

对这个结论的证明，具有比那些一元广义量词标准理论中出现的更多组合特性。下面的例子展示了这一点。

例 5　在含有 2 个元素的论域中，恰有一个（exactly one）也是自交换的。

■

通过有些冗长的演算，维斯特斯塔尔的结论可以改进为如下命题。

命题 11　所有、有些、真以及假是仅有的自交换的连续量词。

在此给出的不是这个命题的证明，而是一个例子。

例 6　向下单调的（“持久的”）量词 Q = 至多 k（at most k）不是自交换的。为了说明这一点，考虑含有 n（$n>k$）个个体的论域的图示（图 3-9）。

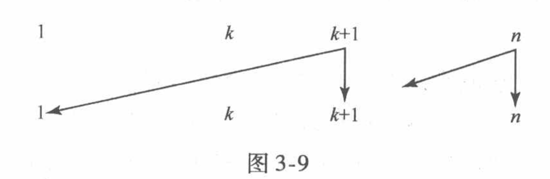


图 3-9

其中，1，…，k 没有 R 后继；而对于 $i>k$，(i, i)，…，$(i, i-k) \in R$（即每个都有 $k+1$ 个 R 后继）。很容易验证：

（i）$Qx \cdot Qy \cdot Rxy$；

（ii）并非 $Qy \cdot Qx \cdot Rxy$。

（1，…，k 有至多 k 个 R 前趋，即 $k+1$，…，$k+k$ 在 k 之前，对于 n 也是这样，n 仅有一个前趋。）

■

最后，成对的自交换量词还可以被描述成转换的（converting）复合二元量词 Q 的特殊情形，满足如下条件：

$$Q(R) \text{ 当且仅当 } Q(R^{\cup}), (R^{\cup} \text{ 为 } R \text{ 的逆关系})$$

这个概念与3.4节、3.5节、3.6.1节、3.6.2节提到的概念也有有趣的联系。例如，与 R 一样，$R^{\cup}$ 也满足其序对集合上的同样的数字条件，我们有：

如果二元量词对于序对排列不变，则它是转换的。

逆命题并不一般成立，参见如下情形：

$$Qxy \cdot Rxy := \forall x \forall y (Rxy \to Ryx)$$

但是，对于自交换迭代 $Qx \cdot Qy$，这两个概念实际上是等价的。

题外话 自交换是量词的语言学研究涉及其他更为数学化的研究的许多例子中的一个。显然，概率基础中，也曾研究过所谓“测度量词”(measure quantifiers)，自交换精确地表达了概率论核心的弗彼尼定理（Fubini theorem）。一个具体的例子是H. 福瑞德曼发现的测度量词的完全的逻辑（Steinhorn，1985）。其中，概率表达式几乎都是（almost all）本质上是向上单调的，在合取之下封闭，包含所有集合 $E-\{x\}$（其中 E 为全域，x 为 E 中任意对象），也是自交换的。
有意思的是，接着上述推理，可以阐明以下命题。

命题12 满足所有福瑞德曼公理的唯一的广义量词是那个不足道的真的(true)。

证明： 这里不给出推导过程。van Lambalgen（1988）进一步研究了概率的背景，在他的研究中同样可以找到关于输出问题的探讨。 ■

这一不可能性结论证明的是，并非前述系统中有任何错误，而是真正的概率量化并不能像以前那样无拘无束地使用逻辑性和完整的幂集（full power sets）。足道的测度量词（Non-trivial measure quantifiers）仅对论域 E 的那些排列是不变的，这些排列保持对后者之上的某种恰当的测度。因此，福瑞德曼公理把握了概率的某些本质的东西。 ■

3.7 一个更广的视角

3.7.1 范畴推广

量词仅构成一种特殊类型的表达式。但是，对它们的研究通常揭示了自然语言中更重要的语义现象。阐述这些的一种方式是范畴语法以及有关的类型论方式（见 van Benthem（1986）第三、七章）。

例7 广义量词有一个基本类型$((e, t), t)$。但是，正如我们已经看到的，在及物语境中，它们也能提升为$((e, (e, t)), (e, t))$。这样，我们发现了

"广义量词"也跻身于后者这一"关系归约子"当中。这些量词将是已有量词部分提升后的形式，由一些特殊的指谓行为可识别的，其中有一部分也是新的条目。例如，恰有一个逻辑的关系归约子，其行为正如专名那样，在其中它是一个布尔同态（参见 3.6.1 节）：即反身代词本身（self）（参见 van Benthem（1988）文章）。 ■

当然，我们也能找到甚至更加一般的类似例子。尤其是，上面勾画出的迭代对复杂性区分和其他范畴类型表达式一起是否有意义？先前研究的及物动词模式包括如下类型：

(u,v)	(s,x)	(y,z)
NP1	TV	NP2

在这里，函子 NP1，NP2 可以与 TV 主目以任何顺序进行组合，产生同样类型的结果。因此，它们一定具备同样的类型。另外，假设最后一步是普通的应用，而第一步是一个复合（"参量化应用"），只能有唯一一个一般模式符合：

$((s,y),y)$　　$(s,(s,y))$　　$((s,y),y)$

不幸的是，自然语言中找不到同类的其他语境。

不过，我们也可以考虑更一般的语境，在量化的更微弱的意义上，算子之间相互作用。例如，考虑如下两个复杂动词短语中的副词修饰语：

经常	步行	一公里
$((e,t),(e,t))$	(e,t)	$((e,t),(e,t))$

迭代引起两种读法："经常（行走一公里）"以及"经常行走"1 公里。是否还有真正复杂的情况呢？如类似于"众手举起十一个运动员"的累积读法，这里，所有这些手共同举起了足球联赛赛的获胜团队？对此问题的回答显然是否定的。类似的否定回答，或者说至少是不确定的结果在诸如下述的复合中产生：

写	五个字母	今天
$(e,(e,t))$	$((e,t),t)$	$((e,t),(e,t))$

这里，累积读法确实与迭代读法相符合。把"今天"替换为更数量化式的表达式，实际上，这将迫使我们把想要表达的累积概念在语形上变得更加明显：

写　　五个字母　　在三小时之内

因此，我们最初提到的与语言概括相关的问题仍未解决。

注记：当然，研究复合小品词如"in"的更一般的角色，还有一个其他的方法。这确实与量词本身相关，因为那里非迭代的读法通常也包括这样一些小品词：

三个男孩一起（together）吃了所有的梨子。 ■

3.7.2 向更低类型的 λ 归约

前面对多元量词及其弗雷格子族的说明中，也产生了一些更一般的数学问题。即某些类型的表达式中，哪些条目是仅由较低类型的条目可定义的？
这个问题仍然十分模糊。如果使用“可定义的”和“较低的”这些恰当的概念就能使其更为精确一些。（一个特别一般的形式，见 van Benthem（1985）第 XIX 章。）值得注意的是，利用应用和 λ，在 λ 演算中考察可定义性问题是有意义的。

例 8 可归约的名词短语。仅使用更低类型（e，t），e 和 t，类型$((e, t), t)$中的哪些条目是可定义的呢？来看这样一个条目的任意一个可能会带有参量的定义。不失一般性，这个定义可以形成一个 λ 范式，而不会用到更多的 λ 转换。另外，范式中出现的变元的类型必然都是$((e, t), t)$的子类型。因此，可以推出如下事实：首先是 $\lambda x_{(e,t)}$，接下来是类型（e，t）与 e 的一个应用，或者类型 t 的常项。
这样，唯一真正不同的候选者便是

$$\lambda x_{(e,t)} \cdot x_{(e,t)}(a_e) \qquad (\text{“提升的个体”}a_e)$$
$$\lambda x_{(e,t)} \cdot c_t$$
■

一般地，我们也能回到之前的可归约的多元量词问题。经过简单的演算可知，后者形成一个具有类型$((e,(e,t)),t)$的简化形式：

$$2^{2^n} \times 2^{2^n} (= 2^{2^{n+1}}) \text{ 与 } 2^{2^{n^2}}$$

但是，如果在类型$((e,t),t)$中允许两个参量即归约中的一元量词进行组合，不仅仅是其中一个对另一个的应用，而是像上面那样进行完整的 λ 抽象，情况会有什么不同？原则上，定义模式有无穷多个可能性。下面将要看到的仍然是坍塌为一个固定有穷数量的复合模式。

命题 13 令 a，b 为某个模型的类型$((e, t), t)$中的两个条目。若类型$((e, (e, t)), t)$中的条目是可由 λ/应用（lambda/application）定义的，它们可以归约为以下形式，即 λR 之后紧跟下列公式之一：

(i) $(\neg)A(\lambda x_e \cdot (\neg)R(x)(x))$；

(ii) $(\neg)A(\lambda x_e \cdot (\neg)A((\neg)R(x)))$；

(iii) $(\neg)A(\lambda x_e \cdot (\neg)A(\lambda x_e \cdot (\neg)R(y)(x)))$。

这里，“A”指的或者是 a 或者是 b，“$(\neg)$”表示可选的一个否定。

证明：这里所需要的是一个一般的枚举方法。对于系统的研究，可以参见 van Benthem（1988）和 van Benthem（1989），其中，使用了上下文无关的语法描述读法，这样可以逐步得到一个有穷的状态机，产生所有相关的 λ 形式。一个辅助的、具有特定目标的论证需要用来证明后者如何归约为上述列出的几个情形。 ■

因此，即使带有完整的 λ 可定义性，也只有极少的多元量词是向下可归约为一元量词的。

由这种分析到其他类型，有一个明显的推广。在此虽然没有给出，但本节也已经表明了对多元量化的更一般类型论观点的重要性以及由此产生的基本语义问题。

参考文献

Bartsch R，van Emde Boas P，van Benthem J. 1989. *Semantics and Contextual Expression*，Dordrecht：Foris

Barwise J. 1979. On Branching Quantifiers in English. *Journal of Philosophical Logic*，8：47～80

Barwise J，Cooper R. 1981. Generalized Quantifiers and Natural Language. *Linguistics and Philosophy*，4：159～219

Bellert I，Zawadowski M. 1987. Quantification Feature System as a Quasi-order of Linguistic Quantifiers. Department of Linguistics（McGill University）/Mathematical Institute（University of Warsaw）

de Mey J. 1987. Dyadic Quantifiers. lnstituut voor Algemene Taalwetenschap，Rijksuniversiteit，Groningen

Dummett M. 1973. *Frege*，*The Philosophy of Language*. London：Duckworth

Fenstad L-E，et al. 1987. *Situations*，*Language and Logic*. Dordrecht：Reidel

Gabbay D.，Guenthner F. 1989. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. IV. Dordrecht：Kluwer Academic Publishers

Gärdenfors P. 1987. *Generalized Ouantifiers Linguistic and Logical Approaches*. Dordrecht：Reidel

Groenendijk J，de Jongh D，Stokhof M. 1987a. *Foundations of Pragmatics and Lexical Semantics*. Dordrecht：Foris

Groenendijk J，de Jongh D，Stokhof M. 1987b. *Studies in Discourse Representation Theory and the Theory of Generalized Quantifiers*. Dordrecht：Foris

Groenendijk J，Janssen T，Stokhof M. 1984. *Truth*，*Interpretation and Information*. Dordrecht：Foris

Groenendijk J，Stokhof M，Veltman F. 1987*. *Proceedings of the Sixth Amsterdam Colloquium*. April 1987. Institute for Language，Logic and Information，University of Amsterdam

Harrington L，et al. 1985. *Harvey Friedman's Research in the Foundations of Mathematics*. Amsterdam：North-Holland

Higginbotham J, May R. 1981. Questions, Quantifiers and Crossing. *The Linguistic Review*, 1: 41 ~ 79

Keenan E. 1987a. Semantic Case Theory. In: Groenendijk J, et al. , eds. 1987. 109 ~ 132

Keenan E. 1987b. Unreducible n-ary Quantifiers in Natural Language. In: Gäirdenfors P, ed. 1987. 109 ~ 150

Keenan E, Stavi Y. 1986. A Semantic Characterization of Natural Language Determiners. *Linguistics and Philosophy*, 9: 253 ~ 326 (First version from 1981)

Lindström P. 1966. First-order Predicate Logic with Generalized Quantifiers. *Theoria*, 32: 186 ~ 195

Löbner S. 1987. Quantification as a Major Module of Natural Language Semantics. In: Groenendijk J, et al., eds. 1987a. 53 ~ 85

May R. 1989. Interpreting Logical Form. *Linguistics and Philosophy*, 12: 387 ~ 435

Mostowski A. 1957. On a Generalization of Quantifiers. *Fundamenta Mathematicae*, 44: 12 ~ 36

Scha R. 1984. Distributive. Collective and Cumulative Quantification. In: Groenendijk J, et al. , eds: 131 ~ 158

Sher G. 1988. Ways of Branching Quantifiers. Department of Linguistics, Columbia University

Steinhorn C. 1985. Borel Structures and Measure and Category Logics. In: Harrington L, et al. , eds. 579 ~ 596

van Benthem J. 1984. Questions about Quantifiers. *Journal of Symbolic Logic*, 49: 443 ~ 466

van Benthem J. 1985. *Modal Logic and Classical Logic*. Bibliopolis/The Humanities Press. Napoli/Atlantic Heights

van Benthem J. 1986. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1987. Categorial Grammar and Type Theory. Report 87-07. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

van Benthem J. 1988. Logical Constants across Varying Types. Report LP-88-05. Institute for the Study of Language, Logic and Information, University of Amsterdam. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 30 (3): 315 ~ 342

van Benthem J. 1989. The Fine-Structure of Categorial Semantics. In: Rosner M, ed. *Computational Linguistics and Formal Semantics*. *Lugano* 1988. Cambridge: Cambridge University Press.

van der Does J. 1988. A Logic with Generalized Quantifiers for Naked Infinitive Reports. Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh

van Eyck J. 1987. Quantifiers. In: von Stechow A, Wunderlich D, eds. 1991

van. Lambalgen M. 1988. Random Sequences and Generalized Quantifiers. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

von Stechow A, Wunderlich D. 1991. *Handbook of Semantics*. Berlin: de Gruyter

Westerståhl D. 1986a. On the Order Between Quantifiers. In: *Logic and Abstraction*, *Essays dedicated to Per Lindsträm on His Fiftieth Birthday*. Acta Philosophica Gothoburgiensia. I. University of Göteborg. 273 ~ 285

Westerståhl D. 1986b. Quantifiers in Formal and Natural Languages. Report 86-55. Center for the Study of Language and Information, Stanford. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. 1989. 1 ~ 131

Zimmermann E. 1987. Transparent Adverbs and Scopeless Quantifiers. In: Groenendijk J, et al., eds. 1987a. 81 ~ 99

Zwarts F. 1986. *Categoriale Grammatica en Algebraische Semantiek* [Dissertation]. Nederlands Instituut, Rijksuniversiteit, Groningen

4 类型世界中的量词*

夏素敏/译　马明辉/校

4.1　从特殊性质到一般现象

广义量词处于特殊的语言限定词类型

$$((e,t)((e,t),t))$$

中，根据标准理论，它们是个体性质之间的二元关系。在这个特殊的范围内，许多行为已得到研究，包括像传递性、对称性这些可能的“三段论推理模式”，以及保守性和单调性这样的各种“指谓限制”。关于以这种方式获得的结果的标准说明，可以在 van Benthem（1986）或 Westerståhl（1989）那里找到。

本文的目的并不在于探讨其他更为精致的量词形式，而是为了把另外一个项目提上日程，即现有概念与其所处的一般语言环境和逻辑环境之间的*互动*。毕竟量词并不是孤立地出现的。广义量词在自然的或人工的这些更为宽泛的语言中起作用，而这些语言都带有一个在所有可以由至少两个基本类型 e（“个体”）和 t（“真值”）所构造出来的类型上的完整论域。因此，便产生了这样的问题，在更为一般的类型化环境中，这种推理行为或指谓限制如何运作。举例来说，推理确实是贯穿于整个语言的一般过程，问题也变成量词如何系统地作用于这一更为宽泛的“自然逻辑”（Sánchez Valencia，1990）。这将包含一个从某个类型中的特殊指谓条件到贯穿所有类型的一般语义现象的变动。作为这种转变的另外一种阐述，个体量词的保守性的特殊限制变成某种贯穿任意语言表达式类型的“论域限制”的全局动态过程的局部例子。这种一般的跨范畴行为不止作用于量词，正如 Keenan 和 Faltz（1985）详细证明和研究的那样，自然语言中的*布尔常项*（boolean particle）中也有

---

* Quantifiers in the World of Types. In：van der Does J，van Eijck J，eds. *Quantifiers*，*Logic and Language*. CSLI Lecture Notes 54，Stanford. 1996. 47 ~ 62

这种现象。实际上，量词的诸多指谓限制都牵涉与布尔算子的某种互动形式。

我们将探讨上述问题中与逻辑有关的一些方面，以表明在更宽泛背景下，它们如何产生有关现有广义量词技术范围的一些有意义的问题。另外，我们还希望，与特殊的语言构造相比，对逻辑－语言“机制”一般强调将证明具有独立的价值。

4.2　λ-演算中的广义量词

在描述自然语言或形式语言时，一种达到类型论一般性的最便利的技术形式系统是类型 λ－演算的形式系统。类型 λ－演算的形式系统提供了一种从构成表达式的意义构造语言意义的“逻辑黏合剂”。即使最近的研究坚持关心指谓“微细结构”，使用整个 λ－演算机制的各种片段获得“有表达力的微细调整”，但是以蒙塔古方式还是可以获得这种组合。原则上人们甚至可以上升到全部类型论，处理明确的同一的东西（Gallin，1975），但是在实践中这似乎是不必要的。因此，技术问题就变成为了对整体的推理或指谓行为做出贡献，在更大的表达式中出现的量词的性质如何与 λ－演算机制相互作用。关于这里所发生的事情，可以在 van Benthem（1991）第 10、11 章找到几个例子，这表明一种关于语言表达式的范畴分析与卡里－霍华德同构（“公式作为类型”）产生的相应于类型 λ－项的语法衍生物一起，如何自动把许多特殊量化行为引入一般表达式的意义。这里有两种关键情况。

例 1　从保守性到主目角色（argument roles）上的一般论域限制。

单称量词的保守性有如下形式：

$$QAB \text{ 当且仅当 } QA(B \leftrightarrow A)$$

把谓词 B 的主目限制为 A－对象。与范畴推导的一般机制组合起来，就可以计算适合含多重量词的及物句子中二元谓词的变项限制：

$$Q_1A \text{ TV } Q_2B \text{ 当且仅当 } Q_1A(\text{TV} \leftrightarrow (A \times B))Q_2B$$

但是这个程序也涵盖副词短语或介词短语。下面是动词短语“walk to every city”的类型的范畴推导，其中，普通名词“city”限制了介词“to”的变项：

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{e^2 \quad \dfrac{\underset{(et)}{\text{“walk”}} \quad \dfrac{e^1 \quad \underset{(e((et)(et)))}{\text{“to”}}}{((et)(et))}\text{MP}}{(et)}\text{MP}}{t}\text{MP}}{(et)\text{ Restrict to CITY}}\text{cond},1}{t}\text{MP} \quad \dfrac{\underset{((et)((et)t))}{\text{“every”}} \quad \underset{(et)}{\text{“city”}}}{((et)t)}}{(et)}\text{cond},2$$

其中相应的 λ - 项以卡里 - 霍华德的方式可以如下计算：

$$\begin{array}{l}
\qquad\qquad \underline{x_e \quad TO_{(e((et)(et)))}} \\
\underline{WALK_{(et)} \qquad\quad TO(x)} \\
\underline{y_e \qquad TO(x)(WALK)} \\
\underline{\quad TO(x)(WALK)(y)} \\
\underline{\lambda x_e \cdot TO(x)(WALK)(y) \qquad\qquad EVERY\ CITY_{((et)t)}} \\
\underline{\quad EVERY\ CITY_{((et)t)}(\lambda x_e \cdot TO(x)(WALK)(y))} \\
\lambda y_e \cdot (EVERY\ CITY_{((et)t)}(\lambda x_e \cdot TO(x)(WALK)(y)))
\end{array}$$

这里，根据通常的保守性，最后三行可以使用

$$\lambda x_e \cdot (TO(x)(WALK)(y) \wedge CITY(x))$$

代替它们的组成部分

$$\lambda x_e \cdot TO(x)(WALK)(y)。$$

沿着这种“限制标记”的思路，可以发展关于变项限制的系统演算，表明普通名词如何用来限制通过动词表达式建立的事件类型的“谓述框架”中个体的变项位置。

例 2 从单调性到一般谓词替换。广义量词可以在它们的两个变项中展示单调性，证据是所有/all 的“左向下”及“右向上”的情况：

$$A' \subseteq A \quad Q\ A\ B \quad B \subseteq B' \text{ 蕴涵 } Q\ A'B'。$$

单调性对于一般表达式也是有意义的。例如，上面的介词短语“walk to every city”在“walk”中是向上的，而在“city”中是向下的。此外，根据上面的范畴分析，要么通过语法推导树上的“单调性标记”，要么直接根据它对应的 λ 项，就可以直接计算这一点。这种想法就是词汇项可以具有特殊的单调行为，这种行为可能在这些词汇项的类型中进行编码，然后根据特定的规则，通过范畴组合而继续进行下去：

$$\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{“to”} \\
\qquad\qquad\qquad e^1 \quad (e((et)^+(et)))^+ \\
\qquad \text{“walk”} \qquad\qquad \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \ MP \\
\qquad \underline{(et)^+ \qquad\qquad\qquad ((et)^+(et))^+} \ MP \\
\underline{e^2 \qquad\qquad (et)^+} \ MP \\
\qquad \underline{t^+} \ COND,1 \qquad\qquad \text{“every”} \qquad\qquad\qquad \text{“city”} \\
\qquad \underline{(et)^+} \ MP \qquad ((et)^-((et)^+t))^+ \qquad\quad (et)^- \\
\qquad \underline{t^+ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ((et)^+t)^+} \ COND,2 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (et)
\end{array}$$

这里，表面的单调性行为通过计算向下直到树根的标记 + 或 - 的串来说明。例

如，“walk” 有一个不间断的 + + + + + 串，这说明它的正出现，而 “city” 有 − + +。对于相关的 λ − 项

$$\lambda y_e \cdot (\text{EVERY CITY}_{((et)t)}(\lambda x_e \cdot \text{TO}(x)(\text{WALK})(y)))$$

使用它对变项的参数的单调性以及两条一般的 “通行规则”，本质上可以计算相同的结果，在函数贴合中，函数开头总是正的，而在 λ − 抽象中，主体总是正的。

因此，带注释的范畴推导或者有修饰的 λ − 项都是使量词的性质转移到一般语言环境的方便中介。此外，这里常常有进一步的微细结构，这种结构的形式是对实际需要的那种 λ − 项的限制。例如，文献中关于范畴组合的主要演算不是全部 λ − 演算，而是某种类似于它的 “线性片段” 的东西，这个片段只有这样一些项，在这些项中，每个 λ − 算子恰好约束它的下标变元的一次自由出现。这就是范畴语法的证明论中著名的 “兰贝克演算” 的语义对应物。因此，完全的图景乃是整个 λ − 机制的片段的一种景观。后一个系统仍然提供了对语义组合的合理限制。因此，关于这种机制的力量的某些自然的逻辑问题就出现了。

4.3　作为出发点的一阶谓词逻辑

推理或指谓限制的量化模式在一阶谓词逻辑的核心系统中已经出现了。这个系统可以看做我们整个类型系统的一个小片段，上面提出的一些自然的逻辑问题最容易以此为基础而得到证明。首先，从一般的范畴观点看，一阶谓词逻辑具有类型 e（个体）和 (e, t)（一元谓词）、$(e, (e, t))$（二元谓词）等。它还有一些特殊的常项，即布尔常项 ¬（类型 (t, t)）和 ∨、∧（类型 $(t, (t, t))$）以及类型 $((e, t), t)$ 的量词 ∀、∃。一般 λ 演算提供所有进一步的组合，如 $\forall x(Ax \vee \exists y(By \wedge Rxy))$ 这样的公式等于

$$\forall(\lambda x \cdot \vee(A(x))(\exists(\lambda y \cdot \wedge(B(y)R(x)(y)))))。$$

这样，谓词逻辑公式就变成真值类型 t 的项。[①] 其次，通过相关布尔等式 $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \wedge \psi = \varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n$ 的有效性，可以描述从前提序列 $\varphi_1, \cdots, \varphi_n$ 到结论 ψ 的逻辑推论的陈述——处理前提之后增加结论是不会有效果的。[②] 此后，我们将假

① 这个带布尔算子和一阶量词常项的 λ − 演算，不应该与另一种对一阶逻辑的可能 “推广” 相混淆，这种推广具有原子陈述的 λ − 项之间的等式，还有这些项上的布尔算子以及类型论域 D_a 上的量词 $\exists x_a$。这就会相当于早期的高阶类型论。注意，后一种量词并不限于任何单一的范畴：它们像 λ − 抽象算子自身一样是 “兼范畴（transcategorial）算子”。

② 在一种普通的布尔包含的记号中，这就会读做 “$\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \leq \psi$”。

定个体类型 e 指某个任意非空的基本域，而类型 t 指两个真值的标准域。①

通过某些已知的关于逻辑常项的原则，基本上结合带有一些恰当的量词公设的布尔代数，就可以完全描述一阶逻辑中的推理行为。根据哥德尔的完全性定理，所得到的证明论原则的集合是“完全的”，因为它可以推导出所有有效的推理。但是，即使在更复杂的 λ - 演算的项中，比如在可能更高阶的句法环境中相应位置上替换等价物，我们也可以做“谓词逻辑”。我们的第一个明显的问题就变成这样（详见 4.4 节）：

通常的一阶演绎原则加上类型 λ - 演算的标准规则，是否足以推导出上面一般类型 λ 项的逻辑常项中所有的有效推理？

接下来，前面的指谓限制很自然也在一阶逻辑中出现。例如，保守性本质上依赖于如下简单的等价式（关于它在 C. S. 皮尔士那里的历史起源，参见 Sánchez Valencia（1990）论文）：

$$Ax \wedge (\cdots) \leftrightarrow Ax \wedge (\cdots Ax \wedge \cdots)$$

假设这里 x 代入自由。

在某种意义上，这也是一条推理原则，但是与上面提到的一阶逻辑公理系统中找到的公设相比，这条原则是在更高的一般性层次上的原则，因为它在更复杂的语言模式中运作。另一个已经出现在谓词逻辑中的重要例子是单调性（它同样有皮尔士谱系）。谓词逻辑的句子 φ（P）在谓词 P 中是语义单调的，如果单纯扩大解释 P 的谓词的外延，不影响它在任何模型中的真。仅限于考虑 P 的特殊出现或者 φ 的特殊模型时，这个概念有许多有趣的变种，但是目前的概念在这里起作用。在句法方面，谓词 P 在一个公式中的*正出现*定义为偶数次否定下的出现。现在很容易看到，仅含有谓词 P 的正出现的公式在谓词 P 中是单调的。换句话说，对正出现的句法检验对于语义单调性来说是“可靠的”。反过来就是不那么明显的关于“完全性”的陈述，也就是所谓的“林登定理”：

如果一阶句子在谓词 P 中是单调的，那么它逻辑等价于 P 的所有出现都是正出现的一阶句子。

但是同样也有明显的问题：

对于单调性，是否也有一条类似的为我们一般类型 λ - 演算中这种现象提供一种完全的句法格式的“保持定理”？

用更实际的术语来说，这相当于如下考虑。上面范畴推导的计算给予我们一种确定句法上“正”位置的手段，在推理上反映语言表达式的敏感位置。但

① 实际上，从类型论的观点看，带有任意基础“真值”论域以及这些论域上的恰当运算，这也会是完全允许的。

是，难道我们可以肯定我们自然逻辑中的这种机制确实能探查出所有这样的位置吗？

4.4　公理化推理

纯 λ - 演算是函数贴合和抽象的普遍理论。如果认为这些函数有层次等级，就会产生它的类型变种。此后我们将考虑“标准模型”，它是由基本论域上的函数层级构成的，包括个体对象的非空集 D_e 和真值论域 D_t。类型 λ - 演算项之间的等式 $M = N$ 的普遍有效性，可以从语义上解释为它们在这样的结构中在所有变元指派下的真值。这个领域中一个基本的结果是福瑞德曼安全性定理：

普遍有效式通过外延类型 λ - 演算 λ_τ 得以公理化，具有等词、λ - 转换和函数外延性的通常的公理和规则。

这个结果并没有从普遍有效式扩展到由前提得推论的情况，因此没有很容易的方法使用这个结果而获得这样一种 λ - 演算的完全的公理系统，这种 λ - 演算带有 $\neg$ 、$\wedge$ 、$\exists$ 这样其他一些常项以及它们通常的理论。然而，在一个完整的类型 λ - 演算中，使用 van Benthem （1991） 第 2 章的如下分析，最终有可能获得谓词逻辑的逻辑常项的公理化。想法就是首先引入“矢列” $\Delta \vdash \alpha = \beta$ 的新演算 λ_τ^*，其中，D 是任意有穷的等式集。这些矢列的“语义有效性”是说“在所有标准模型中，任何确认 Δ 中所有等式的指派也确认 $\alpha = \beta$”。所得到的有效原则是对 λ_τ 的有效原则的显然推广。例如，“同一代换”又回到如下两个公理和一条规则：

$$\alpha = \beta \vdash \gamma(\alpha) = \gamma(\beta);$$
$$\alpha = \beta \vdash \alpha(\gamma) = \beta(\gamma);$$

如果 $\Delta \vdash \alpha = \beta$（其中，$x$ 不在 Δ 中自由出现），那么 $\Delta \vdash \lambda x \cdot \alpha = \lambda x \cdot \beta$。
此外，外延性假定了如下形式：

如果 $\Delta \vdash \alpha(x) = \beta(x)$（其中 x 不在 Δ,α,β 中出现），则有 $\Delta \vdash \alpha = \beta$。通常的结构规则对这些序列成立，如自返性、单调性和切割。这里通过修改关于项模型的通常论证，就可以证明基于矢列的 λ - 演算的一般完全性定理。接下来，增加所有布尔公理作为等式，加上如下二值规则，就产生更丰富的演算 $\lambda_\tau^* B$：

如果 $\Delta, \sigma_t = 1 \vdash \alpha = \beta$ 并且 $\Delta, \sigma_t = 0 \vdash \alpha = \beta$，则有，$\Delta \vdash \alpha = \beta$。
此外，出于技术原因，对每个基础论域 e 要增加相等谓词 $=_{(e,(e,t))}$，还需要个体相等的原则：

$$(\alpha_e =_{(e,(e,t))} \beta_e) = 1 \vdash \alpha_e = \beta_e, \alpha_e = \beta_e \vdash (\alpha_e =_{(e,(e,t))} \beta_e) = 1$$[①]

在 $D_t = \{0, 1\}$ 的标准模型上，系统 $\lambda_\tau{}^* B$ 对它打算需要的语义解释来说显然是可靠的。实际上，有更强的结果成立。

命题 1 等式 $\varnothing \vdash \alpha = \beta$ 在 $\lambda_\tau{}^* B$ 中是可证的当且仅当它在所有以 $D_t = \{0, 1\}$ 为基础论域的标准模型上有效。

证明（概要）：从一个不可导出的矢列 $\varnothing \vdash \alpha = \beta$ 出发，构造某个不导出 $\alpha = \beta$ 的一致集 Δ，但逐渐可以确定真值类型 t 的所有项（这里二值原则是至关重要的），并且可以确定不相等的函数至少在某一组新变元上不同（这依赖于外延性加上新的基础相等谓词）。那么，可以构造一个典范的项模型，它的论域 D_t 只有两个真值 0 和 1，确认 Δ，然而保持 α 和 β 不同。现在，标准模型在相同的基础域上"部分满射同态"的福瑞德曼构造仍然起作用，它甚至可以把"真正的"布尔算子映射到它们在项模型中的对应部分。因此，$\alpha = \beta$ 在项模型中的反例可以转移到标准模型中的反例。 ■

前面的结果中基本的布尔常项的关键特征是它们在类型层级中的"一阶性"。对于带 λ 演算超结构的全部一阶谓词逻辑，都可以给出类似的分析，其中布尔常项要补充另一个常项，也就是前面限定类型中的二元存在量词有的（some），它解释为集合交迭。我们就达到了最终的公理化。

命题 2 标准模型上的有效等式通过 $\lambda_\tau{}^* B$ 和如下量词原则公理化：

some $\alpha\beta$ = some $\beta\alpha$	对称性
some $\alpha\beta$ = some $\alpha(\beta \wedge \alpha)$	保守性
some $\alpha\beta \leqslant$ some $\alpha(\beta \vee \gamma)$	单调性
some 00 = 0	足道性

对所有变元 x，some $\alpha\beta = 0 \vdash \alpha\beta = 0 \vdash \alpha(x) \wedge \beta(x) = 0$

如果 $\Delta \vdash \alpha(u) \vee \beta(u) = 0$，其中 u 不在 Δ、α 和 β 中出现，那么 $\Delta \vdash$ some $\alpha\beta = 0$。

证明： 我们只提到这个结果的证明中的关键步骤，其他类似于前面的证明。这里额外的任务是确定福瑞德曼同态 h 把真正的集合论交迭映射到项模型中对 some 函子的解释。为此所需要的东西是在前面对集合 Δ 的构造中引入"见证"

① 选择这个演算是为了元逻辑的方便，而不是为它实际的用途。例如，证明从两个结论到它们的合取的布尔"合取规则"已经需要一种技巧："假设 $\Delta \cdot \alpha_t = 1, \Delta \cdot \beta_t = 1$。据布尔代数和同一代换，$\alpha_t = 1, \beta_t = 1 \cdot \alpha_t \wedge 1 = 1 \cdot (\alpha_t \wedge \beta_t) = 1$。再根据切割和收缩，$\Delta(\alpha_t \wedge \beta_t) = 1$。"（原注缺失，据作者会议文集论文补充——译者注）

(witness)，描述某个阶段接受的形如 some $\alpha\beta$ 的所有陈述的项模型。这仍然起作用，这一点是由上面描述的最后两条规则保证的。① 从标准模型到项模型构造 h 之后，最后的检验如下进行。如果两个个体集合 X 和 Y 满映射到项等价类 $\alpha\sim$ 和 $\beta\sim$，这两个集合都含某个元素 $\tau\sim$，我们从 Δ 可以推导 $\alpha(\tau)=1$，$\beta(\tau)=1$；也可以推导 some $\alpha\beta=1$（some $\alpha\beta=0$ 就会推导出 $\alpha(\tau)\wedge\beta(\tau)=0$），即$[\![\text{some}]\!](\alpha)(\beta)$ 成立。反之，如果后一种关系成立，它的证据会给出 X 和 Y 的非空交。

■

这个结果并不能穷尽 λ－演算中有关一般演绎的所有有趣的问题。特别是，这种分析应该扩展到涵盖如“大多数”这样的非标准量词。从范畴的视角看，一阶推理牵涉各种其他算子，正如在值得分开研究的自然语言中出现的那样。一种情况是谓词的变项缩减算子，如类型$((e,(e,t))(e,t))$ 中反身代词“self”。这是它的类型中唯一的逻辑“布尔同态”（van Benthem，1986），即它与否定和合取交换。难道这就会足以刻画它在完整 λ 演算中的推理行为吗？

4.5　刻画一般单调性

我们接下来考虑的是前面提到的单调性。在完整的 λ－演算中，这种现象可以使用所有类型 a 中自然的“布尔包含” $\subseteq_a$ 的概念来定义：

$$\subseteq_e \text{ 是 } =_e,\ \subseteq_t \text{ 是 } \leqslant_t$$

在函数类型(ab)中，对于 D_a 中所有的 x，$f\subseteq_{(ab)}g$ 当且仅当$f(x)\subseteq_b g(x)$

现在，带自由变元 x_a 的项 τ_b 可以称为在 x 中“单调的”，仅当它在任何变元指派下的指谓 $[\![\tau]\!]$ 单调地依赖于指派给变元 x 的对象。简单地说，“$u\subseteq_a v$ 仅当 $[\![\tau]\!]x/u\subseteq_b[\![\tau]\!]x/v$”。这就推广了前面带个体谓词的谓词逻辑公式的情况。显然，这个“向上”概念有一个“向下”的对偶概念，它将关系反转过来。在句法方面，对于 λ 项中的变元，也有一种自然的“正出现”概念：

x 在 x 自身中正出现，但是在任何其他单个变元 y 中不是正出现；x 在 M 中的一次正出现也是一次应用 $M(N)$ 的正出现；x 在 M 中的一次正出现也是一次抽象 $\lambda y\cdot M$ 的正出现。

这允许只一个正位置，也就是一个项的“起始变元”。但在出现单调参数的情况下，如前面的常项¬、∧和∃，情况就改变了。现在也增加“负出现”，陈述布尔算子或量词的变项位置的明显规则（向上单调的参数保持变项的极性，向

① 其中的原则仅仅是一些有用的导出事实，允许把二元量词有的（some）表达为通常的一元量词。

下单调的参数反过来)。同样也很容易证明“可靠性”:

如果一个变元 x 在带一阶逻辑常项作为参数的 λ - 演算的一个项中只有正出现,那么,这个项在 x 中是单调的。

对于逆向保持定理,这种情形是细致的,我们至今只有一些部分的结论。

在任何情况下都应该注意下面例外的情况。上面的包含关系化归为所有以 e 而不是 t 作为最终原子类型的“非布尔类型”的等式。因此,每个项相对于它所有非布尔类型的变元显然是单调的。因此,在这种情况下,根本没有任何句法限制可能是有正当性的,如果要发现某种有趣的东西,就必须要限于注意布尔类型。

4.5.1 一阶谓词逻辑

按照上面的观点,谓词逻辑公式甚至有其他可能单调的位置。例如,很容易看出,公式$\neg p$ 在联结词出现$\neg$ 中是单调的。这里涉及一元布尔算子的序$\subseteq_{(tt)}$中的替换,它是菱形:

$$\lambda x \cdot 1$$

$$\lambda x \cdot x \quad \lambda x \cdot \neg x$$

$$\lambda x \cdot 0$$

同样,公式甚至也可能相对于公式中量词的特定出现是单调的,允许使用“更包含的”量词进行代换。当然,这需要关于谓词逻辑公式比通常更抽象的看法,这里命题算子或量词现在可能服从变化的解释,以至于通常在变元“指派”和更持久的“解释函数”之间的区分就成为可以变动的区分。这种改变自身并不需要影响逻辑的本质属性。例如,紧致性定理这样的基本结果对于“布尔变元”仍然成立[①]。如下是有关的观察。

命题 3 一个谓词逻辑公式相对于特定的布尔算子符号是单调的,当且仅当,它等价于某个只有这个符号正出现的公式。

证明: 论证依赖于简单的技巧,这种技巧在后面也将多次反复出现。如果公式 φ 在布尔算子 F 中是语义单调的(为简便起见,我们取一元算子 F),那么我们有如下模式等价:

$$\varphi \leftrightarrow \exists F' \subseteq_{(tt)} F : [F'/F]\varphi。$$

现在,后一个公式可以明确地通过 F′的所有四种可能情况的析取来定义:

① 原因是,解释一个布尔算子只有有穷多种可能性,对紧致性通常的超积证明仍然可行,唯一的解释将在超滤中执行。

$\lambda x \cdot 1 \subseteq_{(tt)} \mathrm{F} \wedge (\lambda x \cdot 1/\mathrm{F})\varphi$　　　$\lambda x \cdot x \subseteq_{(tt)} \mathrm{F} \wedge (\lambda x \cdot x/\mathrm{F})\varphi$

$\lambda x \cdot \neg x \subseteq_{(tt)} \mathrm{F} \wedge (\lambda x \cdot \neg x/\mathrm{F})\varphi$　　　$\lambda x \cdot 0 \subseteq_{(tt)} \mathrm{F} \wedge (\lambda x \cdot 0/\mathrm{F})\varphi$

这里，右边 φ 的代换形式根本不再含有 F 的出现，左边的包含可以完全写成对 F 正的项，即（分别）写成：

F（0）∧F（1）　F（1）　F（0）　1。[①] ■

但是对于量词符号的情况就没有那么清楚了。

问题　一阶公式 φ 相对于某个量词符号 Q 的语义单调性蕴涵如下形式的 φ 的可定义性吗？其中只有上面意义上 Q 的正出现（也就是说，仅仅直接在偶数次否定和任意多次∨、∀、∃这样的单调一阶算子下出现，而不是在它自身下出现）？

4.5.2　带广义量词的一阶谓词逻辑

前面这种情况确实导致某种对一阶谓词逻辑的普通扩充，也就是增加广义量词，这些量词通过集合族来解释（这里仅限于一元量词是为方便起见）。因此，现在句法也接受形如 $Qx \cdot \varphi(x)$ 的算子。在这种情况下，一个明显的问题是，对于公式来说，前面的林登定理相对于个体谓词的出现是否成立。（Doets，1996）对于任意的广义量词 Q，这个问题仍然没有解决。

4.5.3　兰贝克演算与线性 λ 片段

下面让我们转移到一般的类型系统。我们从范畴组合的恰当工具开始，也就是带相应的“线性 λ－项”的兰贝克演算。van Benthem（1991）第 11 章对于（不带布尔参数的）纯兰贝克系统有如下结果。

命题 4　一个线性项相对于某个布尔类型的变元是单调的，当且仅当，它等价于某个以该变元起始的项。

证明（概要）：将有关的项 τ 归约为它的 λ－正规形式。假设它的 x 的出现仍然不是正出现。那么，可以逐步给出两个变元指派，它们对 x 取不同的值，其他都一样，首先在 x 出现的位置有两个真包含的布尔值，向外穿过它在项中的连续“语境”，结果如下：

> 在构造的每个阶段，检查我们的项 τ 中的某个语境，它在这两种指派下接受不同的值。如果这个语境有非布尔“个体类型”，通过扩张指

① 这里有一个例子。公式¬（$p \wedge \neg Fq$）在 F 中单调。根据给定的办法，经过某种布尔简化之后，它一定等价于 $F(0) \wedge F(1)$、$F(1) \wedge \neg(p \wedge \neg q)$、$F(0) \wedge \neg(p \wedge q)$、$\neg p$ 的析取。并且后者可以再次归约为显然的等价式 $\neg p \wedge Fq$。

派使得整个语境在恰当的个体类型域中产生不同的值，这样就可以对"起始变元"赋值。如果起始变元是"布尔类型"的，那么就可以把布尔包含反转一次（由内向外起作用），由此所得到的非包含可以在向外的更宽的布尔语境中保持。

在保持我们想要的性质时，线性项的单一出现性质是关键的。最后，τ 将具有对 x 的包含值来说的非包含值。■

现在，通过说明在上面的过程中如何处理否定和合取，这个证明可以扩张到涵盖带布尔参数的线性项。

命题 5 前面的结果对于带布尔参数的线性项也成立，即相等的项也可能根本不含有相关变元。

证明： 重要的方向如下进行。前面归约到 λ - 正规形式可以首先不使用布尔等式而进行归约。后者在这个过程中可能干扰，证据是在 $M = \wedge(M)(M)$ 这样一个布尔等式中重写项可能增加。然后，可以给出布尔归约式，因为非函数类型 t 的项上的代数等式不引入新的重写项。假设 x 在最终形式中仍然有出现但不是正出现，那么，前面证明中的过程仍然起作用，根据这种做法，处理否定时，布尔（非）包含必须转换。在两个指派下保持我们所希望的行为的时候，唯一相关的新情况，在处理形如 $\wedge(M)(N)$ 的合取语境的时候就会产生，这种语境如在合取支 M 中有 x 的出现。那么应当有可能通过改变两个指派从而至少使 N 为真。否则，在两种情况下值变成 0，所要的区别也消失了。倘若 N 是不可满足的，$\wedge(M)(N)$ 就会通过布尔等价归约为 0，而且我们原来的项也会等价于根本没有 x 的任何出现的项。■

然而，这个结果似乎不完全令人满意，因为自然语言中布尔合取式似乎主要在"并列"模式中出现，这导致在 λ - 项中在同一层次上对合取支有多重约束（"twinst and shouts"的意思自然是 $\lambda x_e \cdot \wedge(\text{TWINST}(x_e))(\text{SHOUT}(x_e)))$[①]。因此，我们毕竟还是要考虑类型和 λ - 项的完整系统。

4.5.4 完整的 λ - 演算

在通常的 λ - 演算中，单调性保持定理有明显的反例，即使在简单的布尔层次上也是如此（参见 van Benthem（1991）第 11 章）。

---

① 自然语言中"主目管理"（argument management）的过程有许多进一步的细节，例如，在很大程度上同一（identifications）必须编入词汇。参见 van Benthem（1991）对这个主题的各种讨论，以及 Sánchez Valencia（1990）对布尔协同（boolean coordination）的处理。

例 3　非正单调性。项 $x_{(tt)}(x_{(tt)}(y_t))$ 在它的自由变元中都是语义单调的，没有任何通过这些变元中某个变元只有正出现的纯粹项的定义。然而，如果允许布尔参数，就有正定义。实际上，（正如强制检测的那样）下面的项都可以定义：

$$((x_{(tt)}(1) \vee x_{(tt)}(0)) \wedge y) \vee ((x_{(tt)}(1) \vee x_{(tt)}(0)) \wedge \neg y)$$

$$(y_t \wedge x_{(tt)}(x_{(tt)}(1)) \vee x_{(tt)}(x_{(tt)}(0))。$$ ■

上述例子引出更一般的结果。

命题 6　对于 λ 演算中只含纯布尔类型（也就是只涉及 t）的项，语义单调性蕴涵正可定义性。

证明：这里再次用到前面的技巧。假设项 τ_b 在变项 x_a 中是语义单调的。那么它可以在如下模式中定义：

$$\bigvee_{A \in Da}(\text{“}A \subseteq x\text{”} \wedge [A/x]\tau)$$

更确切地说，这里所取的恰当析取在类型 b 的布尔论域中。这个模式可以转换为 x 仅仅正出现的真正的定义，因为有如下事实：

（1）通过布尔 λ－演算的封闭项完全可以列举 D_a。原因是 van Benthem（1991）第 11 章的函项完全性结果，这个结果表明，每个纯布尔对象在增加 0、1、¬、∧的 λ 演算中可显定义。在这些闭项中，变元 x 根本不出现。

（2）再使用一个完全的列举，形如“$A \subseteq x$”的 λ－项之间的包含也可以通过只含有 x 正出现的形式来定义：

- A，x 都是类型 t：$\neg A \vee x$；
- 否则，使用所有可能的变项组 U 上的断定“$A(U) \subseteq_t x(U)$”的合取，这些变项组把 A，x 送到类型 t 中的对象。

当然，具体情况可利用的正定义可能最终简单得多[①]。 ■

出现个体类型的一般情况似乎更困难。上面那种变项并不能推广，因为它利用了布尔论域的基本的有穷性[②]。此时，关于带任意类型并且没有特殊参数的纯 λ－演算，我们只提供一种猜想。很容易看到，上面的分析模式可以从布尔包含扩展到基础域上任意二元关系的情况，这些基础域提升到更复杂的类型分量。

例 4　自然数　考虑 $D_e = N$ 上的二元关系 <。对于函数，如我们有

---

① 作为例子，这个过程可以应用于前面的形式 xxy。对于 y 的情况我们得到的东西是“$0 \subseteq y$” $\wedge xx0$、“$1 \subseteq y$” $\wedge xx1$ 的析取，它确实等价于前面的 $(xx1 \wedge y) \vee xx0$。对于 x 的情况，所得到的结果化归为通过前面谓词逻辑的过程获得的结果，也就是化归为某种像 $(x1 \wedge x0) \vee (x1 \wedge y) \vee (x0 \wedge y)$ 这样的东西，这又等价于“手工”找到的形式。

② 当然，即使对于 $\{e, t\}$－类型的环境中纯布尔对象，它仍起作用，证据是前面谓词逻辑中真值函数算子的情况。

$$y^1 = \lambda x \cdot x < y^2 = \lambda x \cdot x + 1$$

此外，$\lambda z_{(ee)} \cdot y_{(ee)}\ (z_{(ee)}\ (x_e))$ 这样的 λ 项在一种显然的意义上相对于 < 是"单调的"。

猜想　相对于某个类型变元的相关基础域上任意二元关系的一般单调性蕴涵正可定义性。

例继续　非正性　非正性情况相对于出现在不可归约的变项位置的变元典型地不是语义单调的。一个项 $y_{(ee)}(z_{((ee)e)}(y_e))$ 与上面的二元关系 < 无关，正如已经看到的那样，取函数

$$y^1 = \lambda x \cdot x < y^2 = \lambda x \cdot x + 1$$

以及具有 $z\ (y^1) = 1$ 和 $z\ (y^2) = 0$ 的任意函数 z。

4.5.5　类型论

最后，应当注意上面的问题在完整的类型论中瓦解了，完整的类型论允许任意项等式，或者等价地允许任意类型中对象上的"高阶"量化①。在这个系统中，我们有如下归约，再次使用前面的技巧：

一个项 τ 在变元 x_a 中是语义单调的当且仅当 τ 可以通过公式

$$\lambda U \cdot \exists v([v/x]\tau(U) \wedge \text{“}v \subseteq x\text{”})$$

定义。其中，"U"是把 τ 归约到基础层次的变元序组（注意，在这种类型论中布尔包含明显是可定义的）②。

但是，这里对所提出的定义的复杂性加以限制，并且寻找可以利用这些限制的特殊情况，甚至就有可能找到保持结果的某些更有趣的说法。

对于一种可能的说明，我们回到前面那个没有解决的问题，也就是在增加量词 Q 的一阶语言中单调量词出现的保持的问题。上面的技巧会牵涉二阶类型 $((et)t)$ 的变元上的存在量化：但是可以做得更好。采取对单调保持的基于初等链（Chang and Keisler，1990）的标准证明表明③：

命题 7　一个公式 φ 在量词 Q 中是语义单调的，当且仅当，它可以通过 Q 仅仅正出现并且允许谓词上的存在量化的公式来定义。

---

① 前面已经注意到，在某种意义上，后一种对量词的助范畴处理是对一阶谓词逻辑的另一种类型论"推广"，对一元广义量词选择变元多态类型 $((xt)t)$。

② 这一观察与二阶逻辑中林登或贝特定理的众所周知的"平庸化"有关。

③ 这个论证本质上把这个系统处理为两种类一阶系统，它有代表第二个"谓词种类"的个体上的一元性质的量词。完整的证明可以在 M. 斯邦的硕士论文"Dyadic Quantifiers"中找到（阿姆斯特丹大学数学和计算机科学系，1992）。

在这样一种扩充的二阶形式语言中，一个简单的公式是“非空性”：$\exists P_{(et)} \cdot Q\ (P)$，它本质上超出了原来带 Q 的一阶语言。那么前面关于这种情形没有解决的问题相当于问：在恰当定义简单的 Q 单调公式 $\varphi(Q)$ 时，这些存在量词实际上是不可避免的。

4.6 结　论

我们已经指出了广义量词的一般语言环境是如何的有意思，以及它所引出的事关逻辑类型论的尚未解决的问题。当然还有其他一些一般的交互机制，值得以同样的精神来研究。特别值得一提的是我们可以考虑量化、解释的动力学以及信息流之间的各种各样的联系（参见 van Eyck 和 De Vries（1992）或 Kanazawa（1992）关于保守性或单独性的更多的含义）。

参考文献

Chang C C，Keisler H. 1990. *Model Theory*. Amsterdam：North-Holland

Doets K. 1991. Interpolation and Preservation for Elementary Logic with an Added Monotone Quantifier. Institute for Language，Logic and Information，University of Amsterdam

Doets K. 1996. Monotone Quantifiers：Interpolation and Preservation. In：van der Does J，van Eijck J，eds. 1996. *Quantifiers*，*Logic and Language*. CSLI Lecture Notes 54，Stanford. 95～104

Gallin D. 1975. *Systems of Intensional and Higher-order Modal Logic*. Amsterdam：North-Holland

Kanazawa M. 1992. Generalized Quantifiers，Donkey Sentences and Monotonicity. In：Kanazawa，Piňon，eds. 1992

Kanazawa M，Piňon Ch. 1992. *Logic and Language I*：*Quantifiers*. Center for the Study of Language and Information，Stanford University

Keenan E，Faltz L. 1985. *Boolean Semantics for Natural Language*. Dordrecht：Reidel

Sánchez Valencia V. 1990. *Studies on Categorial Grammar and Natural Logic* [Dissertation]. Institute for Language，Logic and Information，University of Amsterdam

van Benthem J. 1986. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht：Reidel

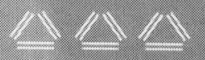
van Benthem J. 1991. *Language in Action. Categories*，*Lambdas and Dynamic Logic*. Amsterdam：North-Holland

van Eyck J，de Vries F-J. 1991. Dynamic Interpretation and Hoare Deduction. *Journal of Logic*，*Language and Information*，1（1992）：1～44

Westerståhl D. 1989. Quantifiers in Formal and Natural Languages. In：Gabbay D，Guenthner F，eds. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. IV. Dordrecht：Reidel. 1～131

第2部分

范畴语法与证明论



第 2 部分的文章发展了范畴语法的逻辑理论。把自然语言中的范畴与逻辑类型论联系起来的想法乃是一种旧想法，可以追溯到胡塞尔和爱裘凯维茨，卡里和兰贝克在 20 世纪 50 年代推进了这一想法。在这种背景下，下面两个过程是起类似作用的。第一个过程是把一个自然语言表达式分析为指派给它的组成词的一串范畴，并且找出某个“适合”更大子表达式的函数和自变元的连续组合，直到整个表达式。这里使用的范畴或类型表现出与逻辑很强的类似之处：存在像合取那样活动的乘积类型 $A \cdot B$，以及像蕴涵那样活动的函数类型 $A \to B$。这种所谓的“卡里 - 霍华德同构”的关键乃是一次函数贴合，就像一次逻辑的从 A 和 $A \to B$ 到 B 的肯定前件式（Modus Ponens）推理。这使得我们看到范畴推导与一个蕴涵逻辑系统证明之间的类似之处，其中，肯定前件的“伴随推理”——条件化，对应于进行一次 λ 抽象。这些观察的最后结果如下：假定一个带范畴 A_1，…，A_n 组成表达式的自然语言表达式 E，在通过某个语言推导构造的范畴 B 中具有意义 X。那么我们可以使用这个推导，自动计算一个逻辑形式的项 τ_B（x_{A_1}，…，x_{An}）：λ-演算对这个推导编码，并且精确地说明如何解释这个表达式。

这些问题在第一篇文章“范畴语法与 λ-演算”中得到详细说明。特别是，语法推导与 λ 项以及它们的意义之间的联系具有某种十分有趣的微细结构。例如，组合不仅仅是肯定前件或者函数贴合的问题。有时候，表达式必须首先通过条件化“提升”它们的类型，从而适合它们的环境。例如，一个类型 N 的专有名词（“约翰”（John））可以变成一个类型（$(N \to S) \to S$)的名词短语。非常重要的是，在这里，组合意义的“λ 黏合”不是 λ 演算的全部数学形式语言，而是一种资源敏感的形式：必要的 λ 算子 $\lambda x \cdot \tau$ 只需要约束变元的单一出现，这种性质的重要性是在“线性逻辑”中被独立发现的。这里的论文发展了这个框架的一些语义特征，如表明由此可以推出自然语言的表达式只能有有穷多不同的读法，但是也研究表达完全性的问题。相应的证明系统是条件句逻辑的一个特殊版本，这是第二篇文章“兰贝克演算”的主题。首次发表于 1958 年一篇开拓性文章中的兰贝克演算，是一个基本的蕴涵逻辑，它只允许自返性、切割和结合这些结构规则，拒绝单调性、收缩和排列。它的可导出规律推广了前面关于自然语言中“类型切换”的观察（包括 1983 年我在温哥华发现的关于类型切换的蕴涵逻辑，当时我还年轻，也很无知）。这篇论文十分详细地发展了这些演算，拓宽了自然语言分析和逻辑证明结构之间的联系。

这一部分的其他论文探讨了一些具体的主题和近来的发展。“语义类型变换与语法识别”继续研究类型论和范畴语法的相互作用，并且研究证明论如何能与数学语言学更加紧密地联系起来。一个显著之处就是对范畴语言的识别能力进行

分析，这种分析基于兰贝克演算以及相关的带有更强结构规则的蕴涵逻辑，如相干逻辑。这里，组合方法包括帕瑞克定理和克鲁斯凯定理。接着，“范畴语法和类型论”是对到时为止这个领域的研究概述，包括许多其他人的贡献。由此产生的研究计划的许多结果收集在我 1991 年的专著《行动中的语言：范畴、拉姆达与动态逻辑》中（*Language in Action*：*Categories*，*Lambdas and Dynamic Logic*. Amsterdam；Cambridge，Mass：North-Holland & MIT Press，1991）。

第 2 部分最后两篇是最近受邀写的论文，它们是对早期一些问题的反思。“处于十字路口的范畴语法”特别关注对范畴蕴涵逻辑的其他更多模型论的解释。20 世纪 90 年代后，有一点变得很清楚，自然语言分析所需要的逻辑也在计算和更一般的信息流中自然地产生了，它们用来对这些过程中的基本程序结构进行说明。现在，这些逻辑包括在所谓的“子结构逻辑”中。这篇文章关注我们今天拥有的范畴演算的大量语义模型，通常还带有模态逻辑的色彩，范围包括带联结的语言、状态空间中转换的关系代数、合并信息块的信息模型，主题包括语言的模态逻辑的新完全性问题以及与形式学习理论的新联系。“自然语言的范畴微细结构”把前面的主题与我们今天对自然语言的一般逻辑理解联系起来，包括与广义量词理论的联系。这篇文章还提出了这样一个问题，即自然语言是否真正考虑函数自变元应用，或者某种关于组合的“扁平”合取机制是否也起作用。我确实曾与三位挪威作者合写过一本书（Fenstad J-E，Halvorsen P-K，Langholm T. *Situations*，*Language and Logic*. Dordrecht：Reidel，1987），我们只使用“方程限制”的累积而发展这样一种扁平机制。在不确定的世界中，拓展投资总是好事。

范畴语法处于与许多领域相联系的岔路口：语言学、数理逻辑以及计算机科学，其中 λ 演算、类型论和线性逻辑都是有生命力的研究方向。在因特网上简短的冲浪就足以使读者相信今天的这种现实。但是，对我来说，今天最令人兴奋的发展，乃是范畴语法及其逻辑与子结构逻辑、信息哲学和演绎中信息流这个基本问题的联系。我和马蒂尼兹为《信息哲学手册》撰写的章节“逻辑和信息的故事”（van Benthem J，Martinez M. The Stories of Logic and Information. In：Adriaans P，van Benthem J，eds. *Handbook of the Philosophy of Information*. Amsterdam：Elsevier，2008）广泛介绍了逻辑中主要的信息概念：认知的、情景理论的和推理的概念——包括一种对我们的范畴形式语言地位的说明。因此，正如我们前面所说，从关注自然语言的基本机制出发，很快就提出了理解逻辑自身这一基本问题。

5 范畴语法和 λ-演算*

郭美云　王　磊/译　高东平/校

5.1 引　　言

范畴语法和逻辑类型论具有相同的历史渊源，即弗雷格和罗素的思想——语言中普遍存在函数/主目（function/argument）结构。然而，这两个领域的发展方向却迥然不同。一个成为一个更倾向于语言学的分支，另一个则成为一个更倾向于数学的分支（前者请参见 Bach 等（1986）、Buszkowski（1986）；后者请参见 Gallin（1975）、Barendregt（1981））。尽管如此，范畴语法同样包含更理论性的逻辑成分。最近，不同学者对此已有一些研究（Buszkowski，1982；Došen，1986；van Benthem，1986a，1986e）。在这一方向上，类型论和 λ-演算研究之间显现出很多联系，这些联系表现为范畴语法、关于蕴涵的根岑演算和类型化的 λ-语言片段之间的相似性。本文将对这一进展做一综述，并且增加一些关于可定义性和保持性的新成果。

5.2 范 畴 语 法

5.2.1 标准系统

范畴语法是建立在语法范畴和语义类型相对应基础上的，而后者则是从那些基本类型出发以连续配对的形式逐步生成的。例如，基本类型可以为 e（“实体”）和 t（“真值”），复合类型（a，b）则表示从 a-类型到 b-类型的函数。自然语言中的单形表达式（simplex expression）可以被指派为一个或者多个类型，而

---

* Categorial Grammar and Lambda Calculus. In：Skordev D，ed. *Mathematical Logic and Its Applications*. NewYork：Plenum Press，1987. 39～60

复杂表达式通过运用函数贴合规则可能得到也可能得不到一个类型：

“如果 X 的类型为（a，b），Y 的类型为 a，那么毗连 XY 的类型为 b。”

如果主目表达式（argument expression）中并没有对优先位置进行编码的话，那么 XY 的类型将被认可为 b。

例 1 以自然语言中的简单句为例。

（1）玛丽 埋头苦干

$e \quad (e, t)$

t

（2）玛丽 听说过 莉莉

$e \quad (e, (e, t)) \quad e$

(e, t)

t

（3）一个 孩子 微笑

$((e, t), ((e, t), t)) \quad (e, t)$

$((e, t), t) \quad (e, t)$

t

通过上述例句，我们可以看到一些常见的类型：e（专名）、t（句子）、（e，t）（不及物动词、普通名词）、（e，（e，t））（及物动词）、（（e，t），t）（名词短语）、（（e，t），（（e，t），t））（限定词）。其他类型有：（t，t）（一元联结词“并非”）、（t，（t，t））（二元联结词“和”、“或者”）、（（e，t），（e，t））（形容词，如“安静的”；副词，如“安静地”）。还有一种最复杂的类型：（（（e，t），t），（（e，t），（e，t）））（介词）。

从一个复杂语言表达式单形部分的最初指派类型出发，通过连续运用函数贴合规则，它便被识别为属于一个相应的范畴。特别地，最初的指派可以生成作为表达式集合的语言，其类型为 t。这里最有意思的是，在计算最终类型的过程中，对函数贴合顺序的识别意味着语义解释。而且，对于相同的类型，可以通过改变其识别顺序从而模拟歧义性。

例 2 以没有括号的命题公式为例。

（1）$\neg \quad p \quad \wedge \quad q$

$(t, t) \quad t \quad (t, (t, t)) \quad t$

$t \quad (t, t)$

t

（“$(\neg p \wedge q)$”）

(2) $\neg \quad p \quad \wedge \quad q$

$$\cfrac{(t,t) \qquad \cfrac{t \qquad \cfrac{(t,(t,t)) \quad t}{(t,t)}}{t}}{t}$$

(“$\neg\ (p \wedge q)$”)

5.2.2　弹性规则

所谓的类型改变规则逐渐地使标准系统得以丰富。其核心内容就是“吉奇规则”，即

“对于任意类型 c，如果一个表达式的类型为 (a, b)，那么其类型也可以为 $((c, a), (c, b))$。”

根据这一规则，我们可以对“否定”多次使用（“否定”可作为句子否定 (t, t)、谓词否定 $((e, t), (e, t))$ 或名词短语否定等等），而不用预设有无穷多的初始类型。关于这一规则的其他贴合可参见 van Benthem（1986e）的文章。另外一个类型改变规则是“蒙太格规则”，即

“对于任意类型 b，如果一个表达式的类型为 a，那么其类型也可以为 $((a, b), b)$。”

根据这一规则，只要方便我们就可以把专名（类型为 e）当做名词短语（类型为 $(e, t), t)$ 来使用。关于这一规则在其他方面的应用，可参见 Zwarts（1986）或者 Keenan Faltz（1985）的论文（其中所有不及物动词的类型已经由 (e, t) 提升为 $(((e, t), t), t)$）。目前，大部分范畴语法已经合并了这样一些规则，以达到流畅地进行语言描述的目的。

正确理解类型改变规则之后，我们还可以从中发现一种逻辑技巧。上述范畴树与逻辑派生是十分类似的，如同函数贴合规则与分离规则是一致的一样：

$$\frac{a \quad (a, b)}{b} \qquad\qquad \frac{a \quad a \to b}{b}$$

这种相似性 Lambek（1958）已经发现。类型改变规则对应有效的构造性蕴涵原则，从一个初始类型的序列 A 到作为结果的类型 b，这一语言识别过程可以看做是序列 $A \Rightarrow b$ 的一个推导（因此，这一盛行于 70 年代“把句法分析当做演绎”的口号实际上已经被兰贝克运用很久了）。为此，我们可以运用根岑式的自然推演得到上述转换。例如，通过多次使用分离规则和条件化，我们可以得到吉奇规则和蒙太格规则。

例 3　以吉奇规则的推导过程为例。

$$
\begin{array}{c}
1 \qquad\qquad\qquad 2 \\
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{c \qquad\qquad (c,\ a)}{a \qquad\quad (a,\ b)}}{b}}{(c,\ b)}\ \ (\text{撤销}1)}{((c,\ a),\ (c,\ b))}\ \ (\text{撤销}2)
\end{array}
$$

然而，并非构造性蕴涵的每个原则都反映了自然语言类型改变的一个正确规律。例如，从类型 t 到类型 $(e,\ t)$，即 $t \Rightarrow (e,\ t)$（句子转化为不及物动词）是不成立的。又如，一个一般的收缩 $(a,\ (a,\ b)) \Rightarrow (a,\ b)$ 也是不成立的。只有对那些前提无谓地多次使用，才能得到上述结果。由此我们可以看出，兰贝克的演算在其结构规则上与一般的逻辑演算是不同的：它要求每次进行条件化时，有且只有前件类型一次出现可以被引入。因此，我们正在做一件类似于相干逻辑的事情，即一个证据的每一次出现都被用上了。

通过改变存在于结构规则中的预设，可以得到不同的兰贝克演算。例如，各个前提的顺序就需要确定：尽管任意的排列是被允许的（正如通常的逻辑一样），但这是可以讨论的（van Benthem（1986e）对此做过一些讨论）。同样，语言变量也要求对条件化放宽条件。例如，“并且”能够从类型 $(t,\ (t,\ t))$（句子合取）跳到类型 $((e,\ t),\ ((e,\ t),\ (e,\ t)))$（谓词合取）：这一推演的转换需要两次使用某个 e 前提（从技术上看，这里其实需要运用 Thinning 的结构规则）。因此，一个正确的视角应该是范畴演算的一个视野。它包括从标准系统（只包含分离规则）到全部构造性条件句逻辑。

注记　上述范畴的框架还有很多变形及扩展。例如，蒙太格语法通过增加一个基本类型 (s) 来模拟内涵结构。另外，语言类型的内部结构还需要我们运用增加子类型和其他工具来区分不同种类的表达式。还有，句法上的特性可能会迫使我们使用有向的类型 $a \backslash b$（左搜索（left-searching））和 b/a（右搜索（right-searching）），而不是无方向类型 $(a,\ b)$。像这样的一些更多可能性这里暂不讨论。

5.3　识　别　力

在识别自然（和人工）语言时，每一种范畴演算都代表一种识别方法。对于包括有向类型的标准版本而言，它所能识别的语族结果正是与上下文无关的语言。而对于更多的组合模式，其结果依然是一个开问题（关于兰贝克版本识别力

的已有结果，可参见 Buszkowski（1982）和 Buszkowski 等（1986））的论著。对于包括无方向类型的情形，结果同样也很少（van Benthem，1986e）

由此，这里有一个开问题，在一个更抽象的推演背景下，给定一个对基本表达式（如字母表中的符号）的初始指派之后，确定哪种语言可以被识别。这一问题相当于一个证明分析这类可能很难的问题。而且，就增加类型改变规则的影响而言，它在增加更多可能读法的同时（强能力），也能够增多或减少所识别的语言族（弱能力）。例如，在标准版本的基础上增加排列这一结构规则就会损失识别力：因为并不是所有与上下文无关的语言都是排列封闭的。它也会产生新的识别力：如正则（并且因此是与上下文无关的）语言（$a\ b\ c$）* 的排列闭包就变成可识别的了。并且后者就是与 a，b，c 数目相同的所有序列非与上下文无关的集合。

所有这些与逻辑证明论的联系表现为以下两个方面：第一，逻辑系统或推导规则能够用来进行语言识别（“把演绎看做是句法分析”）。例如，全部的构造性条件句逻辑同样可以看做是范畴语法的一种版本。（当然，这种可以被识别的语言类是很弱的。参见 van Benthem（1986e））或者更进一步，我们还可以研究各种结构规则的识别效果。例如，在标准版本的基础上增加 Thinning 规则之后，我们便无法识别命题公式这样的语言（这一点容易证明）。在这种版本中，我们还能得到非与上下文无关的语言吗？更一般地说，关于数学语言中传统划分的逻辑动因问题我们会产生很多疑问。例如，是否存在这样的自然演绎系统，它刚好能识别正则语言？第二，按照上面把识别当做演绎的观点，证明论中的一般技巧（如推演的正规化）可以用于语言强度的研究：这的确是一个奇特的应用。

5.4 范畴语义和类型论

范畴语法经常被用做一种主要的句法描述方法，相应地，它产生不同的成分结构，其数量与语义拼出的不同读法数是一样。但是，就其自身而言，句法的多样性并不能保证正确的语义区分：为此，我们需要知道范畴组合所形成的各种模式的意义，这就是一个范畴语义。我们研究范畴语义的另外一个动机是为类型改变的各种演算提供一个语义。当然，我们可以利用通常逻辑中的技术来达到这一目的，而不管这种技术是属于代数的 Buszkowski（1982），还是属于模型论的（关于兰贝克演算的克里普克模型参见（Došen，1986；van Benthem，1986e））。下面是关于现在这一目的最有启发性的一个观点。

5.4.1 意义说明

范畴语法标准的世界图像由基本论域 D_e（个体）和 $D_t = \{0, 1\}$ 以及一个顶部函数体系 $D_{(a,b)} = (D_b)^{Da}$ 组成。标准系统中的推导描述了这些论域中的对象，这些推导仅仅运用了类型论语言的贴合（application）片段，通过下述对应

$$a + (a,b) \Rightarrow b$$

$$a \quad a \rightarrow b \Rightarrow b$$

$$x_a + y_{(a,b)} \Rightarrow y(x)$$

接下来，更多的兰贝克模式也可以产生出包含 λ-抽象的意义说明。

例 4 吉奇规则的经典含义可以从 5.1 节中自然演绎树得到系统说明：

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{x_c \qquad y_{(c,a)}}{y(x) \qquad z_{(a,b)}}}{z(y(x))}}{\lambda x \cdot z(y(x))}}{\lambda y \cdot \lambda x \cdot z(y(x))}$$

这里，λ-抽象对条件化进行了编码（关于这一点，逻辑学家称为“公式作为类型”。参见 Barendregt（1981）附录 I）。

全贴合/λ-语言对应于全部构造性条件句逻辑中的推导。但是，兰贝克演算只运用了它的一个片段，在这个片段中，每一个标记 λ 约束仅仅一个自由变元的出现。而且，没有子项是封闭的。van Benthem（1983）对这一结论进行了证明，我论述了兰贝克推导和 λ-项的有效转化。顺便说一句，从 λ-推导到 λ-项的转化属于词形变化，在语言学文献中被宣传为“类型驱动的翻译”。

当然，不同的兰贝克演算将由 λ-语言的不同片段所“标定”。例如，从句子合取到谓词合取就需要双重约束：

$$\lambda x_{(e,t)} \cdot \lambda y_{(e,t)} \cdot \lambda z_e \cdot \text{“and”}_{(t,(t,t))}(y(z))(x(z))$$

这些转化具有重要的语义影响。特别是，以上标准的兰贝克片段是*逻辑有穷的*，即对于一个给定的归约到某个单个类型的条目序列，它只能够产生出有穷的逻辑上不同的读法（van Benthem，1983，1986a）。它反映出这样一个语言直觉，复杂表达式也不能是无限模糊的。相反，在全部的 λ-语言中，逻辑有穷就失效了。例如，一个序列

$$a_{(e,t)} \qquad\qquad b_{((e,t),(e,t))}$$

有无穷多种不同的读法，形式为

$$\lambda x_{((e,t),(e,t))} \cdot x(x(\cdots(x(a))\cdots))(b)$$

注记　如果没有任何 λ-解释，一个人也能拟想类型改变各种规则。有了这样一些任意的规则，所有 0 型的语言都是可以被识别的了（Buszkowski et al., 1986）：但是，语义方面的吸引力却没了。

5.4.2　扩张

当我们表达自然语言的含义时，往往不涉及全部的应用/抽象语言，但是类型改变却需要下一个逻辑水平：额外带有等词的类型论语言。例如，一些语言学家声称，专名（类型 e）也能够被当做一元谓词（类型（e, t））；正如德文短语 “der Heinrich”。因为从 e 到 $e \to t$ 的推理不是构造性有效的，所以这里并没有纯粹的 λ-解释。反而，这里意义说明公式 $\lambda y_e \cdot y_e \equiv x_e$（顺便说一下，具有明确语言含义的动词 “to be” 对于采取这一步骤来说并不是一个很好的论证。它仅仅是及物动词，而不是一个突然出现的概念——事实上我们可以运用兰贝克演算把它的一般行为推导出来，参见 van Benthem（1986a）的著作）。然而，类型论语言具有超强的作用力。例如，它可以定义通常所有的逻辑常元（Gallin，1975），这些逻辑常元并不能表示组合的范畴模式。根据范畴模式在合取之后仍保持其自身同一性的特点，可接受的类型改变包括了所有具有 $A \Rightarrow t$ 这类形式的结果（但是，如 $t \Rightarrow e$ 依然是被禁止的）。因此，在任何情况下，合理的片段都要去研究。

可能由于布尔算子和它们的逻辑同伴——量词是不同的，所以很容易形成一种更加自然的扩张。前者的高阶运用能够被解释为根据兰贝克规则对初始类型进行计算得到的结果。但是，这对于量词是不成立的。例如，一阶全称量词的类型为（(e, t), t），其意义是

$$\lambda x_{(e,t)} \cdot \forall y_e \cdot x(y)$$

二阶全称量词的类型为（((e, t), t), t），相关的意义是

$$\lambda x_{((e,t),t)} \cdot \forall y_{(e,t)} \cdot x(y)$$

后者并不是前者根据兰贝克演算得到的，更不用说在更广泛的意义上了。$(e \to t) \to t \Rightarrow ((e \to t) \to t) \to t$ 不是构造性蕴涵的一个有效规则。然而，该蕴涵式的前件和后件有着密切的联系——后件是前件运用类型代入（上文中提到的用（e, t）代入 e）得到的。对基本类型任意代入 σ 会导致项中类型索引的句法变化，使得类型为 a 的项变成类型为 $\sigma(a)$ 的项（但是这一变化在带有等词的全部语言中并不会发生）。上述二阶量词的转化种类在具有变元类型的一个二阶 λ-演算中是真正的多形态转化。因此，这一量词的类型为（(x, t), t），其中 x 代表任意类型。

注记　对于布尔算子来说，它并不适合多形态转化。其原因在于，定义一个

类型的宽度如下：

$$\text{width}\ (a) = 1, a \text{ 为基本类型(包括变元)}$$
$$\text{width}\ ((b, c)) = \text{width}\ (c) + 1$$

任意一个具有*最右边的*（right-most）类型常元 t（关于否定的合适版本）的单个多形态模式，其宽度都是固定且有限的，这一宽度不会随着类型变元的改变而改变。但是，根据类型变元而改变了的否定词可能有任意有限宽度（思考一下 n 元谓词否定）。另一方面，兰贝克规则可以产生所有的否定词。当然，一般说来，类型改变和多形态可以互相结合。

题外话 在范畴项中，从包含范畴项的构造性条件句逻辑到经典的条件句逻辑进行转化的关键在哪里？众所周知，后者是通过对前者增加皮尔斯律的所有代入实例（$((a \to b) \to a) \to a$）得到的。事实上，增加这一原则的所有非构造性的原子实例就足够了（van Benthem，1986b）。因此，在我们这个情形里，增加两个常项便足够了：

$$c_{(((e,t),e),e)} \text{和}\ c_{(((t,e),t),t)}$$

只是前者表达的似乎是一个自然的意义，但是，它表示从选择函数（类型为 $((e, t), e)$）到个体对象（类型为 e）之间经典的转化——如 $\lambda x_{((e,t),e)} \cdot x (\lambda y_e \cdot \bot)$（将 x 应用到空集中）。

5.5 逻辑学与语言学的相互作用

通过上述联系，来自逻辑学和语言学的思想可以互动。例如，正如5.3节所提到的，证明论能够被运用到数理语言学中。5.4节说明这一运用可以得到更为深入的阐述。一个复合表达式的范畴意义一定是*谓述的*（predicative），即只有论域能被用来表示该表达式中代表简单成分的原初类型的子类型，或者其输出类型的真子类型。这一性质来源于兰贝克演算中通过标准化推导得到的子公式性质。此外，来源于 λ-演算的许多其他理论大体上都是相关的（例如，W. 普勒斯认为，从类型演算到非类型演算的嵌入可能反映了自然语言表达式的“机会主义”特征：按照语境来获得类型）。这对于等价的组合逻辑也是成立的，它提供了对范畴意义进行分类的另一种方法（Steedman，1985）。

注记 逻辑上“等价”的形式化依然可以为切割自然语言这块蛋糕提供各种不同的方法。例如，组合逻辑框架表明了建立在不同组合算子集的类型改变演算的一个层级，用兰贝克的观点来看，它可以是不自然的。所以，逻辑中经常被忽略的记号问题，在应用时可以是很重要的。特别地，什么可以看做语言的一个

合理“片段”，是一个具有高度内涵性的问题，而这取决于应用的意图。这对于逻辑内部本身的形式化也同样成立。例如，蒯因的谓词 - 函子逻辑（1971）给出的一阶逻辑语言在量词复杂度的放置方面与通常的模式差别很大，由这产生出一个新观点，即什么片断可以看做一个大的可判定的片段（Bacon，1985）。同样，自然语言语义中逻辑形式化的运用表明语言片段是可以通过对约束变元的重数和深度加以限制得到，而这在传统意义上还没有被研究过。（例如，关于“有界依赖”的语言现象能够在一个谓词逻辑中得到模拟，即量词只能约束那些间有至多某个固定数目量词的变元。这类片段是可判定的吗？）

目前出现的新问题是关于范畴语义和通常逻辑的界限问题。这些问题常常产生于 λ 演算中一般情况的具体化。我们不是从任意的基本类型出发，而是从具体的类型 e 和 t 开始研究，后者的论域称为布尔结构。例如，自然语言中的一般布尔结构由 Keenan 和 Faltz（1985）加以详细研究。另外，内涵的基本类型也能够带来各种不同的特殊影响（van Benthem，1986d）。但是，由于具体的类型包含语义内容，因而也能够使我们对其加以研究，van Benthem（1986a）就有对限定词/广义的（determiners/generalized）量词的逻辑研究。开始于上述具体情形，语义学者试图得出更加普遍的概念以应用于所有的范畴——这样的话，它便在具有普遍性的 λ-演算的水平上了。

一个例子就是在所有的类型中对个体域排列保持不变的“逻辑性”这一概念（个体域也适用于更高类型）。一个样本结果是这样的：在某个类型上的逻辑条目完成的同时，又在一个新类型中产生一个逻辑条目，在这一过程中 λ-类型是否发生了改变呢？它好像是对类型改变的合理制约。实际上，它是可以被满足的：所有具有上述意义的逻辑参数的 λ-项都定义了指谓，而且它是排列不变的（van Benthem，1986a：7.5 节）。对类型改变更为深入的制约问题，与通过语言结合产生的类型论的其他一般性问题，将会在后面的内容中得到进一步阐述。

5.6　布尔结构和单调性

以一种形式或者另外一种形式出现的布尔联结词“并非”、“并且”、“或者”，贯穿所有的人类语言。因此，以一般类型论为前提研究布尔结构就有一个语义的情况。首先，每一个以 t 为最后出现的类型都与一个自然的布尔结构有一个相关联的论域（例如，把（a_1，（…（a_n，t）…）））设想为卡氏积 $Da_1 \times \cdots \times Da_n$ 的幂集）。在这样的论域中我们可以得到一个一般的包含结构 $\subseteq$，定义如下：

在 D_t 上，$\subseteq$ 就是 $\leqslant$；在 D_e 上，它表示同一关系。

在$D_{(a,b)}$上，$f\subseteq g$成立，当且仅当，对于所有的$x\in D_a$，$f(x)\subseteq g(x)$在D_b中成立。

这在所有的语言范畴中表示了一种一般性的蕴涵，而不仅仅局限于句子。

现在，各种问题出现了。例如，布尔结构是否应当绝对地被保持，所有作为语言指谓的函数都是与布尔同态的吗？从一般意义上讲这一点似乎是太强了。例如，即使符合同态指谓的兰贝克改变都不需要保持同态（van Benthem，1986a）。但是，这样便会产生一个似乎合理的限制，即5.4节的意义说明τ在下述意义上保持逻辑蕴涵（允许对记号做一些无害的滥用）：

“如果在一个类型论域D_a中$x\subseteq y$，

那么在改变后的类型a的论域中$\tau(x)\subseteq\tau(y)$。”

但是，这种形式的保持性并不能得到保证。例如，在吉奇的用法中它是成立的，但是在蒙太格用法说明中并没有它——读做$\lambda y_{(a,b)}\cdot y(x_a)$（思考一下当$a=(e,t)$时的情况）。因此，便存在一个关于保持的问题。在上述意义上，要确保逻辑蕴涵对于某个逻辑参数的保持性，λ-项的哪种句法形式是充分且必要的呢？

对于上述语义单调性的一个充分条件是项τ中相关变元的正出现；

- x在x中是正出现；
- 如果x在τ中的一个出现是正的，那么它在复合项$\tau(\tau')$、$\lambda y\cdot\tau$中也是正出现。

（注意在5.4节中在吉奇说明中相关的变元是正出现，但在蒙太格说明中却不是。）但是，反之却不成立。例如，对于以e为最后出现的类型，我们将$\subseteq$定义为其最简单的本质含义，在那些类型上出现的参数可能出现在任意的句法位置上。即使对于“t-类型”，也会有例外情况。

例5 （1）项$\tau=x_{(t,t)}(x_{(t,t)}(y_t))$在参数$x_{(t,t)}$中是单调的；

（2）不存在这样的定义，在该定义中这一参数仅仅是正出现。

证明：（1）论域$D_{(t,t)}$是四元素组成带有原子$\lambda x_t\cdot x_t$和$\lambda x_t\cdot\neg x_t$的布尔代数。只需验证给定某个y，τ的值为1，而用某个$\subseteq$较大的函数来代替x，τ的值将一直保持为1。

（2）令τ'是带有自由变元$x_{(t,t)}$，y_t的任意一个项，并且在τ'中x仅仅正出现。根据前面的内容（5.5节），τ'可以是谓词，而且它只包含类型t，(t,t)中的约束变元（产生该形式的λ-转化将不会使正出现变为非正出现）。由于谓词项τ'没有一个原初的λ（类型为t），因此它一定是一种应用。τ'没有前缀λ，并且τ'是正规形式，它也不会是一个对它自身的应用（这将会产生非函数类型t）。所以，它一定是$x_{(t,t)}$。但是，自变项τ'也不可能有前缀λ。因此可以得出，τ'一定

是由包含 $x_{(t,t)}$ 的某个序列构成的，序列中变元的最后一个类型为 y_t。如果 x 在这里只是正出现，那么唯一可能的形式便是 $x_{(t,t)}y_t$。显然它与原先 τ 不是逻辑等值的。■

这一例子解释了在高阶条件下得到保持性结果可能具有的复杂性——它当然可以不是一阶逻辑中保持性结果的简单对应（例如，语义单调性和正出现是简单的关联）。确实，这里并不需要精致的句法刻画！但是，与标准的兰贝克演算相一致的特定片段（“单约束的 λ-项”；参见 5.4 节），有下面一个结果。

定理 1　对于某个 a 以 t 结束的参数 x_a，一个单约束（single-bind）的 λ-项 τ 是语义单调的，当且仅当 τ 与另外一个项逻辑等值，其中 x_a 在该项中的所有出现都是正的。

证明： 从左到右的证明是关键。思考一下对于 τ 的任意 λ-正规形式。如果（!）x_a 的出现不是正的，那么接下来的步骤将会找到一个关于 τ 的语义单调性的反例。

我们定义两个指派 A_1 和 A_2，初始定义为

$$A_1(x_a)=0_a, A_2(x_a)=1_a;$$

其中 0_a，1_a 分别是类型 $a=(a_1,\cdots(a_n,t)\cdots)$（如 $0_a=\lambda x_1\cdot\cdots\cdot\lambda x_n\cdot 0$ 等）中的常项 0 元函数和 1 元函数。所以，$A_1(x_a)\subseteq A_2(x_a)$。现在，我们运用一种方法对 A_1 和 A_2 进行扩展，即对更多的自由变元做出相同的选择，并且沿着 τ 的树形结构不断向上进行。因为 x_a 不是正出现，所以必然存在一个起决定作用的初始函项，根据这一函项，包括 A_1-和 A_2-赋值之间的包含关系将被破坏。直到我们得到 τ，这一非－包含关系将一直被保持性，而这正是我们想要的反例。

接着，我们将要用到下面一些关于正规形式的事实：

（i）每一个应用 $\tau_1(\tau_2)$ 都是这种形式，即“主变元”（leading variable），接着一串恰当的自变元，其中 τ_2 是最后一个项（因为由紧接着变元的函数头不能是 λ-形式）。

（ii）每一个子项都出现在形如 $\lambda y_1\cdot\cdots\cdot\lambda y_k[\tau_1(\tau_2)\cdots(\tau_m)]$ 的一个极大语境中。它要么是整个项 τ，要么是某个应用的变元。

现在，根据对 x_a 的指派，它的语境 γ 也会在其类型（如 b）中指谓常元 0 元函数或者 1 元函数，其中，A_1 和 A_2 能够在相应的自由变元上进行扩展。然后，运用某个主变元 u，便可以得到起决定作用的函数。第一种情况：u 的类型以 t 结束。对指派给 u 函数来说，若在 γ 位置上所有变元组的值都为 0_b，该函数的赋值为 1，否则其赋值为 0。第二种情况：u 的类型以 e 结束。对在 γ 位置上标记为 0_b 的任意函数赋值为 e_1（$\in D_e$），在 γ 上标记为 1_b 的任意函数赋值为 e_2（与 e_1

相区别），对在 u 的范围内的其他自由变元可以进行任意赋值。所以，u-项中的 A_1-赋值不再包含于它的 A_2-赋值中。另外，这一结果对于 u 的全部语境情形也是成立的，这里 u 可能就会有一个初始的 λ。（根据函数“包含于”的定义，$A_1(\lambda y \cdot \sigma) \subseteq A_2(\lambda y \cdot \sigma)$ 蕴涵 $A_1(\sigma) \subseteq A_2(\sigma)$。在这一步中，指派的函数定义域可能会减小）。

最后，如果存在较深层次的高级语境，那么运用适合于主变元的条件，即 0，1，e_1，e_2，非包含关系（non-inclusion）这时已经没有布尔真值之间的转换了。 ■

这一证明过程的关键在于兰贝克项的“单约束”性。因为所有的自由变元在任意的子项中都不会出现两次，所以“单约束”性便能够确保某个点的指派与范围较大的语境中的赋值不会产生任何矛盾。

注记　使得逻辑蕴涵具有保持性的另外一个方法就是令所有的项都具有“单约束”性，接着为该语言构建一个为真的模型类（这就是 U. 摩尼旭提出的“斯科特策略”）。

但是在一阶逻辑的保持性结果中，其表述有一定差别。其中，语言有对于布尔算子逻辑常元以及合取和析取变元位置的正出现也看做是正出现。（另外，关于否定，正出现和负出现是交替的。）由此，便会产生下面一个问题。

问题 1　对于包括布尔算子中附加有常元的语言，我们要证明上述保持性定理的适当推广。

实际上，van Benthem（1986c）针对要得到单调性表示这一情况，已经提出了一个系统演算。这一演算由一个包括“单调性标记”附加规则的兰贝克自然推演系统构成。这一自然推演系统有两个来源：一个是一般的类型论结果，另一个是特定词条的单调性结果（如布尔常元）。这样上述问题便成为：该演算系统逻辑等值意义上是否是完全的。

在类型论语言中，对布尔常元的直接增加也会影响其他问题。例如，兰贝克片段的逻辑有穷性会随着这一增加而发生变化吗？（可能不会。）

5.7　一阶类型

语言学家常常声称自然语言表达式通常与相对简单的类型一起出现。例如，Chierchia（1985）认为普遍约束到阶（order）至多为三的类型。其复杂度的测量为：

$$\text{对于基本类型 } x, \text{order}(x) = 0$$
$$\text{order}((a, b)) = \text{Max}(\text{order}(a) + 1, \text{order}(b))$$

因此，个体上 n-元真值函数或者算子的类型都是一阶的，而如（$((t, t), t)$）或者 $((e, t), ((e, t), t))$ 则是二阶的。实际上，似乎一阶类型占主要地位，尤其是在一个新类型中（正如有时被提到过的）类型为（e, t）的谓词要被重新－范畴化的时候。如何解释这种低复杂度呢？Zwarts（1986）在对盖夫曼定理的证明（5.3 节提到）中指出，每种与上下文无关的语言都有一个仅仅为一阶类型的范畴语法。因此，出于组合的句法目的，没有必要使用更高类型。我们也许要用一个更加语义化的解释来证明低阶指谓如何能定义（所有的）高阶对象。确实，从全局来看（尽管是相当弱的），一阶类型的表达式已经能够构成所有高阶类型。

定理 2　对于每一个类型 a，都存在一个一阶类型的序列 A，使得 $A \Rightarrow a$ 是兰贝克可推出的。

证明：对 a 的复杂度进行归纳。基本情形，当 $a = e$ 或者 $a = t$ 时显然成立。接着，令 $a = (a_1, \cdots (a_n, t) \cdots)$ 。（以 e 结束的类型与之类似。）我们想要证明一阶类型 A 使得 $A \Rightarrow a$ 是可推出的，或者要证，A，a_1，$\cdots a_n \Rightarrow t$。现在，如果 a_i 不是基本类型，那么 a 的形式为 $((a_i^1, \cdots (a_i^k, e) \cdots))$。根据归纳假设，存在一阶序列 X_i（$1 \leq i \leq k$）使得 $X_j \Rightarrow a_i^j$ 是兰贝克可推出的。因此，集中所有这些序列，对于所有的复合类型 a_i 以及一个序列 X，有 X，a_1，$\cdots a_n \Rightarrow Y$ 是兰贝克可推出的；其中 Y 是基本类型 e 和 t 的某个序列。为 X 增加一个一阶的“连接－类型”，就会得到我们想要证明的结论：序列 A 推出 a。例如，如果 $Y = \langle e, t, e \rangle$，那么就要增加类型（$e, (t, (e, t))$）。 ■

在 5.8 节中，更多的可定义性结果将得到证明。这表明在某些情况下，一阶对象包括了高阶类型的所有信息。但是，我们也可以运用另一种方法，即对那些在高阶类型中没有增长过快（或者不增长）的模型，降低标准函数的层级。例如，如果我们运用布尔结构规则对所有函数进行约束，那么这一层级可能由此开始。$D_{(e, t)}$ 是所有从个体到真值的函数（假定前者不保持有优先布尔结构）。但是这样的话，在下一个层级 $D_{((e, t), t)}$ 上的函数则是与 $D_{(e, t)}$ 的布尔结构同态的：这会使得规模大幅度减小。例如，当 D_e 是有穷的时候，那么便存在一个从 D_e 到与其相对应的同态结构（如在 $D_{(e, t)}$ 上的超滤）的双射。这时，函数的层级就会以斯科特的最近范畴模型的方式作后滚翻（flip-flop）。

关于自然语言中“低复杂度类型”的语言学论点并非没有争论。本节的主要目的仅仅是论证逻辑的观点是如何与上述讨论相关的。

5.8　指谓的可定义性

最近关于语义学文献中自然语言的表达力问题备受关注。普通的语言表达式能够定义哪些数学的可能指谓呢? Keenan 和 Faltz（1985）或者 van Benthem（1986a）特别地，这一问题源于一个有穷的个体域 D_e 的类型论结构，而且已经得到了研究（对于无穷个体域，常常会出现组合式激增，甚至会超出表达式可数的范围）。根据句子的意义说明，这一问题变成了关于 λ/应用-语言的各种片段的表达力问题（一旦增加了等词，高阶对象就可以通过枚举它们的图来定义。但是，这一完全的语言太丰富了从而失去了一般的吸引力。参见 5.4 节）。

5.8.1　真值函数类型

首先，考虑仅仅包含 t 的类型，给定一个从 $D_t=\{0, 1\}$ 开始的层级。如果"和"、"并且""或者"是自然语言中真正基础性的项，那么我们愿意看到一个一般的函项完全性结果；将一个 n 元（一阶）联结词的普通类型扩展为所有高级类型，如 $((t, t), t)$ 等。正如下列定义一样，注意我们只能允许贴合 λ 算子。

$$\text{实质蕴涵:}\lambda x_t \cdot \lambda y_t \cdot \neg(x \wedge \neg y)$$

$$\text{实质等值:}\lambda x_t \cdot \lambda y_t \cdot \neg(x \wedge \neg y) \wedge \neg(y \wedge \neg x)$$

定理 3　使用布尔算子通过应用/抽象项，所有纯粹的 t-类型对象都是可定义的。

证明： 施归纳于 t-类型。我们为每一个对象 A 建构项 τ_A，使得 A（在所有的指派下）是 τ_A 的常元指谓。在基本的论域 D_t 中，用 $x_t \wedge \neg x_t$ 定义 0，用 $\neg(x_t \wedge \neg x_t)$ 定义 1。那么，我们可以把复合类型 a 看做是 $D_{a_1}\times\cdots\times D_{a_n}$ 中的一个关系

$$(a_1, (a_2, \cdots, (a_n, t)\ \cdots))$$

现在，诸如此类的任何关系都是单个情况的一个有穷并。因此，利用析取，它足以考虑后者。这里，我们需要一个这种形式的项

$$\lambda x_{a_1} \cdot \cdots \cdot \lambda x_{a_n} \cdot \text{“}x_{a_1}=A_1\text{”} \wedge \cdots \wedge \text{“}x_{a_n}=A_n\text{”}$$

对于在 $D_{a_1}\times\cdots\times D_{a_n}$ 中的任何 n 元组 $\langle A_1, \cdots, A_n\rangle$。由此，我们所要做的就是证明对于任何指派 α，类型为 t 的公式"$x_{ai}=A_i$"都是真的，当且仅当 $\alpha(x_{a_i})=A_i$。当然，如果不考虑使用等词，这一结论的成立绝非是平凡的。现在，如果 $a_i=t$，运用

$$\text{若 } A_i=1\text{，则 } x_t\text{，}$$

若 $A_i = 0$，则$\neg x_t$。

但是，如果 a_i 是复合类型，如说 $a_i = ((b_1, b_2), t)$，那么便运用下述所有项的合取：

- $x_{ai}\ (\tau_{B_1})\ (\tau_{B_2})$，对于所有处于 a_i 的“变量论域”且使得 $A_i(B_1)(B_2)$ 成立的 B_1、B_2 而言；
- $\neg\ x_{ai}\ (\tau_{B_1})\ (\tau_{B_2})$，对这些论域中的其他组而言。

（根据主归纳假设这些 τ 项确实存在。）

容易证明这一过程产生了正确的结果，它也适用于高级类型。 ■

作为一种特殊情况，考虑单调的布尔函数（参见 5.6 节），在上述项中，单调的布尔函数定义的关系在组的包含关系下是封闭的，而它显然又是在逐点意义上被定义的。这些关系可以通过以下项的析取式来定义：

$$\lambda x_{a_1} \cdot \cdots \cdot \lambda x_{a_n} \cdot \text{“}x_{a_1} \supseteq A_1\text{”} \wedge \cdots \wedge \text{“}x_{a_n} \supseteq A_n\text{”}$$

包含公式能够这样被定义：

如果 $a_i = t$，那么如果 $A_i = 1$ 则使用 x_t（否则，这一要求为真就没多大意思了）。如果 a_i 是复杂的，那么我们需要运用一个与前面公式 $x_{ai}\ (\tau_{B_1})(\tau_{B_2})$ 类似的正公式的合取——τ_{B_1}、τ_{B_2}本身也可能包括否定项（因为它们的指谓不必是单调的）。由此导致的定义在 5.6 节的扩展意义上是正的。所以，在这一意义上，合取和析取确实是所有单调真值函数对象的真正刻画。

然而，对于与兰贝克意义说明相联系的更易受约束的“单约束”片段，函数完全性失效了。目前不是所有二元真值函数都可以被定义。因为，运用“$\wedge$”、“$\vee$”、“$\neg$”的（规范形式的）模式

$$\lambda x_t \cdot \lambda y_t \cdot \cdots x_t \cdots y_t \cdots$$

可以很容易地枚举出来——它们仅仅产生那些在真值表中有一个或三个真值全部为 1 的真值函数。研究那些具有完整的函数完全性的极小片段是很有趣的，要根据兰贝克形式系统来测量它们的长度。

5.8.2　添加个体类型

接着，与 e，t-类型层级相同的一些问题被提了出来。这些类型层级源于一个基本的论域 D_e，其中的个体都有专名。这次，复合类型或者是像上述那样表示关系的（类型以 t 结束），或者是表示函数的（类型以 e 结束）。然而，只要为语言增加两个特点：个体之间的同一性（类型为 $(e, (e, t))$）和一个描述算子，上述表达式的完全性论证就能通过。

定理4 在具有个体同一性和明确的描述算子的应用/抽象语言中，所有的e，t-对象都是可定义的。

证明：主要的新要点在于下述内容。

在基本情况下，我们运用D_e-对象的名称。我们用类型$(a_1, (a_2, \cdots, (a_n, e)\cdots))$来定义一个函数对象$f$，首先要用类型$(a_1, (a_2, \cdots, (a_n, (e, t))\cdots))$来定义它的图$G_f$，就像前面已经证过的那样。然后$f$本身可以用一个描述算子来使其抽象出来：

$$\lambda x_{a1} \cdot \cdots \cdot \lambda x_{an} \cdot \tau x \cdot G_f\ (x_{a1}, \cdots, x_{an}, x)$$

在辅助公式“$x = A$”中，需要有下述附加情况。运用类型为e的基本情况A，可以利用个体同一性的方法。而像$(b_1, (b_2, e))$这样一个复合类型就要再次使用等词（≡）对个体名称E进行描述：

$$x_{b1,(b2,e)}\ (\tau_{B1})\ (\tau_{B2}) \equiv E$$

它枚举了与A相关的类型图。 ■

注记 在这些定义中，我们运用的都是约束描述算子。事实上，它满足类型为$((e, t), e)$的选择函数“这”（the）（除此之外，还有类型为$(e, (e, t))$的动词单数形式“是”）。然而，没有这些语言的丰富和扩充，不是所有个体（类型(e, e)）上的运算都是可定义的。

讨论 虽然自然语言包含上述的表达式“这”（the）和“是”（is），它仍然不具有描述这个定理的全部表达力。关于这一点有几个原因。首先，由于对变元的兰贝克约束，上述许多模式并不具有自然语言意义。其次，对自然语言表达式存在一些句法约束，从而使得在序列中位于后面的形式无法表达。例如，除非我们这样更加人工地说“x、y分别是a和b，或者c和d”，否则便没有一致性的序列“是a和b是…”，或者“…是c和d是”。最后，自然语言范畴也会受到某些指谓的限制（van Benthem，1986a：第一、二、三章），它使得某些在前的指谓不可通及。

先前那些定义的一个不足之处是在具体的模型中它们是局部适用的。例如，全称量词“每一个人”（everyone）将通过逐一枚举具体个体域的方式被定义成特定个体如“约翰和玛丽和…”的合取，而没有全局统一的定义在所有的模型中都是正确的（关于这一点，同样可参见Keenan和Stavi（1981））。

例6 （1）全称量词“所有”（∀）（类型为$((e, t), t)$）并不能仅仅用布尔算子便可以被全局定义。这是由于从(t, t)和$(t, (t, t))$到$((e, t), t)$的转化在古典的条件句逻辑中是不正确的（参见5.3节）。

（2）但是即使我们对个体增加了名称以及个体“是”（be），也不会得到一个正确的结论：

即使在丰富了的应用/抽象语言中，全称量词也不是全局统一可定义的。

例如，考虑正规形式（参见 5.5 节）下的这样一个定义模式 $\lambda x_{e,t} \cdot B_t$，其中所有子项都例证了 (e, t)、t、$(t, (t, t))$、(t, t)、e、$(e, (e, t))$ 中的子类型。通过某种可能形式的句法分析，反映出一阶推演的简单特征，B_t 必定是与关于某个特定个体是（或者否）隶属于 $x_{e,t}$ 中的布尔断定等值：显然这并不充分。

（3）最后，通过增加描述符“这”（the）使得全称量词像下述这样是可定义的（“空的补”）：

$$\lambda x_{e,t} \cdot x_{e,t}(\text{“the”}(\lambda y_e \cdot \neg x_{e,t}(y_e)))$$

但是，按照熟悉的论证，即使这种较丰富的语言也不能全局定义诸如“大多数（论域中的个体）”之类的高阶量词。

问题 2　对于所有在 5.5 节意义下的逻辑指谓是否至少存在一个自然的全局定义集呢？

5.9　可公理化和可判定性

研究形式语义学的一个核心理由一直被认为是为了说明自然语言中的推理。受此启发，前面几节中关于各种 λ-语言的推理行为值得引起我们进一步的注意。这里我们仅仅指出一些结果和问题。

在标准的函数层级上对项进行解释，考虑它们在应用/抽象语言中项之间的同一性问题。对于纯贴合语言，这些恒等之间的有效后承关系在简单的“等式演算”是可以被公理化并且是可判定的。对于抽象语言（但是不具有等词），这种有效后承关系是不能被公理化的而且它确实是相当复杂的（由 Friedman（1975）中的定理 5 可得）。另一方面，没有前提，单个等式的有效性便可以根据类型化的外延 λ-演算被公理化（Friedman（1975）的定理 3）。但是，在具有等词的语言中，甚至单个等式的有效性也不能被公理化（Gallin，1975）。

这些一般性的结论不能直接转移到我们感兴趣的片段上。例如，D. 盖林已经找到一个关于完整类型论语言的可公理化的“外延”片段。在我们这种情形中，我们想知道“单约束”的兰贝克片段中的有效后承是否能够被公理化。van Benthem（1986e）证明“单约束”的谓词逻辑（与一般的谓词逻辑相比较）是可判定的，有了这一结果，上述问题就会变得简单多了。在这些情形中，对于微

细结构的证明需要更加谨慎。因为不是所有一般的基本推理规则都遵守“单约束性”的（例如，布尔结合律遵守而分配律就不遵守：$x\wedge(y\vee z)$ 成为 $(x\wedge y)\vee(x\wedge z)$）。

注记 除了一般的外延性（“图相等蕴涵函数相等”）之外，在标准模型中下列推理也是有效的：

$$\text{“由 } \lambda x_{a,b}\cdot x(y_a)\equiv\lambda x_{a,b}\cdot x(z_a) \text{ 得出 } y_a\equiv z_a\text{”。}$$

也就是说，5.2 节中的蒙太格规则与类型 a 的指谓是一一对应的。但是，并不是所有的兰贝克转化都具有这一特征。例如，考虑矢列 $(((e,t),t),t)\Rightarrow(e,t)$，与其相关的项是 $\lambda x_e\cdot y_{(((e,t),t),t)}(\lambda E_{e,t}\cdot z(x))$。尽管名词短语（类型为 $((e,t),t)$）的两种性质在所有单个的名词短语中是一致的，但二者仍然是有差别的。

最后，和前面的注记一样，λ-演算能够用自然语言中一些重要的逻辑常元加以丰富研究。例如，增加布尔算子之后，相对于某个合适的公理化系统 H. 福瑞德曼的完全性定理还能成立吗？（我们至少需要在类型化的外延 λ-演算中加入布尔公理才能使其成立。但是，仍有许多关于外延性的附加规则也能够使其成立；例如，由 $x_{(t,t)}(1)\equiv y_{(t,t)}(1)$，$x_{(t,t)}(0)\equiv y_{(t,t)}(0)$ 得出 $x_{(t,t)}\equiv y_{(t,t)}$）这是布尔代数中完全性定理的一个有趣推广。而且，由于具有类型 t 的表达式之间的蕴涵关系可以被归约成范畴有效性的形式（与布尔 1 相等），所以有效的等式这一情况目前是十分重要的。

一旦增加了量词，如 ∀ 和 ∃，使它们作为类型 $((e,t),t)$ 的常元，就会出现与上述情况相类似的问题。例如，存在量词的逻辑能否被模态分配原则 $\exists(P\vee Q)\equiv\exists P\vee\exists Q$ 所穷尽呢？与表示个体同一的动词（“be”）和描述符（descriptors）（“the”）相关的问题也会出现，正如 5.8 节中论述的那样。在解决上述问题的基础上，便会形成一个面向日常语言的“自然逻辑”工作系统。

5.10 结 论

自然语言中的语义学在逻辑学的边界上提出了很多问题。特别是，范畴语法和 λ-演算、类型论的相互影响和作用。后者在程序语言的研究中在相当时间内一直认为是重要的。总的图景应该是，逻辑为所有类型的语言——形式语言、自然语言以及程序语言的语义学提供了一个一般性的理论。这里值得努力去寻找一些相似点，这一点已经被蒙太格意识到了（而且被生动地展示，如 Janssen (1983)）。而且，逻辑的这些运用同样可以丰富这门学科本身。

参考文献

Bach E, Oehrle R, Wheeler D. 1986. *Categorial Grammers and Natural Language Structures*. Dordrecht: Reidel

Bacon J. 1985. The Completeness of a Predicate-Functor Logic. *Journal of Symbolic Logic*, 50: 903 ~ 926

Barendregt H. 1981. *The Lambda Calculus: its Syntax and Semantics*. Amsterdam: North-Holland

Buszkowski W. 1982. *Lambek's Categorial Grammars*. Poznan, Poland: Instytut Matematicki, Adam Mickiewicz University.

Buszkowski W, Marciszewski W, van Benthem J. 1986. *Categorial Grammar*. Amsterdam: John Benjamin

Chierchia G. 1985. *Formal Semantics and the Grammar of Predication*. Linguistic Inquiry, 16 (3): 417 ~ 443

Došen K. 1986. *Sequent Systems and Groupoid Models*. Mathematical Institute, University of Beograd

Fenstad J E. 1971. *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*. Amsterdam: North-Holland

Friedman H. 1975. Equality between Functionals. In: Dold, Eckmann. eds. *Logic Colloquium. Boston* 72 ~ 73. Heidelberg: Springer. Lecture Notes in Mathematics, 453: 22 ~ 37

Gallin D. 1975. *Intensional and Higher-Order Modal Logic*. Amsterdam: North-Holland

Janssen T. 1983. *Foundations and Applications of Montague Grammar*. [*dissertation*] Amsterdam: Mathematical Center

Keenan E, Faltz L. 1985. *Boolean Semantics for Natural Language*. Dordrecht: Reidel

Keenan E, Stavi Y. 1981. *A Characterization of Natural Language Determiners*. Linguistics and Philosophy

Lambek J. 1958. The Mathematics of Sentence Structure. *American Mathematical Monthly*, 65: 154 ~ 170

Lambek J. 1980. *From λ-Calculus to Cartesian-Closed Categories*. In Seldin J, Hindley J, eds. 1980. To H. B. Curry. Essays in Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism

Quine W O V. 1971. *Predicate-Functor Logic*. In: Fenstad J. ed. 309 ~ 315

Steedman M. 1985. *Combinators, Categorial Grammars and Parastic Gaps*. Edinburgh: School of Epistemics

van Benthem J. 1983. *The Semantics of Variety in Categorial Grammar*. Report 83 ~ 26. Burnaby (B. C.): Department of Mathematics, Simon Fraser University. In: Buszkowski, Marciszewski, van Benthem, eds. 1986

van Benthem J. 1986a. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1986b. *Logical Syntax*. Manuscript. Mathematisch Instituut, University van Amsterdam

van Benthem J. 1986c. *Meaning: Interpretation and Inference*. Synthese. In: M-L dalla Chiara, G.

Toraldo di Francia. 1985. *Proceedings Conference on Theorise of Meaning*, *Florence*

van Benthem J. 1986d. *Strategies of Intensionalisation.* In: Filozófiai Figyelö. (Pólos L, ed. Festschrift for Imre Ruzsa)

van Benthem J. 1986e. *The Lambek Calculus.* Report 86 – 06. Mathematical Institute, University of Amsterdam. Bach, Oehrle, Wheeler, eds. 1986

Zwarts F. 1986. *Categoriale Grammatica en Algebraïsche Semantiek.* proefschrift, Nederlands Instituut, Rijksuniversiteit, Groningen

6 兰贝克演算*

高东平/译　郭美云　王　磊/校

6.1　灵活的范畴语法

作为语言学的描述手段，范畴语法近来有明显的复苏。然而，这些系统与最初的爱裘凯维茨和巴-希勒尔的演算略有不同。特别是，表达式的“类型改变”作为规则的组成成分，使得这些系统更加灵活优美。这一类型的基本系统就是所谓的“兰贝克演算”，它的类型改变规则与构造性命题逻辑的推理规则非常相似。在这篇论文中，我们介绍了这一种类的演算，并将它作为语义学中的工具，考察它的一些理论方面的性质。我们的两个主要的新贡献是：给出了这个演算一个新的、完全的语义学；对它的语言可接受能力做了适度研究。在叙述它之前，我们希望为这种灵活的范畴语法提供一个对背景理论的比较好的理解。

在给出这些规则之前，介绍一下相关的背景知识是有益的。爱裘凯维茨的主要思想是标注表达式的函数－主目结构，对于邻近表达式，有下面的类型－组合规则：

$$\frac{B}{A} + A = B \qquad\qquad A + \frac{B}{A} = B$$

这里函数类型 $\frac{B}{A}$（从 A 到 B）是没有方向的，它的主目可以在左边也可以在右边。这允许在识别过程中做“局部排列”。后来，巴－希勒尔提出了有向变量，通常表示为 $A \backslash B$（左搜索），B/A（右搜索）。有向变量产生了额外的描述力。然而，众所周知，这种范畴语法和与上下文无关的短语结构规则的集合是等价的，这种等价性结果导致大家普遍相信在语言学的用途方面它们是不充分的（这

---

* The Lambek Calculus. In：Oehrle R，Bach E，Wheeler D. eds. *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. Dordrecht：Reidel，1988. 35～68

种信念近年来已经被挑战。有关批评的较新内容参见 Gazdar 和 Pullum（1985）的论文。由于它“贴着”语义解释的标签，这个机制对语义学者们还是保留了吸引力。例如，路易斯提出在带转换的结合中运用这个系统——当然，蒙太格语法在任意句法构造规则之上应用了范畴的工具（而不是像最初的方法那样只是运用并置)。这样的扩展并不是我们这里要讨论的。

吉奇（Geach，1971）阐明的是一个重要的发展路线。它的主要内容是：自然语言中的表达式能够有很多不同的范畴。例如，“并非”可以作为句子否定，也可以作为谓词否定等等。但是，这些现象并不是混乱无序的：它们能够从基本的范畴指派开始，通过一些明确的规则来被描述。特别地，我们有“吉奇规则”

(G) 对任意 c，$(a, b) \Rightarrow (c, a), (c, b)$。

即如果一个表达式在范畴 (a, b) 中出现，那么它也能在范畴 $(c, a), (c, b)$ 中出现（带有明显的意义转变)。

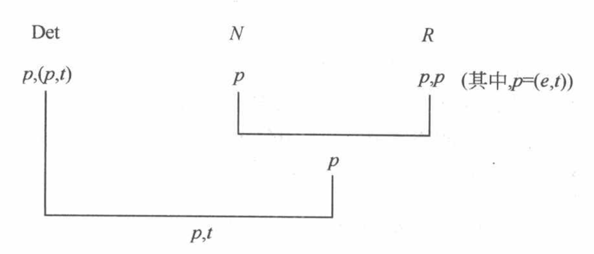
从此处开始，我们对范畴或类型将用如下的符号：

- 基本类型：e（个体），t（真值）；
- 组合类型：如果 a 和 b 是类型，那么 (a, b) 也是类型（从 a 到 b)。

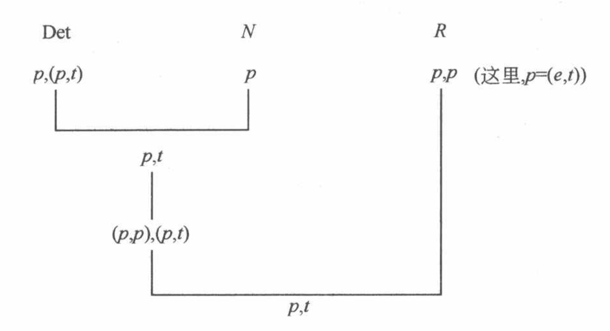
其他基本类型可以是 s（“可能世界”）等。因此，句子的否定有类型 (t, t)，谓词否定通过吉奇规则可以得到 $(e, t), (e, t)$ 类型。同样的过程，也可以说明，NP-否定：(t, t) 也是 $((e, t), t), ((e, t), t)$ 类型（这些表达式表示类型的例子中，为了有较好的可读性，外层的括号都已被略掉。下面我们仍沿用这个习惯)。

吉奇规则和它相关的研究成果，近来在语言学的文献中被广泛应用（Ades and Steedman，1982；Bach，1984；Moortgat，1984；Hoeksema，1984)。在这个领域里，能找到很多的用途。在这里，我们提两点。首先，这使得很容易获得交叉于各个语言学范畴之间的抽象结构。其次，它开辟了出于独立动机提出的句法结构和语义解释的需求两者“和解”的新的可能性。

例 1 （***NP*-结构**)：在蒙太格语法中，限定词后跟随带关系子句的名词，是做如下处理的。



但是，对于另一种结合方法也有强句法证据，即（Det N）R。在通常的范畴语法中，后者是很难得到的。但是，应用吉奇规则，则有明显的路径：



然而，这个解决方法并不让人满意，我们在 6.3 节将会看到，对这个图表的结果类型指派一个“意义”，结果读法将变为

$$\lambda X\cdot\{[\text{Det}]([N])\}([R](X))$$

为了获得正确的读法，即

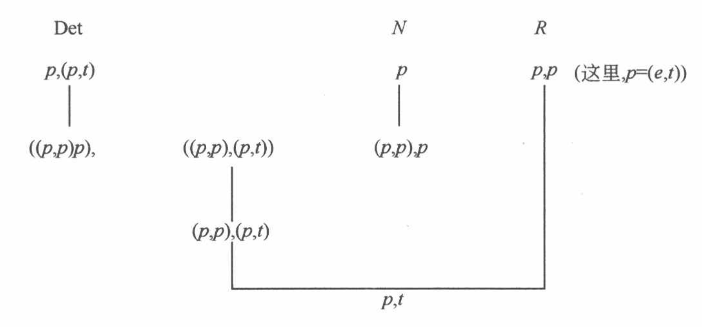
$$[\text{Det}]([R]([N]))$$

需要另外的类型改变规则。

众所周知，为了协同的目的，蒙太格提升专名的类型（e）作为名词短语的类型（(e，t)，t)。为了得到更一般化的陈述，则变为类型改变规则

（M）　对任意的 b，$a\Rightarrow$（a，b)，b

现在，上面的 NP 结构也能做如下分析：



在 6.3 节中，将表明这个解释的好处。

逐渐地，这个领域的研究者开始意识到，发现的这些类型改变规则的零散用处都是 Lambek（1958）已经给出的一个更加一般和明了的模式的例证。当作为蕴涵的定律来读时，上面的（G）和（M）规则是逻辑有效性的实例：

（G）　$a\rightarrow b\Rightarrow(c\rightarrow a)\rightarrow(c\rightarrow b)$

$$(\mathrm{M})\quad a \Rightarrow ((a \rightarrow b) \rightarrow b)$$

（在20世纪50年代，函数贴合和MP规则的相似之处被数次发现）。另一方面，根据自然演绎的逻辑系统类推，可以建立类型改变的一般演算。6.2节将提供一个版本。不幸的是，由于种种原因，在20多年里，兰贝克演算几乎被遗忘。大约在20世纪80年代，语言学家开始重新发现它（如上面的简要说明），并且，一些波兰逻辑学家（尤其可以参见Buszkowski（1982））被它的数学特征所吸引。这些研究路线立刻被结合在了一起。

6.2　一个简单的兰贝克演算

隐藏在系统背后的一般思想能用两种方法来形式化。第一种方法是，令一个表达式的序列，每一个都带有它们的基本类型（或者，如果允许有多种初始指派，则是各自都带有它们的基本类型之一）。通过贴合运算进行类型合并，合并后允许类型改变，通过规则进行的合并，无论在什么情况下合并后的类型都是可接受的。这是6.1节中例子的核心思想，它把演算作为从类型序列到其他序列的重写（如van Benthem（1983）做的那样）。另一个方法是认为一个演算生成形如

$$a_1,\ \cdots,\ a_n \Rightarrow b\ (n \geqslant 1)$$

的仅有的“矢列”，把带有类型a_1，…，a_n的表达式的序列识别为属于类型b的。这里，我们采用后一种方法，其具有下述公理和规则：

公理　$a \Rightarrow a$。

规则：

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_i \Rightarrow b \qquad\qquad a_{i+1};\ \cdots;\ a_n \Rightarrow (b,\ c)}{a_1;\ \cdots;\ a_n \Rightarrow c}\quad (\text{“}(,)\text{-消除”})$$

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_n;\ b \Rightarrow c}{a_1;\ \cdots;\ a_n \Rightarrow (b,\ c)}\quad (\text{“}(,)\text{-引入”})$$

这里，序列的左边总是非空的。

例2　M的推演。

$$\frac{\dfrac{a \Rightarrow a \qquad\qquad (a,\ b) \Rightarrow (a,\ b)}{a;\ (a,\ b) \Rightarrow b}}{a \Rightarrow ((a,\ b),\ b)}$$

但是，在G的推演中，应用这些规则时，需要更自由一些，即如同支持假设中从右边进行撤销一样，也支持假设中从左边进行撤销：

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{c\Rightarrow c \qquad (c,\ a)\Rightarrow(c,\ a)}{c;\ (c,\ a)\Rightarrow a} \qquad (a,\ b)\Rightarrow(a,\ b)}{c;\ (c,\ a);\ (a,\ b)\Rightarrow b}}{(c,\ a);\ (a,\ b)\Rightarrow(c,\ b)}\ (!)}{(a,\ b)\Rightarrow((c,\ a),\ (c,\ b))}$$

当这样的修改被做出后，在运算规则中，演算具有下面的强性质：

如果 a_1；…；$a_n \Rightarrow b$ 是可证的，那么对 $\{1, \cdots, n\}$ 的任意排列 π，$a_{\pi(1)}$；…；$a_{\pi(n)} \Rightarrow b$ 也是可证的（证明参见 van Benthem（1983））。

这个结果从语言学的角度来看是非常反直觉的，因此去正确理解它很重要。一方面，这是无向方法的一个结果（已经在“$(a,\ b)$”的这种写法中反映出来了）。在兰贝克的演算中，最初的公式具有有向斜线/，\；并且演算结果并没有上面的“排列闭包”。因此，这个现象绝不是范畴语法的本质特征。另一方面，的确存在认为这不是排列闭包的缺点的观点。从语言学的角度，巴赫已经指出，自由词序语言的存在，事实上允许它们的表达式的所有排列（Bach，1984）。用同样的方法，Flynn（1983）论证了无向范畴语法的优点，后来唯一被补充的是，由确定的“词序惯例”担当语言学上的滤。最后，van Benthem（1984c）也有更多的哲学观点。在本文中，我们用一个比较灵活的范畴语法去“捕获”平行于句法的（不是从属关系）语义可解释性的独立概念。从这个角度，此演算应该正好能够说明我们在理解表达式的序列改变的版本时没什么困难这一事实。

在任何情况下，下文中我们考虑的都是增加了排列规则的、上述演算的排列封闭的版本。排列规则如上面形式化公式。这样的演算被称为 L，矢列的推演性简单地表示如下：

$$a_1;\ \cdots;\ a_n \Rightarrow_L b$$

这一改变使得这个系统在技术上比较容易被研究。因此，这是一个对于/，\ 更复杂情况的版本（这里不再处理）来说具有“领航”意义的例子。

但是，出于实用目的，上面的公式仍不是十分适当。对于带 MP 规则和条件化规则的蕴涵逻辑，我们应用自然演绎树进行更清楚的形式化表述。

例 3　（G）的另一个推演。

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{c \qquad (c,\ a)}{a} \qquad (a,\ b)}{b}}{(c,\ b)}\ (\text{撤销 } c)}{(c,\ a),\ (c,\ b)}\ (\text{撤消 } (c,\ a))$$

但是，注意，在条件化中，这里有比较强的限制。例如，我们不能得到 $t \Rightarrow (e,$

t)，因为空撤销是被禁止的。但是，同样也不能得到 e，(e，t)$\Rightarrow e$，t（推测起来即通过 e；e，(e，t)$\Rightarrow t$?)，因为左边这些“前提”中的出现，一次只能撤销一个（最后，每一个结论总是建立在至少一个假设的范围内：空串不能被重写为任何类型）。

$$*\frac{t}{(e,t)} \qquad \text{(空洞地撤销}e\text{)}$$

$$*\cfrac{\cfrac{e \quad \cfrac{e \quad e,(e,t)}{(e,t)}}{t}}{(e,t)} \qquad \text{(}e\text{的多重撤销)}$$

$$*\cfrac{\cfrac{\cfrac{e \quad e,t}{t}}{(e,t),t}}{e,(e,t),t} \qquad \begin{array}{l}\text{(撤销}(e,t)\text{)}\\ \text{(撤销最后的}e\text{)}\end{array}$$

从上述可以看出，L 是一个同样带有“逻辑规则”的演算，但是，带有不同的“结构规则”。特殊地，L 是描述前提出现的逻辑，而不是前提作为出现的等价类。这使得 L 仍服从命题逻辑的一般技术，这也使得它有非常不同的特色，这一点我们在下面将会看到。它也有一个“传统的”“伴侣”，我们称之为 I：是关于蕴涵的构造主义或直觉主义逻辑（例如，上面的自然演绎系统不能推出非结构重言式（($a\rightarrow b$）$\rightarrow a$）$\rightarrow a$（皮尔斯律））。

不仅从语言学的角度，而且从逻辑学的角度，我们特殊的演算 L 也有竞争者。例如，很明显，存在不同的关于条件化的结构规则，如允许撤销前提的至少一个出现（而不是恰好一个）等。或者，如前，我们不要这个特殊的约定，则仍然存在接受连续性条件化直到没有“假设”有效保留的问题。

例 4 （p 和（(p，p)，p)）：在 L 里，我们能够有：$p\Rightarrow$（(p，p)，p)，但是并不能反过来（(p，p)，p）$\Rightarrow p$。但是，在一个微小的修改之后，后者将可以被推演出：

$$\frac{\frac{p}{(p,\ p)}\ (!) \qquad (p,\ p),\ p}{p}$$

对于这个特殊的转换，Zwarts（1986）曾有讨论。它和不及物动词（类型 p）与类型为（p，p)，p 的副词算子之间的交互作用有关。

最后，有向斜线 \，/也可以在逻辑中有意义，如同两个条件句之间的区别：

如果 A，（那么）B　　和　　B，如果 A

这两种用法之间至少有确定的回指差别，甚至它们的逻辑输入也不同。然而，在本书中，我们继续运用我们简单的“领航”例子。

附录： 组合机制的变种

实际上，对于应用类型改变的演算仍然存在不同的路线方法。兰贝克的方法是所谓的演绎剖析的早期例子。在上面的证明系统中，可能有不同的剖析策略。通常，兰贝克推演能够被高度抽象：条件化可以巧妙地处理并没有出现在被剖析的字符串中的“虚幻表达式”的类型。另一方面，我们实际语言学的例子展示的通常是一个更保守的策略，只带贴合运算，并且当需要时，只改变个别的类型（van Benthem，1984c）。

这就涉及一个问题，即我们是否能够建立演算，使得所有条件化在 MP 的所有示例之前被执行。结果是，带下面 G 和 M 的一般形式（加上排列），将对我们大有裨益：

（1）G^+：从 $(\vec{d}, (a, b))$ 到 $(\vec{d}, ((c, a), (c, b)))$

（2）M^+：从 $(\vec{d}, a)$ 到 $(\vec{d}, (\vec{c}, (a, b)), (\vec{d}, (\vec{c}, b)))$

（3）排列：对类型序列 $\vec{d}$ 的任意排列 π，从 $(\vec{d}, a)$ 到 $(\pi[\vec{d}], a)$。

这里，用 $\vec{d} = d_1, \cdots, d_k$，“$(\vec{d}, a)$”表示“$(d_1, (d_2, \cdots, (d_k, a)\cdots))$”。

但是，因为这些规则并不减少复杂性，它们并不说明像 $(((e, t), t), t) \Rightarrow (e, t)$ 这种“减少主目”的类型改变的有效情况。这可以再次通过接受范畴公理给予补救。不过，这里我们不追述其学术必要性。

6.3　理论的问题

关于演算 L 有一些很明显的理论问题。兰贝克自己关心的是可判定性：依靠证明论中的“切割消除”，他表明他的演算等价于 S，S 是具有特点“所有规则都会增加复杂性”的任意系统（并且因此，可判定性是直接的）。对于给出的形式化公式，有同样的方法（如布斯考夫斯基（个人交流）中所评述的）；因此，我们有下面定理。

定理 1　演算 L 是可判定的。

为了将来参考，这里给出一个带所需性质的等价演算的形式化表达：

公理　$a \Rightarrow a$

规则　“排列”

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_n;\ b \Rightarrow c}{a_1;\ \cdots;\ a_n \Rightarrow (b,\ c)}$$

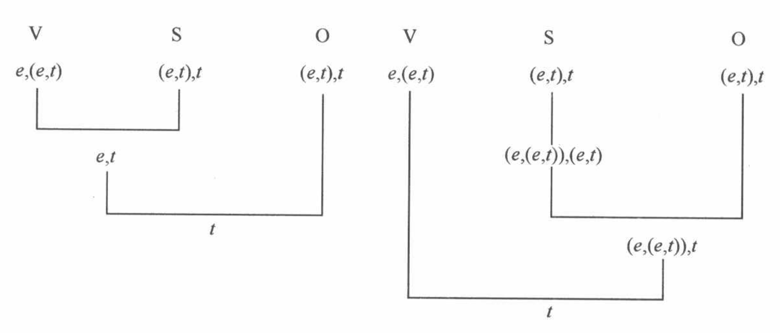
但还不如说是“左引入”规则

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_i \Rightarrow b \quad a_{i+1};\ \cdots;\ a_n;\ c \Rightarrow a}{a_1;\ \cdots;\ a_n;\ (b,\ c)\ \Rightarrow a}$$

注意，这个演算具有子公式性质：在每一个节点，只可能是最后类型的子公式。因此，证明能很容易地被分析，在证明树中，可以向上追踪最后类型的历史。这个方法将在6.6节被广泛应用。

另一个研究路线涉及兰贝克演算的识别力。Cohen（1967）证明了兰贝克语法和普通有向范畴语法在弱接受力（weak capacity）上是等价的。Zielonka（1978）和Buszkowski（1985）都表明这个证明是有缺陷的。情况是这样的，对于单向兰贝克语法（只有/），这个等价式是有效的（Buszkowski，1985）。对于双向的（带/和\），这个问题是开问题。对于我们的无向版本，这一方面将在6.5节中研究。在任意情况下，从自然语言复杂性的语言学讨论的当前情形来看（Gazdar and Pullum，1985），兰贝克演算的上下文无关性不再是致命弱点的标志——这在20世纪60年代已经被认识到。时代已经改变了。

另外，对于强接受力（strong capacity）也有一些讨论，这是6.1节例子的中心主题。此外，演算L中有过多可能的结合（van Benthem，1984c），出于语言学的目的，这在有向变量中被抑制。在这方面，参见Zwarts（1986）对主要的语言类型SVO，SOV等的一些应用。例如，在日瓦茨对凯尔特语词序VSO的分析中，我们的演算L允许VS和SO都是“成分”：



立刻可以感觉到，这种非正统的结构也是有它们的优点的，正如Zwarts（1986）讨论的那样。

但是，兰贝克的方法自身也产生了新的问题，自然地，它造成了类型结构的多样性。例如，描述“给定的类型a_1，…，a_n能够化归的”结果“b的集合的总数”是个自然的问题。通常，有无限多：如果b可以被推演出，那么$(b,\ c)$，c也能，如此往复。但并不是任意的都可以这样。为了说明这一点，这里要用到L-推演的不变量。首先，定义任意类型的*e-count*如下：

e-count（*e*）= 1

对所有基本类型 *x*，$x \neq e$，*e-count*（*x*）= 0

e-count（*a*，*b*）= *e-count*（*b*）-*e-count*（*a*）

同样，对于其他基本类型，任意的计数都可以被定义。那么，对于较长的句子，只不过是增加个体的数目。例如，(((*e*，*t*)，*t*)，(*e*，*t*))有 *e-count* 为 -2，*t-count* 为 + 1。

下面的结果来自 van Benthem（1986a）：

引理 1　如果 a_1；…；a_n；$\Rightarrow_L b$，那么对所有基本类型，*b* 和 a_1；…；a_n 有同样的计数。

可以通过归纳推演的长度，并进行计数来证明。

一个直接的结果是：没有表达式既能化归为类型 *e* 又能化归为类型 *t*。因此，在这个范畴语法中，对变形存在限制。这在 6.6 节有很多进一步的应用，这里，我们只是指出和普通的逻辑 *I* 的不同：*I* 缺少这种恒定性（例如，在 *I* 中可以证明（$e\rightarrow$（$e\rightarrow t$））$\Rightarrow$（$e\rightarrow t$），但两边的 *e-counts* 不同）。

命题 1　*L* 不是可嵌入到 *I* 的。

证明：下述在 *L* 中是非等价的：

$$e, t \quad e, (e, t) \quad e, (e, (e, t)) \cdots$$

因为它们具有不同的 *e-counts*。但是，*I* 满足迭戈定理，即在任意有穷多个原子公式中，只有有穷多非逻辑等价公式存在。因此，*I* 缺乏使 *L* 嵌入所需的敏感性。

■

问题 1　*I* 是可嵌入到 *L* 的吗？

给定上面的限制，可能会认为 a_1，…，a_n 的所有结果 *b* 的集合都有下面的简单结构：它包含最简单的类型 b_0 和从它推演出的所有东西，即 $b_0\Rightarrow_L b$。但并不是这个样子：（最多）需要三个那样的类型（精确的结果参见 van Benthem（1983）的文章）。例如，(*e*，*t*)；(*t*，*e*）可以化归为（*e*，*e*）和（*t*，*t*），无论哪一个都不是 *L*-蕴涵另一个的。它们的计数是同样的（由于它们可以从同样的序列中推演出），但是一个简单的证明分析就可以表明这样的转换是不可能的（计数的同一性不能对所有的推演成立，正如这里表明的，前面的关系是对称的则不成立。明显地，它并没有同样的推演矢列。如 $e\Rightarrow_L$（(*e*，*t*)，*t*)，但是在 *I* 中反过来并不是恰好可证的。更不用说在 *L* 中了）。

即使对于单个结果的 a_1，…，a_n；$\Rightarrow_L b$ 也存在多种情况。对于这个矢列不同的证明树相应地有多少种不同的读法？为了回答这个问题，近期的观点是，在 *L*-

推演和它们的“意义”之间需要系统的连接。

6.4 类型改变的 λ 语义学

上述类型改变规则的直觉的动机是：它们揭示了从一个类型到另一个类型提升指称的自然的方式。例如，M 相应地转换为

$$x_a \mapsto \lambda y_{a,b} \cdot y(x)$$

同样地，G 相对应于

$$x_{a,b} \mapsto \lambda y_{c,a} \cdot \lambda z_c \cdot x(y(z))$$

因此，这里，对于给定的转换 a_1；…；a_n；$\Rightarrow b$，为了计算 b 值 $\tau_b = \tau_b$（x_{a_1}，…，x_{a_n}），λ 项作为指称的“组成部分”。

这些项可以从 L-推演中很快读出，而不是最后的转换序列。同一矢列的不同证明可以产生不同的“组成部分”。在更多常见的项中，不同范畴的句子结构对应于不同的语义读法。

van Benthem（1983）描述了一般的过程，这里不再重复。其基本思想简单地说是下面类型－驱动转化的形式。对于单步证明，例公理 $a \Rightarrow a$，项是 x_a 自身。对于较长的证明，情况如下：

（1）a_1；…；a_i；$\Rightarrow b$（项 τ_b（x_{a_1}，…，x_{a_i}））和 a_{i+1}；…；a_n；$\Rightarrow$（b，c）（项 $\tau_{b,c}$（$x_{a_{i+1}}$，…，x_{a_n}））进行运算产生结论 a_1；…；$a_n \Rightarrow c$ 的项 $\tau_{b,c}(\tau_b)$。

（2）a_1；…；a_n；$b \Rightarrow c$（项 τ_c（x_{a_1}，…，x_{a_i}，x_b）），对结论 a_1；…；$a_n \Rightarrow c$，产生抽象 $\lambda x_b \cdot \tau_c$。

（3）对于排列，其中的自由变元执行适当的改变。

例如，当对 6.1 节中提到的 Det NR 结构的两种分析，应用相应的 L-推演时，这个过程将产生与那里所提到的两种截然不同的读法（为了简化的目的，所需要的是形如 $\lambda x_a \cdot \tau(B_a) \mapsto (B_a/x_a)\tau$ 的某种 λ 转化）。

上面过程的一些分析划定了 λ 项的一个特殊类 Λ 作为组成成分（在约束和自由变元出现时，带有不同的限制）。那么，反过来，每一个那样的项对应一个 L-推演，并且我们有来自 van Benthem（1983）的下面的结果：

定理 2 在 L-推演和 Λ 项表达式的意义之间存在有效的对应。

这个结果可以用来解决读法的多样性问题。通过考虑结合的 Λ 项，并应用到标准形式，上述文章中进一步证明了：

定理 3 对每一个 L-推演矢列，只存在有穷多的逻辑等价的读法。

实际上，上面的对应性仅是对应族中的一个。在逻辑证明论中，所有 λ 项的类和直觉主义蕴涵演算 I 中的推演之间的关系起着重要作用。并且，正如 Buszkowaski（1984b）所评述的，这里甚至存在一个带有相当多的有用的中间步骤的"连续统"。一般用图（图 6-1）表示。

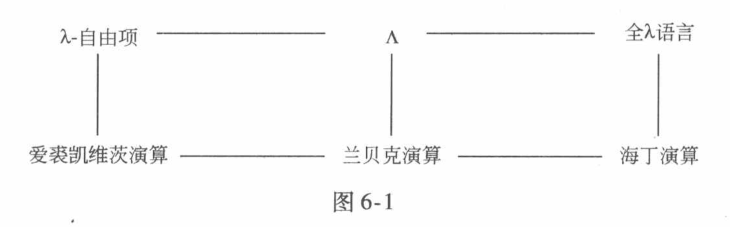


图 6-1

的确，L 的转换外表仍然能够有一个非常自然的 λ 意义。例如，矢列 e;（e,（e, t））$\Rightarrow t$ 由反身代词的成分 $x_{e,(e,t)}(x_e)(x_e)$ 产生（如短语"Maia 洗澡"，是"Maia 给自己洗澡"的意思）。

最后，回到不同语义读法的问题，那里遗留了经验足够性问题。通常，对具有不同读法的单个句子，只提供适当多的不同的范畴结构，用来作为对后者的一种分析。但是，如果这些不同的范畴推演（通过上面的程序）与那些读法相匹配，这个问题则仍然存在。它并不总是简单明了的。例如，为了得到"每只狗讨厌有的猫"的直觉的语义辖域读法，当处理及物动词的主目位置时，一些注意是需要的（van Benthem，1986a：第 7 章）。λ 算法不应该被盲目地应用。

漫谈：组合逻辑

当运用来自组合逻辑的组合算子描述类型改变时，类型改变的意义出现了另一种观点（Barendregt，1981）。正如斯蒂德曼所论证的，恰好对带如下定义的基本结合算子 S，K 的语言学适当性存在一些证据

$$Kxy = x$$

$$Sxyz = (xz)\ yz$$

因为 S，K 可以构成一个完备集，定义所有 λ 项，所以演算 I 就变得与之相关。无论如何，它对受限语言 Λ 有一个结合的分析是有用的。但是，正如布斯考夫斯基（在私人交流中）指出的，对于 Λ，没有有穷函数的完全性定理（这个结果 Zielonka（1981）是通过适当修正在爱裘凯维茨系统之上的有向兰贝克演算的非有穷公理化的论证得到的）。

类型改变上的限制

尽管如此，λ 语言是用来记录类型改变规则的结果（而不是限制）的一个较好的中介。怎样得到真正起作用的进一步的限制？这里有一个建议。类型改变不

仅是在上述意义上可行的，而且，在类型域中，它们应该保持确定的结构。一个值得注意的情况是逻辑蕴涵或包含的情形。

在所有类型域上定义关系$\sqsubseteq$如下：

- 在 D_e 中，$\sqsubseteq$是恒等式，在 D_t 中，是$\leqslant$
- 在 $D_{a,b}$中，$f \sqsubseteq g$ 当且仅当对所有 $x \in D_a$，$f(x) \sqsubseteq g(x)$

将这个关系一般化，真值函数蕴涵也是集合包含。现在，我们考虑的一个合理的条件是“逻辑后承的保持”。

如果 a_1；$\cdots a_n \Rightarrow b$ 是可推演的，且 x_1，$y_1 \in D_{a_1}$，$\cdots$，x_n，$y_n \in D_{a_n}$ 使得 $x_1 \sqsubseteq y_1$，$\cdots$，$x_n \sqsubseteq y_n$，那么 τ_b 应该满足 $\tau_b(x_1, \cdots x_n) \subseteq \tau_b(y_1, \cdots, y_n)$。（这里的符号存在一些无害的弊端）但是，不是所有 L-转换都满足这个条件：G 满足，但是 M 不满足。例如，即使在类型（e，t）中有 $x \sqsubseteq y$ 时，也并不能保证（（（e，t），t），t）类型的对象 $\{A \subseteq \text{POW}(D_e) \mid x \in A\}$ 和 $\{A \subseteq \text{POW}(D_e) \mid y \in A\}$ 的包含关系。（可是，由于一些意义不大的理由，蒙太格特有的 $e \Rightarrow (e, t)$，t 能通过测试。）

因此，在 Λ 项中有一个额外的限制（van Benthem，1986a）。对于 a_1；$\cdots$；$a_n \Rightarrow_L b$，项 τ_b 中自由变元 x_{a_1}，$\cdots$，x_{a_n} 的所有出现，在下述意义上应该是句法正出现：

- x_a 在 x_a 中是正出现（但在其他变元中不是）；
- 对任意适当的项 B，如果 x_a在 A 中正出现，那么在 $A(B)$ 中也是；
- 对任意与 x_a 截然不同的变元 y，如果 x_a 在 A 中正出现，那么在 $\lambda y \cdot A$ 中也是。

注意 G 满足这个测试，但是 M 不满足。

通过 λ 项和推理之间的上述对应，能够看到在 L 推演中增加的限制会以这种形式出现：

无论何时，下述形式的推理都会产生：

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_i \Rightarrow b \qquad a_{i+1};\ \cdots;\ a_n \Rightarrow b,\ c}{a_1;\ \cdots,\ a_n \Rightarrow c}$$

在 a_1；$\cdots$；a_i中的所有类型出现都应（由（,）引入）最终转移到右边。

这个特殊的限制是否合理，仍有许多争论。例如，Groenendijk 和 Stokhof（1984）指出，对 M 的保持失效，出于协同的目的，规则的其他方面是需要的。其实说明对单个表达式，我们需要的是在一方面带有它们的行为解释并且在其他方面也具有解释功能的类型 L-连接族。这样的观点只是加强了灵活范畴观点的可接受性。

重述　类型改变和推理。

前面的讨论阐明了一个更一般的主题，即类型改变规则和已经确立的语义学现象之间的交互作用。事实上，存在限制的完整谱系，来保证新旧意义之间的某种“类似”参见（van Benthem（1986a）对“同态条件”的讨论，这是从 Keenan 和 Faltz（1985）那里得到的灵感）。一个特别重要的交互是：被用在不同的语义学理论和类型改变中的单调性概念。我们有一个（向上或向下）单调算子的句法理论。在这个句法理论中，单调算子带有它们所支配的句法位置的完全标注（van Benthem，1986a）。

例 5　“没有女孩爱每一个男孩。”

“没有”在它的主目上都是向下单调的，“每一个”有“左降/右升”的单调类型。带着这个信息，“单调性标注”能在句法结构树上被计算（图 6-2）。

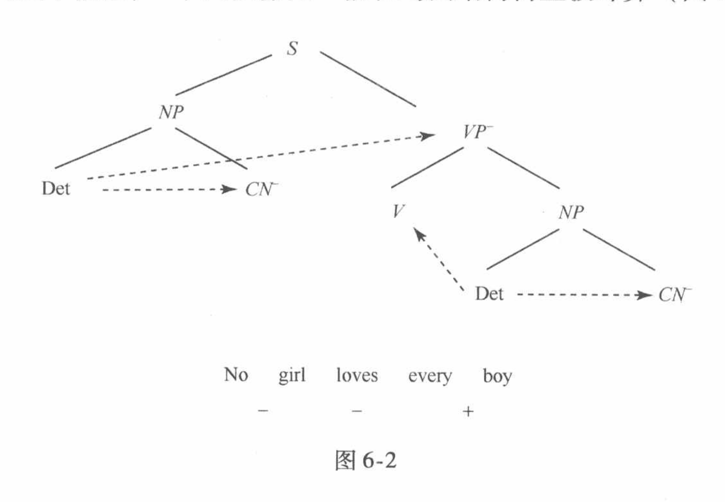


图 6-2

下面的最终标注来自显而易见的结合的代数规则。

现在，这些标注已经被指派在通常的范畴分析中。当其他成分结构通过我们的类型改变机制变得有效时，相应的推理行为会发生什么？例如，*NP* 带一个关系从句“所有（*CN R*）”（如“所有会游泳的女孩”（all girls who swim））的普通读法，*CN* 和 *R* 都出现在向下单调的位置，支持推理“所有会游泳的漂亮女孩”（all beautiful girls who swim）和“所有游泳好的女孩”（all girls who swim professionally）。但是，如上面 6.1 节给出的“（all CN）R”的非标准读法是什么？这个问题的完全解决可以在 van Benthem（1986b）那里找到，解决方法是根据早期的类型改变的自然演绎演算，那个演算的所有演绎规则都插入了系统的单调性标注。例如，复杂的 *NP* 结构的不同读法（如 6.1 节中逐步展开的），都可以得到它们正确的单调性结果。

6.5　类型改变的可能世界语义学

类似于直觉蕴涵逻辑 I，对于演算 L 也被提出了一个更加传统的语义学；不仅仅对它的推演，而且对它的矢列也是如此。

对于 I 通常的语义学有如下模型：

$$M = <\mathcal{I}, \sqsubseteq, V>,$$

其中，$\mathcal{I}$是“力迫条件”或“信息片”的集合，$\sqsubseteq$是偏序（信息的可能增长），V 是在每一个 $i \in \mathcal{I}$上每一个命题字母的真值赋值，它沿着“$\sqsubseteq$－后继”保持真。那么，赋值如下：

$M \models p$ ［i］ 当且仅当 V_i（p） $= true$

$M \models \alpha \rightarrow \beta$ ［i］ 当且仅当对所有 $j \sqsupseteq i$，$M \models \alpha$ ［j］ 仅当如果 $M \models \beta$ ［j］。

最后，矢列 α_1；…；α_n / β（“α_1；…；$\alpha_n \models \beta$”）的有效性意味着，在所有 M 中，在所有 $i \in \mathcal{I}$上，如果 α_1；…；α_n 在 i 上成立，则 β 也在 i 上成立。那么我们可以有一个简单的亨金完全性证明：

$$\alpha_1; \cdots; \alpha_n \models \beta \text{ 当且仅当 } \alpha_1; \cdots; \alpha_n \Rightarrow_I \beta。$$

L 中的区别和“信息片”的观点有关。这些是关于确认结果的检测，检测只能被兑现一次。这个考虑导致了下面新的模型。模型形如

$$M = <\mathcal{I}, \oplus, V>,$$

其中，$\oplus$是信息片的增加的二元算子。这里，$\oplus$需要满足：

$$\text{结合律}: i \oplus (j \oplus k) = (i \oplus j) \oplus k$$

$$\text{交换律}: i \oplus j = j \oplus i$$

但幂等律（$i \oplus i = i$）是不必要的。（对兰贝克演算的有向版本，最好将交换律放弃。）这个新的结构在复杂类型（或公式）的赋值中反映出来：

$M \models$（a，b）［i］ 当且仅当对所有 $j \in \mathcal{I}$，使得 $M \models a$ ［j］，$M \models b$ ［$i \oplus j$］。

这里，重新引入$\sqsubseteq$，

$i \sqsubseteq j$ 当且仅当 $i \oplus j = j$。

但是，上面的核心条款并不能仅根据$\sqsubseteq$来定义。

这次，对于赋值，没有保持性条件被增加。在 I 中，一旦在有的 $i \in \mathcal{I}$中为真，则在所有 $j \sqsupseteq i$ 都保持为真，L-类型缺少这种遗传。这变得有点麻烦。

最后，用一个新的方法来定义语义后承：

a_1；…；$a_n \models b$，如果对于所有 $M = <\mathcal{I}, \oplus, V>$ 和所有 i_1，…，$i_n \in \mathcal{I}$，如果 $M \models a_1$ ［i_1］，…，$M \models a_n$［i_n］，那么 $M \models b$ ［$i_1 \oplus \cdots \oplus i_n$］。

例如，可以检测，L 的所有推理规则都保持这个后承概念。

现在，对于 L-语言，关于语义学的这个通常的逻辑主题能够被考虑。

首先，对应于上面的真值定义，研究矢列的有效性，存在显而易见的语义列表方法，来搜查可能的反例。它的细节要比 I 零乱，因为，对每一个新的组合，我们需要在每一步上记录有穷多的信息片（加上它们的总和），增加一个新的公式（c，d）来证伪公式（a，b），在其他地方，检测公式（c，d）的真值。

而且，原则上，这个搜索可以无限进行下去。对于 I，I-公式通过应用遗传断绝了这种可能性：在一些恰当的大的步骤中，没有真值的相关改变出现。这里，没有这样的推理是有效的。但是，类似于模态逻辑 S4 的论证，如果有穷反例真的存在的话，向已经使用的那些信息片"曲折撤销"，有助于形成有穷反例。而且，通过有效的方法，有穷模型的大小受公式复杂度的限制。因此，补充细节后，我们可以得到语义后承可判定性的证明。

接下来，表明后面的概念确实可以由 L 演算公理化，它足可以表明非 L-推演如何导致反例（即完全性，可靠性已经被证明了）。为了这个目标，我们要构造一个简单的亨金模型。令 $\mathcal{I}$ 由所有公式的有穷集组成，算子 $\oplus$ 表示集合的并。（但是，注意，如 $\{p, q\} \oplus \{p, r\}$ 是 $\{p, q, p, r\}$ 而不是 $\{p, q, r\}$。）最后，赋值 V 如下：$V_i(p) = true$ 当且仅当 $i \Rightarrow_L p$。接着，通过归纳 a 的复杂度，可以证明真值引理：

引理 2　$M \models a[i]$ 当且仅当 $i \Rightarrow_L a$。

证明： 假设 $I \Rightarrow_L a = (b, c)$。令 $j \in \mathcal{I}$ 使得 $M \models b[j]$。由归纳假设知 $j \Rightarrow_L b$。因此，在 L 中，$i; j \Rightarrow c$。再由归纳假设知，$M \models c[i; j]$ 即 $M \models c[i \oplus j]$。换句话说，$M \models (b, c)[i]$。相反地，假设没有 $i \Rightarrow_L (b, c)$。则也没有 $i; b \Rightarrow_L c$。由归纳假设知，$M \not\models c[i \oplus b]$。

但是，L 中有公理 $b \Rightarrow_L b$，因此（再一次用归纳假设），$M \models b[b]$。因此，$M \not\models (b, c)[i]$。■

作为直接的推论，我们有完全性结果。

定理 4　相对于上述的可能世界语义学，L 是完全的。

我们感兴趣的最后一个主题是对应性的讨论。在 L 的基础上，通向全 I（I 的语义内容能被确立）的过程中，存在不同的原则（进一步的定义和背景，参见 van Benthem（1984a））。

例 6　（1）稀释规则：$a; a \Rightarrow a$。为了无限制的有效，这个推理需要，对所有的 i，j，$\oplus$ 满足：

$$i \oplus j = i \text{ 或 } i \oplus j = j。$$

（在⊆的比较早的定义中，它表示“线性”。）

（2）a; a,（a, b）$\Rightarrow b$。这里，等价结构化条件是幂等性的形式：

$$\text{对所有 } i, j, \ i \oplus i \oplus j = i \oplus j。$$

注记　首先可能看起来比较奇怪，不像全 *I*-语义学预设增长方式的线性。这里再次涉及 *I*-语义学的遗传。在我们新的语义学中，一旦命题字母沿着⊑将它们的真值传播，这个现象将扩展到所有公式。其次没有任何特殊的关系条件，a; $a \Rightarrow a$，或者甚至 a; $b \Rightarrow a$ 将变得有效。

所有这些主题都能扩展为有毗连算子“·”的类型改变演算（在兰贝克的最初的论文中是这个情况）。相应的规则将为：

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_i \Rightarrow b \quad a_{i+1};\ \cdots;\ a_n \Rightarrow c}{a_1;\ \cdots;\ a_n \Rightarrow b \cdot c}$$

和

$$\frac{a_1;\ \cdots;\ a_n;\ b;\ c \Rightarrow d}{a_1;\ \cdots;\ a_n,\ b \cdot c \Rightarrow d}$$

例如，推演法则是 a,（b, c）$\Rightarrow$（$a \cdot b$），c 和它的逆。这里，和联结词∧存在明显的相似。但是注意，通常意义上的自然推演规则中的合取消去规则在这里并不有效，因为 $a \cdot b \Rightarrow b$ 是无效的。

至于语义学，看起来如下：

$M \models a \cdot b\ [i]$ 当且仅当存在 j, k, $i = j \oplus k$ 使得 $M \models a\ [j]$ 和 $M \models b\ [k]$

这验证上面的规则。然而，完全性结果并不非常简单。（必要的论证参见 Došen（1985）、Buszkowski（1986）。同我们提到的稍微有些不同。）

不管这些匹配怎样，介绍的可能世界语义学很接近句法（甚至比 *I* 的关系词更多，参见 van Benthem（1984b））。特殊地，对于 Buszkowski（1982，1986）发展的兰贝克演算，这个方法和代数语义学之间存在封闭的二元性（这一点 Došen（1986）明确提出——在一个完全的广义命题演算机制里，独立发现了这一节中提到的主要结果。杜森也指出了和厄克特、法因等其他作者在相干逻辑语义学方面所做工作的关系）。的确，我们毕竟并不认为上面的模型是“普通的”可能世界模型。但另一方面，这也可以是一个优点。介绍的语义学看起来是预设了赋值的更加动态的观点，把赋值作为“强”索引 i 来确立公式的真值（例如，把 i 作为命题字母的计数器，每次一个命题字母被验证后，记录减 1）。至少，这个隐喻看起来在介绍的限制设置之外仍有一些启发价值。

6.6　兰贝克语言的定位

在这一节中，我们回到更传统的问题，Buszkowski（1984a）概述了一个

猜想：

我们的可交换的兰贝克语法所识别的语言正好是上下文无关语言的排列闭包。

在这里，“识别”有如下意义。令Σ是有穷字母表，对每一个符号，指派一个或更多初始类型。类型是相区别的，如t；所有这些符号的序列组成了L-有效推演到t的指派的“语言”。

例 7　波兰式命题逻辑。

令$\Sigma = \{p, \neg, \wedge\}$并且通常指派$p \mapsto t, \neg \mapsto (t, t), \wedge \mapsto (t, (t, t))$。显然，在爱裘凯维茨模式下，所有的合式公式都被识别为t。L-工具增加的至少是那些公式的所有排列。并且，在这种情况下，它不再被识别。对于a_1; …; $a_n \Rightarrow_L t$（所有a_i（$1 \leqslant i \leqslant n$）都是上面三种类型之一），回忆 6.3 节 *t-count* 概念：结论t的 *t-count* 是 $+1$，因此前提序列的 *t-count* 也是 $+1$。现在，*t-count* $(t, t) = 0$，*t-count* $(t, (t, t)) = -1$。因此，化归为t的序列一定有

$\wedge$出现n次，p出现$n+1$次，$\neg$出现任意次。

但是，容易看出，任意这样的序列都是某个命题公式的排列。

这个论证模式在下面被重复使用。

注记

（1）如果我们丰富这个演算，从L到I，上面的类型不能被识别。因为，既然p一定可以被识别，因此，有“type（p）”$\Rightarrow t$，由I-规则知，也有“type（p）; type（p）”$\Rightarrow t$。因此，在我们想得到的语言之外，字符串pp是可识别的。注意：一个更强的类型改变演算可以损失识别力。

（2）对基本符号如果没有指派多于一种的类型，则并不是所有的正则语言都能够被识别。例如，从头开始指派$a \mapsto t$（或$a \mapsto (t, t)$），$a^* = \{\Diamond, a, aa, aaa, \cdots\}$可以被$L$识别，而只带一种类型：$a \mapsto t$，则不能被识别出。因为，在$L$中，$t$; t并不能化归为t（用 *t-counts*）。但是，带复杂的可区别类型t，t，如(t, t); $(t, t) \Rightarrow_L (t, t)$，则使识别变得可能（比较一下：我们在一个简单句中不能重复说“她游泳她游泳……”但是对特定算子我们可以说“天气非常非常非常……阴沉”）。

（3）这些例子表明了下面的推测。对任何爱裘凯维茨语法识别的某种语言T，它的兰贝克演算版本将识别T的排列闭包。

反例　$\Sigma = \{a, b\}$；$a \mapsto e$，$b \mapsto ((e, t), t)$，t; t是突出的。爱裘凯维茨语法识别出来的是空集，而它的兰贝克演算识别出来的是$\{ab, ba\}$。

并不是所有的上下文无关语言，或者甚至正规语言都是排列封闭的。另一方

面，也存在上下文无关语言的排列闭包自身不是上下文无关的。例如，正则语言 $(abc)^*$ 的闭包是与 a，b，c 数目相等的所有字符串。这个集合并不是上下文无关的，因为，它和正则集 $a^*b^*c^*$ 的交是非上下文无关集 $\{a^nb^nc^n\}$。L-语法识别的这个语言有 $a\mapsto e, b\mapsto(e, s), c\mapsto(s, t)$ 或 s，(t, t)。

自此以后，我们固定有穷字母表 $\Sigma=\{s_1, \cdots, s_k\}$。下面是这一节主要的结果。

定理 5 所有由上下文无关语言的排列闭包组成的语言是兰贝克可识别的。（另外一种证明方法的要点可参见 Buszkowski（1984a））。

令 T 是某个上下文无关语言 T_1 的排列闭包。由帕瑞克定理（Ginsburg，1966）知，T_1 的“出现数目”的集合，即

$$\{\langle \varepsilon \text{ 在 } s_1 \text{ 中的数目}, \cdots, \varepsilon \text{ 在 } s_k \text{ 中的数目}\rangle \mid \varepsilon \text{ 是 } T_1 \text{ 中的字符串}\}$$

是半线性的。也就是说，这个集合是一个线性集的有穷并，这个线性集由下面两部分生成：

（1）一个固定的自然数的 k-元组；

（2）某些 k-元有穷集的任意差乘的加。

例 8 命题逻辑（$\Sigma=\{p, \neg, \wedge\}$）的出现集本身就是线性的，形如

$$(1, 0, 0)+\lambda(0, 1, 0)+\mu(1, 0, 1)。$$

显然，T 由所有属于 T_1 的（半线性）出现集的出现组的序列组成。

现在，我们能够将问题简化。对任意线性集，存在恰好有那个出现集的正规语言。这个过程从下例中看是很清楚的。

例 9 一个正规语言产生的命题公式的出现集是：

$$p;\ \neg^*,\ (p\wedge)^*$$

因此，任意上下文无关语言的排列闭包也是某个正规语言的排列闭包。并且表明正规语言的排列闭包能够被 L-识别，它足可以证明：

（1）每一个单点集 $\{a\}$ 是 L-可识别的。

（2）每一个 L-可识别的语言的并是 L-可识别的（如果它的组成成员是排列封闭的，则它自动是排列封闭的）。

（3）两个 L-语言的毗连的每一个排列闭包是 L-可识别的。

（4）L-语言的克里尼叠置的每一个排列闭包是 L-可识别的。

所有这些可以依靠 6.2 节中介绍的无切割版本的性质得到证明。

单点集。令 a 被指派为 t，在 Σ 中的所有其他符号，都为某种其他类型，如类型 e。基本类型的序列中，只有 $\langle a\rangle$ 自己化归为 t。

并。令 T_1 是通过指派 G_1 被识别，T_2 是通过指派 G_2 被识别的，分别带不同

类型 t_1，t_2。如果在识别中没有改变，可以假设在这两个语法中用到的所有类型是不同的。现在，选择一个新的基本类型 t^*。接下来，如下指派类型到符号 s。保留所有旧的类型。如果 s 有形如 $(a_1, (\cdots (a_k, t_1) \cdots))$ 的类型，最后是 t_1，那么也给它一个新的类型 $(a_1, (\cdots (a_k, t^*) \cdots))$。$t_2$的类型也是一样的。

申明1　这个指派 L-可识别的恰好是 $T_1 \cup T_2$。

证明：如果 σ 是 T_1 中的序列，那么对它的符号上的基本类型 G_1 的某个分配，它有 L-推演 a_1；$\cdots$；$a_n \Rightarrow t_1$。现在，让我们仔细想一想在 L 的无切割版本中这个证明的形式（在整个的论证中，这种分析将被重复使用）。在证明树中持续向上，将有一个分支右边总为 t_1（因为基本类型不能被化归）。这个分支一定是以公理 $t_1 \Rightarrow t_1$ 结束。现在，由 t^* 替换 t_1 的两个出现，那么，再下去，在这个推演中，它们的所有“子孙”也做同样的处理。在这个方式下，我们可以从恰好最后是 t^* 的类型序列得到 t^* 的推演。（为了了解这个，观察顶端左边的 t^*，它只能结束在（,）引入的*右边*）并且，在新的语法里，这样的序列能够被识别。

当然，T_2 的情况是对称的。

反过来，能够表明，任意可识别的序列属于 T_1 或 T_2。因此，令 a_1；$\cdots$；$a_n \Rightarrow_L t^*$。t^* 自身的 t^*-*count* 是 $+1$。现在，t^* 嵌入在最后位置的所有类型的是 t^*-*count* $+1$。因此，恰好在 a_1，$\cdots$，a_n 中出现一个这样的类型。

情况1：那个类型是 t^* 自身。

引理3　如果 $\vec{a}$；$t^* \Rightarrow_L t^*$，t^* 不出现在 $\vec{a}$，则 $\vec{a}$ 一定是空的。

因此，在这种情况下，只有一个符号，属于 T_1（t_1）或 T_2（t_2）。

情况2：那个类型包含来自 G_1 的子类型。

那么，由下面的非－可分离性得知，除了起始符之外，整个的序列一定是由 *G*1-类型组成。

引理4　如果 $\vec{a}$；$\vec{b} \Rightarrow_L c$，那么或者 $\vec{a}$；$\vec{b}$ 共有至少一个基本类型的出现，或者 $\vec{b}$；c 共有至少一个基本类型的出现。

（在无切割的演算中，这个引理的证明可以通过对证明树的深度简单归纳完成）那么，最终，在推演中，用 t_1 代替 t^*，这个序列在 T_1 中是可识别的。

情况3：在情况2中，用 G_2 代替 G_1 是对称的。

毗连。令 T_1 是被 G_1（带 t_1）识别的，T_2 是被 G_2（带 t_2）识别的，如前一样

不交叉。选择一个新的类型 t^*。这次，也允许其他最后是 t_1 的 G_1-类型被类型 (t_2, t^*) 替换。

申明 2 这个指派 L-识别 $T_1; T_2$ 的排列闭包。

证明： 首先，为了识别 $\sigma_1 \cap \sigma_2$ $(\sigma_1 \in T_1, \sigma_2 \in T_2)$，我们在 G_1 中识别 σ_1，但是 (t_2, t^*) 作为 $T_1 \cup T_2$ 的较前面的主目嵌入。接着，在 G_2 中识别 σ_2 并一起得到 t^*。这表明 L 的排列闭包自动生成。

接下来，令某个序列 σ 被识别为 t^*。t^*-*count* 告诉我们恰好有一个最后位置是 (t_2, t^*) 的类型将出现在 σ 中。那么，证明树的分析，用无切割演算中可接受规则的形式，展示为下面形状（图 6-3）。

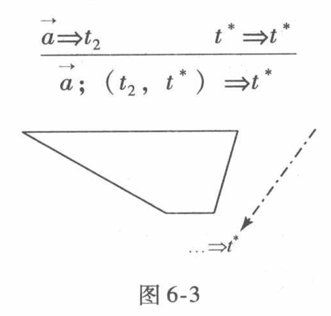


图 6-3

这里，由前面的非可分离性引理知，$\vec{a}$ 只由 G_2-类型组成。在最后的矢列中，(t_2, t^*) 出现在一个类型中，如 $(x_1, (x_2 \cdots (t_2, t^*) \cdots))$。这一定是如下形式，左边应用多次（,）-引入而得到的，

$$\frac{\vec{b}_i \Rightarrow x_i \qquad \vec{a}; \vec{c} \cdots (t_2, t^*) \Rightarrow t^*}{\vec{b}_i; \vec{a}; \vec{c}; (x_i, (\cdots (t_2, t^*) \cdots)) \Rightarrow t^*}$$

同样通过非-可分离性，所有 $\vec{b}_i$-类型一定属于 G_1（像 x_i 一样）。

现在，考虑“t^*-分支”的一般形式。它的步骤或者形如刚刚被指出的那样，或者对在左边的另外的类型引入某个先行者，和为了证明那个先行者的足够的类型。在这个过程中，下面保持为真，但是，在每一步 $A \Rightarrow t^*$

- A 中所有 G_2-类型的全体推演出 t_2；
- A 中所有纯 G_1-类型的全体，是除了 t^* 出现的单个类型的所有非-G_2-类型，推演后者前缀的所有类型（它的最后部分是 (t_2, t^*)）。

应用这个到最终的矢列，我们发现起作用的 G_2-类型符号形成一个 T_2-表达式，在 T_1 中它们仍为一个表达式（记录具体类型的最初形式）：被识别的序列是 T_1，T_2 的一个排列。

有穷重叠。令 T 是由 G（带 t）可识别的。我们选择一个新的类型 t^*，并且在最后 t 的位置增加 t^* 和（t^*，t^*）。这允许我们识别所有的 T^*，通过适当的 t^*-插入（对 T 中的一个字符）和（t^*，t^*）-插入（对 T 中所有其他字符串），结合 t^* 和（t^*，t^*）的结果到 t^*。

反过来需要一个证明。令任意类型的序列化归为 t^*。沿着结论 t^* 向上的路径，一定有一个形如

$$\frac{\vec{a}\Rightarrow x \qquad\qquad t^*\Rightarrow t^*}{\vec{a};\ (x,\ t^*)\ \Rightarrow t^*}$$

的最初情况

情况 4：x 不是 t^*。在这种情况下，在 T 中（可能序列改变）这个表达式被识别。这可以由推演的保留性论证得到（像前面在毗连中一样，这里要增加下述命题）。

申明 3　没有符号 t^* 出现在 $\vec{a}$ 的类型中。

证明：因为 x 的 t^*-*count* 是 0，所以 $\vec{a}$ 中没有 T-类型仅有一个 t^* 被插入。但是，（t^*，t^*）-插入也是不可能的。因为，如果（y，（t^*，t^*））出现在 $\vec{a}$ 中，那么，在树的某处，$\vec{a}\Rightarrow x$，（t^*，t^*）一定作为 $\vec{b}\Rightarrow t^*$ 的前提已经被引入。由于 $\vec{b}$ 中不包含 t^* 的出现，因此，t^*-*count*（$\vec{b}$）$\neq t^*$-*count*（t^*）。矛盾。

情况 5：x 自身是 t^*。那么，像前面的讨论一样，最后的矢列一定形如（向上排列）

$$A_1;\ A_2;\ (x_1,\ (\cdots\ (x_k,\ (t^*,\ t^*))\cdots))\Rightarrow t^*$$

其中，A_2 是可以推演 x_1，…，x_k 的类型集，A_1 是可以推演 t^* 的。如前，因为 x_1，…，x_k 是纯 G-类型，A_2-类型不能包含 t^* 的出现。A_2 中起作用的符号加上最后的类型形成了 T 的一个表达式。应用同样的推理到 A_1 中起作用的比较短的符号序列，分解这个最终成为 T-表达式的有穷序列。

注记　这是介绍的另一种方法，依靠无切割推演的子公式性质，前面的论证中也存在。这断定，上下文无关语言的所有排列闭包都是兰贝克可识别的。

反过来，我们也可以表明，序列 $\vec{a}\Rightarrow t$ 的无穷多种推演实际上只用改变类型到某个有穷深度加上普通应用和排列就能够被模仿（Buszkowski（1984a）的命题 2）。另一个可能的策略直接表明，相对于它的可识别语言，兰贝克演算导致半线性出现集（参见帕瑞克定理的应用）。

如果布什科瓦斯基的推测成立，则我们至少接受，介绍的可交换的兰贝克方法增强的仅仅是强语言学接受力，本质上，没有获得新的弱接受力。

从这个角度，当我们沿着6.4节的"λ 连续统"来研究时，灵活的范畴语法的识别力是怎样的，是我们很关心的。例如，在极端的情况下，是直觉主义演算 I。

定理6　I-可识别的语言是所有正规语言。

下面的论证包含更精确的信息。

令 T 是 I-可识别的语言，那么，

（1）T 是排列封闭的；

（2）如果 $\vec{a} \in T$，那么对所有序列 $\vec{b}$，$\vec{a} \cap \vec{b} \in T$，（因为 I"加固先行者"）；

（3）对于某个固定的自然数 N，如果 $a^{N+k+1} \in T$，那么 $a^{N+k} \in T$（因为"稀释"，对于某个适当大的 N，单个符号能够接收的最多是 N 个不同的基本类型）。

存在序列 $\vec{a}_1$，…，$\vec{a}_k$ 的有穷集，每一个最多带有符号的 N 个循环，使得一个表达式属于 T 当且仅当它包含某个 $\vec{a}_i$（$1 \leqslant i \leqslant k$）。因此，$T$ 一定是正则语言，是正则语言的有穷并（例如，在克里尼的符号体系下，包含 $\langle a\ b\ a \rangle$ 的所有序列的集合是 Σ^*；a；Σ^*；b^*；$\Sigma^* a$；Σ^*——其中 Σ 是整个字母表）。

更精确地，在下面的意义上，获得的语言是具有存在性的。成员的条件是形如下式的需求的析取：

"至少 n_1 个符号 s_1 出现，并且……并且至少 n_k 个符号 s_k 出现"（其中 $\Sigma = \{s_1, \cdots, s_k\}$）。

反过来说，通过基本类型的合适指派，所有这样的语言能够被 I-识别。

很明显，存在性的语言是最简单的一种正规语言（例如，它们总能被有穷状态自动机（状态中不带严格意义上的循环）识别，参见 van Benthem（1986a）第八章）。因此，L 和 I 在结构规则上的不同对语言学目的来说，变得至关重要。

上面的结果结合"纯爱裘凯维茨演算识别的仅是上下文无关语言"这个众所周知的事实，则有下面的弱识别图（图6-4）。

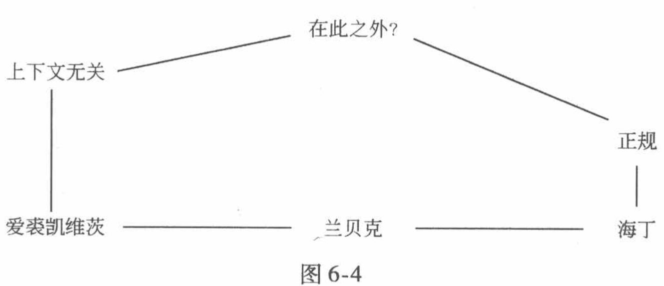


图6-4

在这个图示下，会有很多思考。例如，“最多产生式”的演算是什么？然而，它应该被观察到，一旦非 $-I$-有效类型改变规则被接受，甚至所有 0-型语言都变得可识别（见布斯考夫斯基在这一卷中的论文）（另一方面，如 6.4 节中，那样的非 $-I$ 演算没有通常的 λ 语义学）。

漫谈：逻辑规律的语言学复杂性

回到它的最初动机，演算 L 产生一种逻辑的有效性。这里，增加了一个逻辑学关心的问题。逻辑形式语言的语言学复杂性通常容易确立。例如，命题，或谓词逻辑公式形成上下文无关集（但是，注意，相关的较小的修改会影响复杂性，例如，谓词逻辑公式，如果禁止“空洞”量化，则变成上下文敏感的）。在这些形式语言里，全体有效句子的集合是怎样的？特殊地，给定一个固定的命题字母和逻辑算子→，∧，¬，∨的有穷集，在这个语言中，重言式集合的语言学复杂性是什么？

答案：是上下文无关的。

证明：这里，我们用到命题逻辑的“逻辑有穷性”。在上面的词表中，在林登鲍姆代数中，只有有穷多等价类，如 S_1，…，S_k。在某个语法中，把这些作为范畴，写下如下的所有有效规则：

$S_i \Rightarrow \neg S_j$，

$S_i \Rightarrow (S_j \rightarrow S_m)$，等。

那么，带有最初的类型 S（“重言式”），这是上下文无关文法。 ■

注记　这个结果和众所周知的命题可满足性的 *NP*-完全性并不冲突。因为，后面的定理应用的是命题字母是无限集（在某个有穷性的模式下被编码）的命题逻辑。

这些问题对于各种没有上述“逻辑有穷性”的逻辑变得更加有趣，如在→，∧，¬，∨中的直觉主义逻辑。在有穷字母表中，它的有效式的语言学复杂性是什么？后一个集合是可判定的，但是，如果它的复杂性比它的经典版本（如，上下文敏感）高，那当然符合直觉。

这完成了我们对兰贝克语法更传统方面（即它们的识别力）的研究。它应该是重点，但是，研究路线并非一种，如范畴语法的很多传统问题能够被重新思考。列举其中一种情况：通常，对基本表达式，我们接受多重初始指派（的确，范畴语法和上下文无关文法之间的等价性依赖于这个工具）。但是，带有类型改变的演算，接受多重初始指派的很多论证都会消失——因为，多样性更适合在规则里，而不是在开始就被许可。不过，带单个初始指派的兰贝克语法的相应的正确“生成”是什么？这还不知道。

然而，问题的后一个类型可能太谨慎了些。毕竟，如果我们真的接受范畴的观点，那么，为什么它总是要通过与它的竞争者进行比较来证明它自己？这里，有很多理由来转向范畴的观点，如基本语言理论的很多做法用范畴语法形式更方便。而且，对于后者它提出很多有趣的新问题。或许，现在已经是开始变化课本的时候了。

6.7 展　　望

这篇文章的目的在于阐明一种兴趣，即从技术的角度来研究灵活的范畴语法，从而对这个方法在自然语言研究中的复苏提供一些逻辑方面的支持。即使我们关于基本演算 L 仍然存在一些明显的开问题——明显地，它的识别力的讨论。而且，这里对 L 的不同变量给出的很多回答仍需验证，如文中几个地方所出现的，演绎的弱的或强的规则。van Benthem（1987c）给出了关于范畴谱系结果的更多信息。同样，在“连接主语和从句”方面，也可以增加“并列”类型（如“和”、“并且”）（例如，连接从句的二元联结词类型（t，（t，t）），有比较合适的应用，如条件语气“如果”，后面带有“并且”或“或者”）。这通过增加“在同一标准”上有几个主目的类型，并且合适地应用这些规则，的确能做到（更加广泛的调查，参见布斯考夫斯基等 1986 年编著的 *Recent Trends in Categorial Grammar*）。最近，并列已经被用在多态的比较强的形式中，包括变量类型。近来的发展参见克莱和范本特姆的“Categorial Unification Grammars”。

另一个有很多重要的开问题领域是有向兰贝克演算（Buszkowski，1982）。例如，早期的概念（如类型-*count*）和结果在有向兰贝克演算中怎样被扩展？同样，应用和理论上都会有新的主题出现，如两个斜线\，/之间的二元性。

6.4 节的 λ-语义学和标准逻辑产生了多样的联系，尤其是在类型论中。更多关于兰贝克演算的模型论和一般的范畴谱系的问题 van Benthem（1987a，1987b）已提到。即使如此，这个观点仅仅是在自然语言中，给出了不同的类型改变机制的一个例子。对于组成成分来说，这些实际上需要表达式的更强的媒介，即（至少）带等词的全 λ 语言（更系统的讨论参见 van Benthem（1986a）第三章）。如从个体到它的单点性质的“自然的”转换

$$e \Rightarrow (e,\ t),$$

带有结合的“处理方式”$\lambda y_e \cdot y \equiv x_e$。并且，有一个著名的蒙太格式的例子，即对及物动词“是”从 *NP*-指称到不及物动词的类型改变的说明

$$(e,\ t),\ t \Rightarrow e,\ t,$$

带有“处理方式” $\lambda y_{(e,t),t} \cdot \lambda z_e \cdot y\ (\lambda u_e \cdot u \equiv z)$ （Partee，1985）。这里有“类型改变”的概念变得太多的危险。众所周知，带等式的 λ 语言足够定义所有标准逻辑常量，但是这些通常并不被视为类型改变者。尽管这是个警告，但是扩展我们最初的关注到这个广阔的框架仍然是应当引起注意的。

最后，在内涵现象的领域里，类型改变也扮演着一定的角色（Rooth and Partee，1983）。在文献中，隐藏在不同的“内涵化”策略后的合适的组合数学是什么？（初次尝试参见 van Benthem（1986c））。揭开笼罩的面纱，我们目前提出的理论将能扩展多少呢？

参考文献

Ades A , Steedman M. 1982. On the Order of Words. *Linguistics and Philosophy*, 4: 517 ~ 558

Bach E. 1984. Some Generalizations of Categorial Grammars. In: Landman, Veltman eds. Varieties of Formal Semantiss. Dordrecht: Foris. 1 ~ 23

Barendregt H. 1981. *The Lambda Calculus*, *Its Syntax and Semantics*. Amsterdam: North-Holland

Buszkowaski W. 1982. Lambek's Categorial Grammars [Dissertation] . Poznań: Instytut Matematyki, Adam Mickiewicz University

Buszkowaski W. 1984a. A Note on Lambek-van Benthem Calculus. *Bulletin of the Section of Logic*, 13: 31 ~ 37

Buszkowaski W. 1984b. The Purely Implicational Intuitionistic Propositional Calculus is the Maximal Lambda Complete Type-Change Calculus (Manuscript). Poznań: Instytut Matematyki, Adam Mickiewicz University

Buszkowaski W. 1985. The Equivalence of Unidirectional Lambek Grammars and Context-Free Grammars. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 31: 369 ~ 384

Buszkowaski W. 1986. Completeness Results for Lambek Syntactic Calculus. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 32: 13 ~ 28

Buszkowaski W, Marciszewski W, van Benthem J. 1986. *Categorial Grammar*. Amsterdam: John Benjamin

Bäuerle R C, Schwarze, von Stechow A. 1983. *Meaning*, *Use and Interpretation of language*. Berlin: de Gruyter

Chierchia G, Partee B, Turner R eds. 1988. *Categories*, *Types*, *and Semantics*. Dordrecht: Reidel (Studies in Linguistics and Philosophy)

Cohen J. 1967. The Equivalence of Two Concepts of Categorial Grammar. *Information and Control*, 10: 475 ~ 484

Došen K. 1985. A Completeness Theorem for the Lambek Calculus of Syntactic Categories. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 31: 235 ~ 241

Došen K. 1986. Sequent Systems and Groupoid Models. Matemati čki Institut, University of Beograd

Flynn M. 1983. A Categorial Theory of Structure Building. In: Gazdar, et al., eds. 1983. Order, Concord, and Constituency. 139 ~ 174

Gabbay D, Guenthner F. 1984. *Handbook of Philosophical Logic*, Vol. II. Dordrecht: Reidel

Gazdar G, Klein E, Pullum G. 1983. *Order, Concord and Constituency.* Dordrecht: Foris

Gazdar G, Pullum G. 1985. Computationally Relevant Properties of Natural Languages and Their Grammars. Report 85-24. *Center for the Study of Language and Information.* Stanford

Geach P. 1971. A Program for Syntax. *Synthese*, 22: 3 ~ 17

Ginsburg S. 1966. The Mathematical Theory of Context-Free Languages. New York: McGraw Hill

Groenendijk J, Stokhof M. 1984. *Studies on the Semantics of Questions and the Pragmatics of Answers.* [Dissertation] Filosofisch Instituut, University of Amsterdam.

Hoeksema J. 1984. *Categorial Morphology* [Dissertation]. Groningen: Nederlands Instituut, Rijks universiteit, Also appear in the Outstanding Dissertations in Linguistics Series, Garland Press.

Keenan E, Faltz L. 1985. *Boolean Semantics for Natural Language.* Synthese Language Library. Vol. 23. Dordrecht: Reidel

Klein E, van Benthem J. 1987. *Categories, Polymorphism and Unification.* Centre for Cognitive Science/Institute for Language, Logic and Information. Edinburgh/Amsterdam.

Lambek J. 1958. The Mathematics of Sentence Structure. *American Mathematical Monthly*, 65: 154 ~ 169

Landman F, Velman F. 1984. *Varieties of Formal Semantics.* (GRASS, Vol. 3) Dordrecht: Foris

Moortgat M. 1984. Functional Composition and Complement Inferitance. In: Hoppenbrouwers, Seuren, Weijters, eds. *Meaning and the Lexicon.* Dordrecht: Foris

Partee B. 1985. Syntactic Categories and Semantic Types. Lecture. CSLI Summer School, Stanford

Rooth M, Partee B. 1983. Generalized Conjunction and Type Ambiguity. In: Bäuerle, Schwarze, von Stechow, eds. *Meaning, Use, and Interpretation of Language.* Berlin: de Gruyter, 361 ~ 383

Skordev D, ed. 1987. *Druzhba Summer School in Applied Logic.* New York: Plenum Press

van Benthem J. 1983. *The Semantics of Variety in Categorial Grammar.* Report 83-29. Burnaby (B. C.): Department of Mathematics, Simon Fraser University. Also appear in Buszkowski, et al. eds. 1986

van Benthem J. 1984a. Correspondence Theory. In: Gabbay, Guenthner, eds. *Handbook of Philosophical Logic.* Vol. Ⅱ. 167 ~ 247

van Benthem J. 1984b. *Partiality and Non-Monotonicity in Classical Logic.* Report 84-6. Stanford: Center for the Study of Language and Information. Also in *Logique et Analyse*, 29: 225 ~ 247

van Benthem J. 1984c. The Logic of Semantics. In: Landman, Veltman, eds. 55 ~ 80

van Benthem J. 1986a. Essays in Logical Semantics. *Studies in Linguistics and Philosophy*, 29

van Benthem J. 1986b. Meaning: Interpretation and Inference. *Synthese*, 1987, 73: 451 ~ 470

van Benthem J. 1986c. Strategies of Intensionalization. In: Bodnar I, Mate A, Polos L, eds. A *Filozófiai Figyelö* Kiskonyutara, Kezirat Gyanant, Budapest, 41 ~ 59

van Benthem J. 1987a. Categorial Grammar and Lambda Calculus. In: Skordev D, ed. Mathematical Logic and Its Applications. New York: Plenum Press, 39 ~ 60

van Benthem J. 1987b. Categorial Grammar and Type Theory. *Linguistics and Philosophy*

van Benthem J. 1987c. Semantic Type Change Syntactic Recognition. In: Chierchia, Partee, Turner eds. *Properties, Type and Meaning*. Dordrecht: Kluwer.

Zielonka W. 1978. A Direct Proof of the Equivalence of Free Categorial Grammars and Simple Phrase Structure Grammars. *Studia Logica*, 37: 41 ~ 57

Zielonka W. 1981. Axiomatizability of Ajdukiewicz-Lambek Calculus by Means of Cancellation Schemes. *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 27: 215 ~ 224

Zwarts F. 1986. *Categorial Grammar and Algebraic Semantics* [Dissertation]. Groningen: Nederlands Instituut, Rijksuniversiteit

7 语义类型变换和语法识别*

琚凤魁/译　高东平/校

7.1　灵活的范畴语法

爱裘凯维茨和巴 - 希勒尔的标准范畴语法建立在固定的范畴之上，可以通过一个函项贴合的规则把它们结合起来。最近，更加灵活的版本被提了出来，它们在对表达式进行赋值的过程中结合了范畴或类型变换的规则。一个典型的例子是"吉奇规则"：

改变类型 (a,b) 为 $((c,a),(c,b))$；

例如，可以使用这个规则把语句否定（类型为 (t,t)）提升为谓词否定（类型为 $((e,t),(e,t))$）。另一个众所周知的例子是"蒙太格规则"：

改变类型 a 为 $((a,b),b)$

这个规则可以把专名（类型为 e）提升为名词短语（类型为 $((e,t),t)$）。但是，Partee 和 Rooth（1983）也有一个"主目下降"的规则，它的一般形式是

改变类型 $(((a,b),b),c)$ 为 (a,c)

例如，这个规则可以把复杂的不及物动词（类型为 $((e,t),t),t$）变换为简单的谓词（类型为 (e,t)）。

类型转换的一般语言学动机是多方面的（参见 Oehrle、Bach 和 Wheeler（1988）或者 Buszkowski，Marciszewski 和 van Benthem（1988））。例如，吉奇规则允许成分结构，在其之中，函项不仅与它"完成"的主目而且也与它"参数表示的"主目混合起来。这样的结构在语法中已经被用来表示非连续的长距离附属部分：一种现象，之前认为它是范畴描述不可克服的障碍（已经发现在成分语

* Semantic Type Change and Syntactic Recognition. In: Chierchia G, Partee B H, Turner R, eds. *Properties, Types and Meaning*. Vol. 1. Kluwer, 1989. 231 ~ 249

法学中有相似的应用）。另一种动机是想简化蒙太格语法复杂的范畴或类型系统。采用类型转换规则的机制，表达式的初始类型可以保持简单性，且只有出于语法环境的需要才能被扩张成坏的情况。当蒙太格方法被扩张到能够覆盖非指示情况时，这种简单性会变得非常有必要，参见 Groenendijk 和 Stokhof（1988）。但是，可能研究类型转换的根本性动机来自于这样一种不可否认的事实：自然语言中的类型实际上是灵活的和多形态的。我们想要了解这个现象背后的机制以及它的限度。

新的灵活范畴语法的一个显著特征是出现了这样的选项层谱，其表示各种各样关于什么是可接受的类型转换规则的决定。关于这样的系统，这里有两个基本的问题。一个涉及提出类型变化规则的语义学动机，另一个涉及可识别语言的语法效果。对于前者，存在类型变换效果的一个自然的语义学描述，其在类型论语言中使用相关联的项。这样，范畴语法与某个事物一起自然地出现了，这个事物只是最近才变得对语法框架来说不可或缺，即对于其构造规则的一种系统的语义学（是否涉及这些改写或统一）。为了明确陈述这种语义学，我们需要一种系统的逻辑视角来审视类型转换（7.2 节）。下面，我们转向语法效果。各种各样的灵活范畴语法的“逻辑”系统所具有的识别能力将在 7.3 节被加以研究，并且产生一个应该予以注意的结果。甚至有良好语义学动机的类型转换规则也能够在很大程度上导致识别能力的丧失：下降到仅仅正则语言的水平。对这种情况的反思将会出现在 7.4 节。

7.2　一种逻辑视角

7.2.1　函项类型和蕴涵

在函项类型 (a,b) 和蕴涵 $a \to b$ 之间存在一种基本的逻辑相似性。在这个联系中，上面三种类型变换都表达出了蕴涵逻辑中的有效推理：

$$a \to b \Rightarrow (c \to a) \to (c \to b)$$

$$a \Rightarrow (a \to b) \to b$$

$$(((a \to b) \to b) \to c) \Rightarrow a \to c$$

兰贝克早在 1958 年就对这种相似性进行了研究以建立一种灵活的范畴语法。其类似于一种逻辑蕴涵演算——“演绎剖析”实现，虽然这个术语这时还远未发明出来。

从这个观点看，原初的爱裘凯维茨语法是一个只有一条推理规则——分离规则（蕴涵消去）的蕴涵逻辑：

$a\ (a,b)$ 推出 b 。

采用巴－希勒尔形式，使用有向斜线，这个规则可以分割为两种变形：

- $a\ \ a\backslash b$ 推出 b;
- $b/a\ \ a$ 推出 b。

在其加入“条件化”规则（“蕴涵引入”）从而更加丰富的系统中，兰贝克也使用了这种双向方法：

- 如果 X，a 推出 b，
  那么 X 推出 b/a。
- 如果 a，X 推出 b，
  那么 X 推出 $a\backslash b$。

例如，蒙太格规则的一种形式是：

(1) $a\ \ a\backslash b \Rightarrow b$;

(2) $a \Rightarrow b/(a\backslash b)$。

吉奇规则的一种形式是：

(1) $a\ \ a\backslash b\quad b\backslash c \Rightarrow b\quad b\backslash c \Rightarrow c$;

(2) $a\backslash b\quad b\backslash c \Rightarrow a\backslash c$;

(3) $a\backslash b \Rightarrow (a\backslash c)/(b\backslash c)$。

但在下面，将会使用无向（蒙太格式的）的符号 (a,b) 给出进一步的观点（但是，有向的版本也是非常有意思的）。

7.2.2　一个演算谱系

兰贝克系统仅仅是这样几个蕴涵逻辑 L 之一，它们能够进行语言识别——当通过如下方式被使用时：

“一个符号序列被识别为类型 a，如果某个对应的被赋予初始类型的序列在逻辑 L 中推出 a”。

所有这些系统都有相同的逻辑规则，即分离规则和条件化规则，但是它们在其结构规则上不同。为了表明这种区别，下面的根岑矢列形式是有用的。纯（无向）兰贝克演算有如下法则：

公理：$a \Rightarrow a$

规则：

$$\frac{XbY\Rightarrow c}{Xa(a,b)Y\Rightarrow c}\qquad \frac{XbY\Rightarrow c}{X(a,b)a,Y\Rightarrow c}\quad \text{（分离规则）}$$

$$\frac{Xa\Rightarrow b}{X\Rightarrow (a,b)}\qquad \frac{aX\Rightarrow b}{X\Rightarrow (a,b)}\quad \text{（条件化规则）}$$

$$\frac{Xa\Rightarrow b \quad Y\Rightarrow a}{XY\Rightarrow b} \qquad \frac{aX\Rightarrow b \quad Y\Rightarrow a}{YX\Rightarrow b} \quad \text{（消去规则）}$$

限制性条件：空的序列不能出现在任何矢列的左侧。

下面，结构规则能够被加入进来从而允许某种有前提的处理：

$$P: \quad \frac{X\Rightarrow a}{\pi[X]\Rightarrow a,} \quad \text{（排列规则）}$$

这里 π 是 X 的任何一个排列

$$C: \quad \frac{Xaa\Rightarrow b}{Xa\Rightarrow b} \quad \text{（收缩规则）}$$

$$E: \quad \frac{Xa\Rightarrow b}{Xaa\Rightarrow b} \quad \text{（膨胀规则）}$$

$$M: \quad \frac{X\Rightarrow a}{Xb\Rightarrow a} \quad \text{（单调规则）}$$

排列规则使相应前提的顺序变得无关紧要：其中纯粹的兰贝克演算与“列表”相关，其扩张 LP 仅仅考虑前提的“袋子”。收缩和膨胀合在一起也能够阻止前提出现次数的区别：$LPCE$ 可以被作为一种前提集合的逻辑。最终，通过加入单调性规则（在其中 E 是一种特殊的情况）产生出通常的构造性条件逻辑：并非所有的前提都需要在推衍中使用（例如，相比较而言，纯粹的兰贝克演算是一种“非单调的逻辑”）。

结构规则的进一步演变将会产生一个整谱系的蕴涵逻辑。现存的各种各样的逻辑系统都适用于这里——包括许多相干逻辑。当然，在“范畴层级”中是否存在语言学意义上的相干演算还有待观察（参见 7.2.3 节）。

注记　实际上，这种逻辑相似性可以被扩大从而包括蕴涵之外的其他连接词。例如，Dosen（1986）在兰贝克式基本系统之上，发展了包括（各种）合取和析取的命题演算。后者可以模型化语词条目的赋值，这些条目可以是任意的初始被赋类型。

7.2.3　类型转换的语义学

这里，我们不得不考虑上面类型转换的意义。在标准的范畴语法中，通过把函项贴合到相同序下的主目，使得语法识别与语义解释相关联。但是，使用类型转换规则，需要一个更加自由的语义形式，即允许 λ 抽象。这一点体现在较早提到的转换，和其自然对应的“意义指令”如下：

$$\text{吉奇：} \lambda y_{(c,a)} \cdot \lambda z_c \cdot x_{(a,b)}(y(z))$$

式中，$x_{(a,b)}$ 表示类型转换之前的那个条目的意义；

蒙太格：$\lambda y_{(a,b)}\cdot y(x_a)$

帕梯（Partee）和鲁斯（Rooth）：$\lambda y_a\cdot x_{(((a,b),b),c)}(\lambda z_{(a,b)}\cdot z(y))$。

这里，最普遍的形式将会允许在带有函项贴合和 λ 抽象的语言（像 Cresswell（1973）的 λ-范畴语言）中的任何可表达意义。在下面的精确意义上，这个语言在全构造的条件逻辑中对应于范畴推衍。在这个逻辑的推衍和 λ 项之间存在一个能行的对应。

例 1　主目降低。

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{b\Rightarrow b}{a\quad (a,b)\Rightarrow b}}{a\Rightarrow((a,b),b)}\qquad \dfrac{c\Rightarrow c}{((a,b),b)\quad (((a,b),b),c)\Rightarrow c}}{a\quad (((a,b),b),c)\Rightarrow c}}{(((a,b),b),c)\Rightarrow(a,c)}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{x_b}{x_{(a,b)}(x_a)}}{\lambda z_{(a,b)}\cdot z(x_a)}\qquad \dfrac{x_c}{x_{(((a,b),b),c)}(x_{((a,b),b)})}}{x_{(((a,b),b),c)}(\lambda z_{(a,b)}\cdot z(x_a))}}{\lambda y_a\cdot x_{(((a,b),b),c)}(\lambda z_{(a,b)}\cdot z(y))}$$

但是弱的蕴涵演算将会对应于完全的 λ 语言的片段，限制可能意义的范围。例如，对应于纯兰贝克演算的片段有每个只约束一个自由变元的 λ（参见 van Benthem（1986b）第七章）——就像上面三个例子中的情况一样。这些片段能够有非常不同的逻辑行为，如对句子产生的不同读法的数目。例如，完全的 λ 语言对于单个句子能够有无穷多的读法，而兰贝克片段却不能（van Benthem，1986b）：这使得后者在语言学上比前者更加有吸引力。

从纯兰贝克演算开始，附加的结构规则对 λ 项语义学有着各种各样的影响。例如，P 消除了这样一种惯例，即与前提类型相对应的自由参数总是如同这些前提本身一样出现在相同的序中。E 和 M 允许这些参数有“空的”出现——导致从句子转变为一元谓词这样的不合理情况出现：

（1）$t\Rightarrow t$: x_t

（2）$e\ t\Rightarrow t$: x_t

（3）$t\Rightarrow(e\cdot t)$: $\lambda y_e\cdot x_t$

从语义学的观点看，最能接受的结构规则可能是收缩规则，它不会引入新的无用前提，但是允许多次使用已经存在的前提：

（1）$t\Rightarrow t$: x_t

（2）$e\ (e,t)\Rightarrow t$: $x_{(e,t)}(x_e)$

(3) $e\ e\ (e,(e,t))\Rightarrow t : x_{(e,(e,t))}(y_e)(x_e)$　　　　　　　　C

(4) $e\ (e,(e,t))\Rightarrow t : x_{(e,(e,t))}(x_e)(x_e)$

(5) $(e,(e,t))\Rightarrow(e,t) : \lambda y_e.\ x_{(e,(e,t))}(y_e)(y_e)$

C 的另一个用处是可以把句子合取（类型为 $(t,(t,t))$）提高为谓词合取（类型为 $((e,t),((e,t),(e,t)))$）。因为这个原因，在下节要特别对收缩规则进行研究。

注记　并非所有提出来的语言类型变换都有上面那种语义学解释。一个反例是以如下一般形式出现的“主目上升”：

从类型 (a,b) 到（$(((a,c),c),b)$）。

这里没有任何 λ 解释，因为对应的例子是无效的：

$$a\rightarrow b \not\Rightarrow ((a\rightarrow c)\rightarrow c)\rightarrow b$$

（集合 $V(a)=V(b)=0, V(c)=1$）。直观上，从 a-域到 b-域的一个函项对于完全的 $((a, c), c)$ -域（根据蒙太格规则，它包含 a-域）没有正则的扩张。但是应该注意到，“从 (a,b) 到 $(((a,b),b),b)$” 这种特殊情况确实有一种正则意义，即其本身是蒙太格规则的一个例子。一个相关的说明来自 Groenendijk 和 Stokhof（1988）。他们以 $(a,b)\Rightarrow(((a,t),t),b)$ 这种形式提出主目上升：若非附带条件 b 是一种“结合的”类型（即一种以 t 结尾的类型），其将会是无效的。实际上，$(a,(b,t))\Rightarrow(((a,t),t),(b,t))$ 是有效的。

题外话　这里是针对后面的类型转换的一个兰贝克推衍及与它相对应的意义构造。

(1) $t\Rightarrow t$

(2) $b\ (b,t)\Rightarrow t$

(3) $b\ a\ (a,(b,t))\Rightarrow t$

(4) $a\ b\ (a,(b,t))\Rightarrow t$　　　　　　　　P

(5) $t\Rightarrow t$

(6) $b\ (a,(b,t))\Rightarrow(a,t)$

(7) $(a,t)\ ((a,t),t)\Rightarrow t$

---

(8) $b\ (a,(b,t))\ ((a,t),t)\Rightarrow t$

(9) $(a,(b,t))\ ((a,t),t)\Rightarrow(b,t)$

(10) $(a,(b,t))\Rightarrow(((a,t),t),(b,t))$

(1) x_t

(2) $x_{(b,t)}(x_b)$

(3) $x_{(a,(b,t))}(x_a)(x_b)$

(4) $x_{(a,(b,t))}(x_a)(x_b)$

(5) z_t

(6) $\lambda y_a \cdot x_{(a,(b,t))}(y_a)(x_b)$

(7) $z_{((a,t),t)}(z_{(a,t)})$

(8) $z_{((a,t),t)}(\lambda y_a.\ x_{(a,(b,t))}(y_a)(x_b))$

(9) $\lambda y_b.\ z_{((a,t),t)}(\lambda y_a.\ x_{(a,(b,t))}(y_a)(y_b))$

(10) $\lambda y_{((a,t),t)}.\ \lambda y_b.\ y_{((a,t),t)}(\lambda y_a.\ x_{(a,(b,t))}(y_a)(y_b))$。

后面的公式实际上恰好是 Groenendijk 和 Stokhof（1988）提出的上升疑问词的语义提议。

有时候，通过使用明确的同一性，无效的情况确实在更丰富的类型论语言中有语义学解释。Buszkowski（1987）甚至曾经考虑过任意的类型变换，证明它们能够使所有的 0 型语言成为范畴可识别的。

7.3 识 别 力

虽然范畴语法有内在的驱动力，但是把它的识别力和更标准的生成形式的识别力相比较依然是非常有意义的。特别是，与乔姆斯基层级相比，它是否产生有意义的语言层级？在灵活的范畴语法中有两个自由的度，它们能够产生这样的行为。一个在对语词条目的初始赋值中，另一个在产生上面的演算的结构规则中。粗略地讲，前一种限制类似于在重写规则的语法层级中发现的那些限制，后一种类似于变形规则（这一点我们将会在一个针对蕴涵演算的自然推演形式中更加清楚地体现出来，在那里结构规则反映了证明树上的某些运算：排列（P），同一（C）和复制（E））。我们从一些对前一种类型限制的评论开始。

7.3.1 初始赋值

对于标准的标准范畴语法和上下文无关的文法而言，众所周知的等价性证明（归功于巴-希勒尔、盖夫曼和沙莫）已经表明，对初始类型的严格限制没有任何效果。称一个类型是一阶的，如果它是这种形式 $(a_1,(a_2,(\cdots(a_n,b)\cdots)))$，且 $a_1,a_2,\cdots,a_n,b$ 本身是非复合类型。对相关内容的考察表明，一阶类型足够描述上下文无关文法。但是，要做到这一点，单个的语词条目有很多初始类型是必需的。因此，一种更加自然的特殊情况可能是，采用唯一类型的初始分配来描述识别出来的范畴语言。其他限制将会制约一阶类型本身。例如，哪一种一阶类型仅仅识别出正则语言？答案是直截了当的。

称一个一阶类型是简单的，如果它是非复合的，或者是这种形式：(a,b)，其中 a 和 b 是非复合的。

命题　正则语言恰好就是那些由单向简单类型的范畴指派所识别出的语言。

证明：令 G 是一个正则语法，具有所有这种形式的规则："$X \to a$"，"$X \to bY$"。把辅助符号和基本范畴看成是一样的，从而把 G 转换成一种初始指派：

$$a \mapsto X, b \mapsto (X/Y)，等等；$$

其突出的语句类型是 S。容易证明，这个语法恰好识别出范畴 S 中的那些序列，其拥有一个从 S 出发的 G- 推理。

相反的过程是相似的。

另一个可能的分类原则要计算不同的基本类型的数目，这些基本类型对于形成复杂类型描述一种语言来说是必要的。哪一种语言仅仅使用 t- 类型是可以识别的？例子是这些命题公式（还有相似的形式语言）以及 van Benthem（1986b）著作第八章中的量词。

例 2　这样的指派

$$a \mapsto \{(t,t)\}, b \mapsto \{t;(t,t)\}$$

识别出字母表 $\{a,b\}$ 中至少有一个符号 b（"一些"）的所有序列。把这个指派改变为

$$a \mapsto \{(t,(t,t))\}, b \mapsto \{t;(t,t)\}$$

其识别出 b 的出现比（"大部分"）a 多的序列。（这里，识别指无向的基本范畴演算，或者完全的兰贝克演算。）

实际上，增加基本类型将会增加识别力这一点不是显然的。

例 3　语言 $\{ab,ba\}$ 有如下带有两个基本类型的范畴描述。

$$a \mapsto \{e\}, b \mapsto \{(e,t)\}。$$

但是，它也有一个纯粹的 t 描述"编码"e，通过一些合适的复合 t-类型：

$$a \mapsto \{((t,t),t)\}, b \mapsto \{(((t,t),t),t)\}。$$

（但是在兰贝克演算中，$(((t,t),t,),t) \Rightarrow (t,t)$）是可推出的，因此上面的指派也能识别出，如 abb。但是，这点也许能够通过某种甚至更纯粹的 t-类型分配进行弥补。）

因此，问题依然存在，如果目前的分类原则已经开始使用的话。

7.3.2　结构规则

对于灵活的范畴演算来说，很多语言力问题是开放的。特别地，纯兰贝克演

算可能仅仅能够识别出上下文无关文法（有更加丰富的组成结构）。但是，这个猜想还没有被解决（Buszkowski，1987）。在另外一个极端中，完全构造性的条件逻辑是一个非常贫乏的语言识别者（van Benthem，1987a）：它仅仅识别出某一小类的正则语言。在这二者之间发生了什么？“袋子逻辑”*LP* 在相同的论文中被进行了研究：它识别出了上下文无关文法的所有排列闭包，且可能不再有更多的东西被识别出来了。再一次，正则语言埋伏在这里的背景当中，就像上下文无关文法的每一个排列闭包也是某个正则语言的排列闭包一样。我们将要证明，当其他结构规则被加入到只有分离规则的标准范畴基础当中时，正则语言是不可避免的（这一点以后将会被作为假定）。

在这一节的剩余部分，令 $\{a_1,\cdots,a_n\}$ 是符号的某个固定字母表。在排列规则存在的情况下，语言 T 能够被完全描述为 n 元序组 $X = (X_1,\cdots,X_n)$ 的集合，其中 n 元序组是 T 的符号串中符号的出现次数。当考虑语法的时候，令 k 是被分配到符号上的初始类型的极大数目。这里是结构规则的一些进一步结果。

(i) C：如果 $X \in T$ 并且 $X_i > k$，那么 $(X_1,\cdots,X_i',\cdots,X_k) \in T$，对于某个 $X_i' \leqslant k$。
对于在 X 的识别中涉及的 n_i 个符号 a_i，我们只能至多使用 k 个不同的类型：所有其他类型都可以被收缩掉。

(ii) E：如果 $X \in T$ 并且 $X_i > 0$，那么对于所有的 $Y > X_i$，都有 $(X_1,\cdots,Y,\cdots,X_k) \in T$。

现在，容易确定集合逻辑 *PCE* 的强度。考虑自然数的 n- 元组 X，再加入符号 $*$。语言 $T(X)$ 由所有使得如下条件满足的 Y 组成：

$$Y \geqslant X_i\text{，仅当 } X_i \in N\text{，} Y_i = 0\text{，仅当 } X_i = *\text{。}$$

称这些语言是存在性的。

定理 1　*PCE* 语法恰好识别出存在性语言的有穷并。
因此，*PCE* 仅仅识别出正则语言（它识别出来的语言确实比完全的构造性条件逻辑多一点——如字母表 $\{a_1,a_2\}$ 中的 a_1^*）。

证明：首先，令 T 有一个 *PCE* 语法。考虑集合 T^*，其由这样的 X 组成：$X \in T$，且其元素不超过 k。T 必定是有穷的（这里只有 k^n 个候选者）——并且，通过使用（i），（ii），T 可以被描述为所有语言 $T(X)$（对于 $X \in T^*$）的有穷并。

相反，这里有一个代表性的例子。令 $n = 2$。T 是 T_1，T_2 的并，且

T_1：所有至少有两个 a_1 且没有 a_2 的符号串；

T_2：所有至少有一个 a_1 且至少有一个 a_2 的符号串。

通过下面的指派，T_1 是 *PCE* 可识别的：

$$a_1 \mapsto \{x,(x,t),(t,t)\}$$
$$a_2 \mapsto \{y\}$$

对于 T_2 ，我们可以使用

$$a_1 \mapsto \{u,(u,u)\}$$
$$a_2 \mapsto \{(u,u),(u,t)\}$$

这些指派的并将会识别出 $T_1 \cup T_2$（注意，除了对于 t 之外，在这两种分配当中，所有的基本类型如何是互不相同的）。识别出 $T_1 \cup T_2$ 中的所有元素是直截了当的。相反方向需要一些证明分析：

假定属于上面类型的某个集合 A 能够推出 t 。因为这个推理是逻辑有效的，所以 $(u,t),(x,t)$ 当中至少一个必定在 A 中出现（因为，作为蕴涵逻辑的一种情况，剩下的类型并不蕴涵 t ）。如果 (x,t) 出现，则 x 也一定出现（因为剩下的类型并不蕴涵 x ——且 (x,t) 的某个出现一定在某个阶段被使用过了）。在那种情况下，x 和 (x,t) 已经产生 t ，且其他类型不会在推衍中使用，除了对于 (t,t) 。因此，我们便处在 T_1 之中。同样，如果 (u,t) 存在，我们一定处在 T_2 之中。■

下面，我们考虑逻辑 PC ——它的语义学动机更强一些。如果没有 E ，对于正则识别更早的论述就会失效——我们不得不使用一种更加复杂的证明方法。

定理 2　*PC 语法仅仅识别出正则语言。*

证明： 设 T 被某个 PC 指派所识别。在自然数上定义关系 $\leqslant_k$ ：

$i \leqslant_k j$ 如果(i) $i = j \leqslant k$

(ii) $k < i \leqslant j$ 。

然后，通过对每一个 i（ $1 \leqslant i \leqslant n$ ）都要求 $X_i \leqslant_k Y_i$ ，把上面的内容扩展到 n 元组 X,Y 。这样定义的原因存在于下面的收缩后承中。令 T^c 是 T 的补。■

定理 3　*如果 $X \in T^c$ 且 $X \leqslant_k Y$ ，那么 $Y \in T^c$ 。*

证明： 与前面的“Ⅰ”相似。

现在我们需要一个技术性的结果。在自然数上，$\leqslant_k$ 是所谓的良准序，只有有穷多的反链（即子集，但没有任何 $\leqslant_k$- 相容对）。通过一个众所周知的良准序方面的结果，相同的结论对于 $\leqslant_k$ 上升到 n- 元组时同样成立（Kruskal，1972；Nash-Williams，1963）。

因此，令 A 是 T^c 中的一个极大反链。（通过佐恩引理，它们存在。）根据克鲁斯凯的结果，A 必定是有穷的。根据极大性，T^c 中的每一个元素都 $\leqslant_k$ 相容于 A 中的至少一个元素。现在令 A^+ 是由 A 和 T^c 中所有的 $\leqslant_k$-更小的元素组成的有穷集。A^+ 是 T^c 的一个基础，在这样一种意义上：X 属于 T^c 当且仅当 $\geqslant_k$ 包含 A^+ 中的

某个元素。因此 T^c 是如下形式的语言的一个有穷并：

$$T^*(X) = \{Y \mid X \leqslant_k Y\}；这里 X 是 A^+ 中的某个元素。$$

容易看到所有的语言 $T(X)$ 是正则的——因此它们的有穷并也是正则的。

最后，当 T^c 是正则的时候，T 本身也是正则的。 ■

前面的陈述更多关于哪一个正则语言可识别出来的信息。所有的语言 $T^*(X)$ 都通过这种形式的数字条件来进行定义：

$$X_i \geqslant m, X_i = n。$$

van Benthem (1987b) 称这些语言的有穷并被为一阶正则语言（因为和一阶可定义性的广义量词理论的某种联系）。

推论 *PC* 语法仅仅能够识别出一阶正则语言。

证明：T^c 是一种一阶语言。因此，T 本身也是一阶语言。因为刚刚引用的论文把一阶正则语言刻画为被某种排列不变非循环有穷状态自动机识别出来的语言。显然，通过转换接收和拒绝状态，补也能够以这种方式被识别出来。 ■

此外，这里有反过来的情况。

定理 4 所有的一阶正则语言都能够被 *PC* 语法识别出来。

证明：这个定理可由两个引理得到。 ■

引理 1 每一个语言 $T^*(X)$ 都是 *PC* 可识别的。

证明：为了避免使用麻烦的记号，这里是一个代表性的例子。令 $n = 2, X = (1,3), k = 3$。下面的赋值识别出 $T^*(X)$：

$$a_1 \mapsto \{u\}$$

$$a_2 \mapsto \{(u,v),(v,s),(s,t),(s,s)\}$$

显然 $T^*(X)$ 中的每个符号串都是可识别的。反过来，假定 *PC* 中这些类型的某个集合 A 能够推出 t。因为这个推理必定是逻辑有效的，因此至少 $(s,t),(v,s),(u,v)$ 和 u 必定在 A 中（缺少当中的任何一个，就不会得出 t）。因此，这里至少有一个 a_1，至少有一个 a_2。另一方面，这里至多有一个符号 a_1，因此 u 出现两次将会产生至少两个 t，它们是不能被收缩的。 ■

引理 2 *PC*- 可识别的语言在并下封闭。

证明：令指派 G_1, G_2 在语句类型 t 下分别 *PC*- 识别出 T_1, T_2；使 G_1, G_2 中的所有类型不相交。然后在两种情况下，对于每一个最后的类型是 t 的原初类型 $a = (\cdots, t)$，增加一个新的类型 $a^{\bullet} = (\cdots, t^{\bullet})$。$t^{\bullet}$ 现在变成了新的易区分的语

句类型。这产生赋值 G_1^+, G_2^+，它的并（在一种明显的意义上）G^+ 识别出 $T_1 \cup T_2$。■

注记　需要以一种特殊的方式使用 $t^\bullet$ 以避免如下之类的情况。令 $n = 2$，通过

$$a_1 \mapsto \{t;(t,t)\} \text{ 和 } a_2 \mapsto \{x\},$$

G_1 识别出 a_1^*，通过相反的赋值，G_2 识别出 a_2^*。仅仅把两种情况下的 t 等同起来将会导致，如 a_1a_2 的识别，不在任何一个语言中。G^+ 至少识别出 $T_1 \cup T_2$。例如，G_1-类型的某个对应的序列 A 可以 PC-推出 t。这样 G^+-识别就被下面的断言所蕴涵。

断言 1　如果 $A \Rightarrow b$ 是 PC-可推出的，那么 $A' \Rightarrow b^\bullet$ 也同样如此，这里 A' 与 A 相似，但有一个或多个类型被它们的 $\bullet$-像所替换。

证明： 通过对推理的长度进行归纳。■

G^+ 仅仅识别出 $T_1 \cup T_2$。例如，假定类型的（可能的）某个混合序列从 G^+ 推出 $t^\bullet$。我们不得不证明一种“分离性质”：即 A 或者完全由 G_1^+ 得到，或者完全由 G_2^+ 得到。这是如下断言的一个直接后果。

断言 2　如果 $A \Rightarrow b^\bullet$ 是 PC-可推出的，那么或者 A 完全由 G_1^+-类型组成，或者 A 完全由 G_2^+-类型组成，如果 b 是不同于 t 的一个 G_1-类型则是前一种情况，如果 b 是不同于 t 的一个 G_2-类型则是后一种情况。

证明： 再次，对推理长度进行归纳。在分情况讨论时需要用到下面的断言。

断言 3　如果 $t^\bullet \Rightarrow a^\bullet$ 是 PC-可推出的，那么 A 为空且 $a = t$。■

最终，另一个归纳证明，如果从 G_1^+-类型出发，t 是 PC- 可推出的，那么 t 从它们的 G-原始类型出发是 PC-可推出的。这表明被考虑的原始符号串必定在 T_1 当中。对于 T_2 的论述也是相似的。

注记　上面对于仅仅识别出正则语言的结果在 P,C,E 被加入到完全的兰贝克演算而非标准范畴语法时也是成立的：相应的论述不会被这种改变所影响。事实上，关于被识别出语言的相似性的相反结果在这种情况下也成立。但是，后一个论断需要兰贝克证明树进行额外分析（van Benthem，1987a）。

自然，到现在为止的所取得的结果还不是最终性的结果。观察到的识别力的下降本质上可能是由于排列的存在。但是，存在一些迹象表明，它不是这样的。例如，单独把收缩规则加入到标准的范畴语法中将会妨害真正的递归性。

例 4 赋值 $p \mapsto \{t\}$，$\wedge \mapsto \{(t/t)/t\}$ 在 p，$\wedge$ 中识别出波兰式的命题公式。但是，当收缩规则加入进来之后，识别出的语言就变为正则的，即所有以 $\wedge$ 开始以 p 结束的符号串（这里，当排列规则不再被假设时，收缩规则以所需要的合适的一般形式被采用）。例如，通过用以识别 $\wedge(\wedge pp \wedge\wedge p)pp$ 的类型的收缩，符号串 $\wedge pp \wedge\wedge p$ 将会被识别出来。进一步，在收缩规则存在的情况下，命题公式不会被识别出来。因为正确的符号串 $\wedge^k p^{k+1}$ 会有一个非波兰式的子串以 $\wedge^k p^i$（$i \leqslant k$）这种形式被识别出来。

事实上，我们有下面的一般结果。

定理 5 *C*-语法仅仅识别出规则语言。

证明：这次我们使用一个辅助性归约。令 G 是识别出某个语言 T 的任意一个 *C*-语法。这诱导出一个类型符号串的集合 TT，这些类型通过初始赋值 G 与 T 中的某个符号串相匹配。TT 在一个有穷的符号表中也能够被作为一种语言，这个符号表中的基本符号现在是在 G 的初始赋值当中使用的类型。 ■

引理 3 如果 TT 是一个正则语言，那么 T 本身也是正则语言。

证明：令 A 是识别 TT 的一个有穷状态机。它能够变成有相同状态的 T 的有穷状态识别者 A'：

"令 q 是 A 中的任意状态，a 是有初始类型 X 的原初语言的任意一个符号。插入从 q 到任意状态 q' 的 a- 转换箭头，对其来说 x- 转换（$x \in X$）"。

明显地，A' 将会识别出一个符号串当且仅当 A 至少识别出它的一个初始赋值。因此，A' 识别出 T（非决定性地）——因此，T 是正则的。 ■

现在我们使用前面组合结果的一个更强的版本来证明 TT 必定是正则的。在类型符号串上定义如下关系：

$\sigma \leqslant \tau$ 如果(i) 相同的类型在 σ 和 τ 中出现。

(ii) 存在某个从 σ 中的条目到 τ 中的条目的序保持嵌入。

例如，$(a,b,c) \leqslant (c,a,c,b,a,c)$，$(a,b) \nleqslant (b,a,a)$，$(a,b) \nleqslant (a,b,c)$。与前面一样，收缩规则——以它的合适的广义形式——推出：如果 $\sigma \in TT^c$ 且 $\sigma \leqslant \tau$，那么 $\tau \in TT^c$。

现在，假定我们知道 $\leqslant$ 是任意有穷符号串上的一个良准序的话，前面的对 *PC*- 识别来说的正则性证明在这里会起作用。但这一点再一次由 Kruskal（1972）和 Nash-Williams（1963）给出一般性结果。

题外话 这里是略去论述的一个梗概（也可以参见 Higman（1952）的论著）。

首先，≤是一个单位符号串上的良准序：因为只有有穷多不同的这种符号串。

其次，假定存在某个符号串的无穷序列 $\sum = \sigma_1, \sigma_2, \cdots$ 且不存在任何序对 $i < j$ 使得 $\sigma_i \leqslant \sigma_j$。如果我们能够反驳掉这个假设，那么必定是一个良准序。现在，如果这样的无穷序列存在，那么也存在这样的无穷序列：它的所有符号串有相同的出现符号集（因为，令函项 f 对任意 $\sigma \in \sum$ 都赋予它的所有符号的有穷集。因为只有有穷的 f- 值，由鸽洞法则可以推出 $\sum$ 的某个无穷序列必定有相同的 f- 值）。下面，选择一个极小长度的符号串 σ_1 来作为这样一个“统一的不相容”符号串序列的开头。然后，选择极小长度的符号串 σ_2 使得 σ_1, σ_2 处于这样序列的开头，等等。这个程序将会产生一个特殊的序列 $\sigma_1, \sigma_2, \cdots$，它将会被用来推出一个矛盾。在每一个符号串 σ_i（除了至多一个的情况外）中，某个符号必定多次出现。因此，每一个这样的符号串都由某个非重复符号的前缀组成，后面跟着第一次重复。因为只有有穷多不同的前缀出现在这个序列（给定我们的有穷符号表）中，因此能够选出一个无穷序列，它的所有符号串都有相同的前缀，假设为 $\sigma_{n1}, \sigma_{n2}, \cdots$。现在，通过消去第一个重复出现的符号得到新的符号串 σ_{ni}^{-}。

断言 4　≤准良序化集合 $\{\sigma_{n1}^{-}, \sigma_{n2}^{-}, \cdots\}$。

证明：考虑从这个集合中得到的任意序列 $\sigma_{m1}, \sigma_{m2}, \cdots (= \Delta)$。令 N 是出现在 Δ 中的最小的指标。那么，序列

“$\sigma_1, \cdots, \sigma_{N-1}, \sigma_N^{-}$- 后面是 Δ 的剩余部分”

一定至少包含一个序对 $i < j$，使得对应的符号串处于≤-关系当中：通过 σ_N 的选择的最小性。这个自然数对不能出现在 1，⋯，$N-1$ 中（通过定义）——不能作为 $\sigma_i (i < N), \sigma_{mj}^{-}$ 出现（因为任何从 σ_i 到 σ_{mj}^{-} 的嵌入也是从 σ_i 到 σ_{mj} 的嵌入）。因此，在 σ_{mj}^{-} 中必定有某个可比较的自然数对；这一点将会被证明。

现在，考虑所有 (σ_{ni}^{-}, x_i) 组成的序列，这里 x_i 是从 σ_{ni} 中提取出来的符号。通过一个关于准良序的基本结果，下面的积 - 关系也是一个准良序：

$(\sigma, x) \leqslant (\tau, y)$，如果 $\sigma \leqslant \tau$ 且 $< x > \leqslant < y >$（即，$x = y$）。

因此，必定存在某个对 $(\sigma_{ji}^{-}, x_i) \leqslant (\sigma_{nj}^{-}, x_j)$，且 $i < j$。但是这样一来，因为这些符号串有相同的前缀，且 $x_i = x_j$，因此便有 $\sigma_{ni} \leqslant \sigma_{nj}$：这与我们的原初序列 $\sigma_1, \sigma_2, \cdots$ 的不可比较性矛盾。 ■

7.4　讨　　论

对待 7.3 节的结果有几种方式。一种认为，对于类型转换来说，逻辑相似性

有它的局限——通常的逻辑结构规则对于合理的类型转换演算的层级并不提供一个合适的分类方式。但是，还有其他策略。特别地，我们可以把附加的语义限制加在从上面的演算中推出的类型转换上，过滤出一个更加有限制的可接受类型转换类。这个方法可以在 van Benthem（1986b）第七章和（1987a）中找到，它们讨论了在上面系统中选出那些类型转换的语法原则，它们的意义支持被改变条目的“逻辑性”，也支撑它们之间的“布尔蕴涵”。但是，可以对我们的发现进行如下解释：其对放松语法范畴和语义类型之间的关联以及让类型转换在语义学上更加自由提供了更多想法。

因此，如何正确使用灵活范畴语法依然是一个可以继续探讨的问题。

印刷时增加：

7.3.1 节最后的问题现在已经有了否定的解答。参见：

Ponse A. Encoding Types in the Lambek Calculus. In：Klein E，van Benthem J，eds. *Categories，Polymorphism and Unification*. Centre for Cognitive Science，University of Edinburgh / Institute for Language，Logic and Information，University of Amsterdam，1988. 261 ~276

参考文献

Bauerle R，Schwarze C，von Stechow A. 1983. *Meaning，Use and Interpretation of Language*. Berlin，New York：Walter de Gruyter

Buszkowski W. 1987. Generative Power of Categorial Grammars. In：OehrleR，et al.，eds. *Categrial Grammars and Natural Language Structures*. 69 ~94

Buszkowski W，Marciszewski W，van Benthem J. 1988. *Categorial Grammar*. Amsterdam，Philadelphia：John Benjamin

Cresswell M. 1973. *Logics and Languages*. London：Methuen

Dosen K. 1986. Sequent Systems and Groupoid Models（Manuscript）. Belgrade：Mathematical Institute，Serbian Academy of Sciences

Gardenfors P. 1987. Generalized Quantiflers，Linguistic and Logical Approaches. *Studies in Linguistics and Philosophy*，31

Groenendijk J，Stokhof M. 1988. *Type-Shifting Rules and the Semantics of Interrogatives.*

Higman G. 1952. Ordering by Divisibility in Abstract Algebras. *Proceedings of the London Mathematical Society*，3（2）：326 ~336

Kruskal J. 1972. The Theory of Well-Quasi-Ordering：A Frequently Discovered Concept. *Journal of Combinatorial Theory*，（A）13：297 ~305

Lambek J. 1958. The Mathematics of Sentence Structure. *American Mathematical Monthly*，65：154 ~169

Nash-Williams C. 1963. On We11-Quasi-Ordering Finite Trees. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 59: 833 ~ 835

Oehrle R, Bach E, Wheeler D. 1988. *Categorial Grammars and Natural Language Structures. Studies in Linguistics and Philosophy*, 32

Partee B, Rooth M. 1983. Generalized Conjunction and Type Ambiguity. In: Bauerle R, et al. *Meaning, Use, and Interpretation of Language*. 361 ~ 383

Skordev D. 1987. *Mathematical Logic and its Applications.* New York: Plenum Press

van Benthem J. 1986a. *Categorial grammar and Lambda Calculus.* In: Skordev D, ed. Mathematical Logic and Its Applications. New York: Plenumpress. 39 ~ 60

van Benthem J. 1986b. Essays in Logical Semantics. *Studies in Linguistics and Philosophy*, 29

van Benthem J. 1987a. *The Lambek Calculus.* In: Oehrle R, et al., eds. 35 ~ 68

van Benthem J. 1987b. Towards a Computational Semantics. In: Gardenfors P, ed. *Generalized Quantifiers: Linguistic and Logical Approaches*. 31 ~ 71

8 范畴语法和类型论

琚凤魁/译 高东平/校

8.1 引 言

这篇文章是在逻辑和语言 ASL/LSA 联合研讨会上所做报告的一个扩充版本，该研讨会于 1987 年夏天在斯坦福召开。其目的是考察这两个学科之间联系的概况，因为它们都出现在范畴语法目前的发展之中。范畴语法的发展从目前为止出版的文献中可以看出来，参见下面这些著作：Buszkowski、Marciszewski 和 van Benthem（1988），Klein 和 van Benthem（1988）以及 Oehrle、Bach 和 Wheeler（1988）的著作。立足于这些文献从而做全面的语言学说明，本文主要集中于这个背景之下的逻辑－语言方面。但是，如果这个方面与正在进行的描述性和计算性研究没有持续的关系，这些问题也不会出现。

8.2 关联词的重组

范畴语法和类型论是同一智慧之流的两个分支，都来源于弗雷格和胡塞尔关于人类思维的范畴结构的思想。一个在爱裘凯维茨，巴－希勒尔和随后一些作者的手中已经成为语言学范例，另一个已经成为罗素在数学基础方面工作之后的一种标准逻辑方法。但是，这两个理论现在依然被认为是辅助性的，在这篇论文中这一点将得到说明。本文的目标是没有倾向的。在数理逻辑中，“类型论”代表一种有用的方法，而非一个单块系统：我们对语言学中“范畴语法”的视角也是同样一种精神。

范畴语法的基本思想一直是把表达式的语法范畴与语义类型联系起来，通过语法构造可以映出语义组合这样一种方式。为方便说明，我们将主要使用外延的蒙太格类型，它的一种版本被概括如下：

e 和 t 是基本类型（实体，真值）；

如果 a 和 b 是类型，则（a，b）也是类型。

随后，另一种基本类型 s（表示意义或情境）也会被考虑。语义上，e 代表个体对象，t 代表真值，（a，b）代表从 a 类对象到 b 类对象的函项。这产生我们熟悉的对应：

范畴	类型
专名	e
不及物动词	(e, t)
及物动词	$(e, (e, t))$
（复合）名词短语	$((e, t), t)$
副词	$((e, t), (e, t))$
二元命题联结词	$(t, (t, t))$

范畴不必总是与类型一一对应。这种情况使我们能够模型化不同表达式范畴之间的语义相似性。参看下面的指派

普通名词	(e, t)
形容词	$((e, t), (e, t))$

范畴复合的机制通过下面的形式化例子可以体现出来，其对于一个命题公式提供了两种读法。

例 1　没有括号的命题公式

$\neg$　　　p　　　$\wedge$　　　q

(t, t)　　t　　$\underline{(t, (t,t))\, t}$

$\underline{t \qquad (t, t)}$

$\underline{(t, t) \qquad t}$

t　　　　（"$\neg\ (p \wedge q)$"）

$\neg$　　　p　　　$\wedge$　　　q

$\underline{(t, t) \qquad t}$　　$\underline{(t, (t,t))\, t}$

$\underline{t \qquad (t, t)}$

t

（"$(\neg p) \wedge q$"）

注意意义如何通过连续的函项应用建立起来。■

自然语言的语法在顺序上的限制（通常）是非常重要的，为了更好地适合它，范畴语法也引入了有向斜线：

$a \backslash b$　　（一个"左搜寻"函子）

b/a　　　（一个“右搜寻”函子）

不管它的描述性，组合性的重要性，这种设计在后面仅仅起一种非常辅助性的作用。

实际上，出于描述性目的，使用（至少）两个系统常常是非常方便的：一个语法范畴演算，和另一个与之联系但并不等同的语义类型演算。然而，纯粹为了方便的目的，本文将忽略这种区别。

在范畴语法的经典阶段，它设想的用法是赋予基本表达式（“单词”）一个或多个范畴，以使计算性的函项－主目组合与实际语法当中的符号串相匹配。但是，在最近10年当中，已经出现各种各样的想法，为范畴语法加入一个类型变换的范畴机制，或者另一种选择，加入更多自由的类型组合模式。

对于这种改变有着各种不同的动机。例如，Geach（1972）通过引入他的递归规则来解释否定的多态性：

出现在任何一个类型 (a, b) 中的表达式也可以出现在类型 $((c, a), (c, b))$ 中（对于任何 c）。

这个规则把否定的基本类型 (t, t) 提升为 $((e, t), (e, t))$（不及物动词否定），$((e, (e, t)), (e, (e, t)))$（及物动词否定），等等。但是相同的改变也解释非常不同的事实，如在及物动词接受复杂的命题短语对象时遇到的人所共知的困难：

$$\frac{(e, (e, t)) \qquad ((e, t), t)}{?}$$

（在经典的框架之下，没有任何函项应用是可能的）。吉奇的解决方法是令直接的宾语表达式“适应语境”：

$$\frac{(e, (e, t)) \qquad \begin{array}{c}((e, t), t)\\ ((e, (e, t)), (e, t))\end{array}}{(e, t)}$$

替代性地，相同的转换可以被描述为允许函项复合（除了前面的应用之外）：

$(e, (\boldsymbol{e}, \boldsymbol{t}))\ ((\boldsymbol{e}, \boldsymbol{t}), t) \Rightarrow (e, t)$。

在语法和词态学（morphology）之后，其他多种类型变换规则已经被提了出来。它们用以达到这样一些目的，像描述并列关系、语形学主目继承、从属间隔，等等——Bach（1984）、Steedman（1985）、Moortgat（1984）和其他很多人在这方面做出了重要的贡献。这里是一个例子。

例2　提出来的一些类型转换规则。

类型上升（Montague，1974）：

$$e \Rightarrow ((e, t), t)$$

和更一般性地，

$$a \Rightarrow ((a, b), b)$$

主目下降（Partee and Rooth，1983）：

$$(((e, t), t), t) \Rightarrow (e, t)$$

更一般性地，

$$(((a, b), b), c) \Rightarrow (a, c)$$

这些规则的复合也是可能的。例如，Keenan 和 Faltz（1985）对不及物动词短语的处理建立在从下降和上升规则的组合中推出的类型之间的一个等价性之上：

$$(e, t) \Leftrightarrow (((e, t), t), t)$$ ■

为了表明这些方法的灵活性，这里又有一个例子。

例 3　介词短语。

令一个介词短语“到帕罗奥特”（to Palo Alto）有副词类型 $((e, t), (e, t))$。（一般来讲，介词本身有类型 $(((e, t), t)((e, t), (e, t)))$ 来完成这个功能。）这给了我们一种对于不及物动词组合复合的经典分析：

“walk　　　　to Palo Alto”

(e, t)　　　$((e, t), (e, t)) \Rightarrow (e, t)$

但是，如何开车到帕罗奥特（*drive* to Palo Alto）？为了这个目的，可以使用吉奇规则把状语调整为及物动词：

“dirve　　　　to Palo Alto”

$(e, (\mathbf{e}, \mathbf{t}))$　　　$((\mathbf{e}, \mathbf{t}), (e, t)) \Rightarrow (e, (e, t))$

并且最终去处理标准范畴语法中的另外一个众所周知的问题，介词短语重叠问题现在也变得简单了：

“from　　Los Altos　　　　to Palo Alto”

$((e, t), (e, t))$　　　　$((e, t), (e, t)) \Rightarrow ((e, t), (e, t))$

■

考虑到所有这种宽松性，有必要指出某些类型变换确实是不可接受的。一个将会（would-be）倒装的例子是与帕蒂和鲁斯下降规则相关的：

“主目上升”：$(a, c) \Rightarrow (((a, b), b), c)$

因为各种原因，这种形式的某些特殊情况在实际当中是可以接受的（例如，$(e, t) \Rightarrow (((e, t), t), t)$ 已经被上面的蒙太格规则所接受）。但是这种一般性的范式是无效的，现在在某种意义上，将被解释。

8.3 一种逻辑的视角

8.3.1 范畴语法和逻辑推导

对范畴语法以及在范畴语法当中采用类型变换的一种更加系统的视角可以在逻辑当中发现。

正如所出现的，在函项类型和逻辑蕴涵式之间存在一种很强的类似性：

$$(a,\ b) \qquad\qquad a\rightarrow b$$

卡里（Curry）和弗斯（Feys）在50年代指出了这种相似性，Lambek（1958）出于语言学的目的第一次对其进行了研究，他建立了一种“矢列”的演算：

$$X\Rightarrow b$$

（“类型矢列 X 组合到/推出 b”）

这里的思想是范畴组合，它与蕴涵逻辑中的推演非常相似。（比较近代的口号“作为演绎的分析”。）这样，我们可以对范畴语法分析建立一个逻辑公理规则系统。这里，我们将对“兰贝克演算”众多可能版本中的一种形式做一个展示：

公理：$a\Rightarrow a$

规则：

$$\frac{X\ b\ Y\Rightarrow c}{X\ a\ (a,\ b)\ Y\Rightarrow c} \qquad \text{分离规则}$$

$$\frac{X\ a\Rightarrow b}{X\Rightarrow (a,\ b)} \qquad \text{条件化规则}$$

$$\frac{X\ a\Rightarrow b \qquad Y\Rightarrow a}{XY\Rightarrow b} \qquad \text{切割规则}$$

这些规则对类型变换的早期设想提供了推理，并且它处于完全统一形式当中。

例4 推出吉奇规则。

$$\frac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{t\Rightarrow t}{(t,\ t)t\Rightarrow t}}{(t,\ t)(e,t)\ e\Rightarrow t}}{(t,\ t)(e,t)\Rightarrow (e,\ t)}}{(t,\ t)\Rightarrow((e,\ t),\ (e,\ t))}$$

■

在实际的计算中，一个自然推演形式是非常容易使用的（参见 van Benthem（1986a）第七章或者 van Benthem（1988d））。但是，我们为了理论上的清晰性，

在这里保留了目前的形式。

在兰贝克系统当中有所谓的逻辑规则。但是，在建立这样的逻辑演算时有另外的自由度，它被叫做处理前提的结构规则。例如，下面的规约将会把上面的规则集合转变为标准的直觉主义蕴涵逻辑。

排列

P　　对于前提 X 的任何排列 π，如果 $X \Rightarrow b$，那么 $\pi[X] \Rightarrow b$

收缩

C　　如果 $Xaa \Rightarrow b$，那么 $Xa \Rightarrow b$

单调性

M　　如果 $X \Rightarrow b$，那么 $Xa \Rightarrow b$

注记　在缺少排列规则的情况下，C 和 M 的完全形式化将会更加复杂。■

现在，这些结构规则中能够把范畴组合演算从蕴涵逻辑区分出来的是可以接受的。没有它们，这些演算就要记录关于哪些前提的哪些出现以什么样的方式被使用的全部信息。有了它们，不同出现之间的某种同一性就成为可能的（哪些可以替代性地描述为证明树上的转换：如复制或删除）。例如，增加一个排列规则会破坏前提顺序方面的信息，把它们作为一个条目的“袋子”，而收缩规则和单调性规则会引起仅仅是前提“集合”的坍塌。

这样一来，测量那些需要被用为某种语言函项的结构性辅助手段的量就变得很有意思。因为，这样一些测量会表明它们内在的复杂性。

例 5　布尔合取的多态性。

为了推出对于“和”（and）的多态性类型，收缩规则和排列规则将会被使用。首先，一个普通的范畴演绎

$$(t,(t,t))\ e\ (e,t)\ e\ (e,t) \Rightarrow t$$

通过连续使用分离规则产生；然后，

$$(t,(t,t))\ (e,t)\ (e,t)\ e\ e \Rightarrow t \qquad (\text{排列})$$

$$(t,(t,t))\ (e,t)\ (e,t)\ e \Rightarrow t \qquad (\text{收缩})$$

然后，通过三次连续使用条件化规则，

$$(t,(t,t)) \Rightarrow ((e,t),((e,t)(e,t)))$$

■

另一方面，结构规则的自由使用将会产生难以接受的类型变换。

例 6　单调性的危险性。

下面的范畴推理使用了单调规则：

$t \Rightarrow t$

$te \Rightarrow t$　　　　　　(M)

$t \Rightarrow (e, t)$

这会把句子变换为及物动词。 ■

在任何一种情况下，这里的观点不是立足于这些情况之上，而是表明它们在目前的逻辑框架下如何经得起系统讨论。

另一个可能不受欢迎的变换的例子是前面提到的“主目上升”情况 $(a, c) \Rightarrow (((a, b), b), c)$。原因是简单的，对应的变换 $a \rightarrow c / (((a \rightarrow b) \rightarrow b) \rightarrow c)$ 在直觉主义或经典逻辑意义上并非一个有效的蕴涵规则（然而，它确实有些可推出的特殊情况，如 $(a, (c, t)) \Rightarrow (((a, t), t), (c, t))$。有意思的是，后一个规则被表明它恰好就是主目上升规则被应用到如问题的范畴分析（Groenendijk 和 Stokhof（1987b）时的特殊形式）。

8.3.2　范畴层级

这样，在通常被认为的基本蕴涵逻辑之下，存在着一个全新的演算领域，形成了一个*范畴层级*从基本的爱裘凯维茨演算到兰贝克演算，然后，通过“相干逻辑”的各种系统，到完全的直觉主义系统。这个层级可以作为范畴语法的选项范围，就像乔姆斯基层级对改写语法一样，对语法现象的描述提供了弱的或强的组合引擎。这里的基本想法是，本质上，语法推理和逻辑推理是一样的——并且因此，关于语法推理的问题或许可以通过逻辑进行研究。

实际上，在语言学中有各种不同的方式来使用这种层级。出于语法方面的目的，我们可以试验弱的和强的系统，承认更强的推理/要素结构（一些更强的演算或许可以被用来——恰恰因为它们“过于强大”——解释人类理解略微有缺陷的语法材料的能力，如儿童谈话中的局部排列）。进一步，给定任何一个范畴系统，在其推理的研究范围之内进行各种合理的计算性限制是可能的。后一个策略由 Moortgat（1988）发展，它也为逻辑推理的关键性语言学角色进行本质上的辩护：作为语义学甚至是音韵学的起点。（带有某种诗意许可：这里有对证明的音乐和节奏！）另外，这里我们也可以研究前面提到的范畴和类型之间的松弛关系，在一个两层系统中进行运算，对于语法组合更严格一些并且当产生不同的语义读法时更自由一些。

因此，就像欧乐、日瓦茨、索博尔奇和其他人已经观察到的那样，目前的视角也提供了大量“逻辑导向”的变化来描述自然语言，并且特别是，来阐明建立在人类的逻辑-组合能力之上的重要的语言学世界。

总结一下，关于框架这里有几个附加的注记，概括如下。

• 目前的类型论或许应该与其他各种算子一起被扩张，因为语言学上的需要已经出现。特别地，兰贝克也考虑了表达式的毗连，其以下面的逻辑相似性作为开始：

积类型 $a \cdot b$ 合取 $a \wedge b$

对于矢列的相关推理规则如下：

$$\frac{X \Rightarrow a \qquad Y \Rightarrow b}{XY \Rightarrow a \cdot b} \qquad \frac{Xab \Rightarrow c}{Xa \cdot b \Rightarrow c}$$

• 也有所有这些演算的有向斜线版本，前面提到的。它们涉及有向规则，例如：

$$\frac{XbY \Rightarrow c}{Xa\ (a \backslash b)\ Y \Rightarrow c} \qquad \frac{Xa \Rightarrow b}{X \Rightarrow (b/a)}$$

$$\frac{XbY \Rightarrow c}{X\ (b/a)\ aY \Rightarrow c} \qquad \frac{aX \Rightarrow b}{X \Rightarrow (a \backslash b)}$$

再次，后者在真实具体的语法描述中将会更加基本。

• 这些“隐秘的”蕴涵逻辑或许对于逻辑本身是很有意义的。因为，上面的许多结构规则对于逻辑来说也受到了挑战：尤其是单调性规则，也包含排列规则（Groenendijk and Stokhof，1987a）。这一点如同上面一样甚至也被所谓“线性逻辑”中对前提的强调促发（Girard，1987），线性逻辑是一个与范畴语法有很多相似内容的领域（参见 8.8 节一些进一步的讨论）。在这样一个非正规的设定中，甚至有两个“有向蕴涵”（“如果 A，B”对“B，如果 A”）开始具有逻辑意义（van Benthem，1988c）。

8.4 语法和证明论

如同前面这节已经做的那样，把逻辑和语言视角结合起来有非常有意思的结果。尤其是，理论语言学的问题和逻辑学的问题结合了起来，并且来自两方面的工具和观察都能够在对方那里找到应用。例如，关于矢列的演算已经在逻辑的证明论和数理语言学语法当中被广泛地进行了研究。在范畴语法的领域中，这两种研究传统相遇了。

这种互动的一个较早例子是兰贝克的证明：基本的有向范畴演算中的推理是可判定的。对于这个证明，他使用了来自证明论的一个根岑类型的切割规则。但是，语言学的应用触及到了证明结构的很多方面，而这些方面之前并未被证明论专家所考虑过。例如，下面的简单问题在语言表达式的协同研究过程当中被提了出来：

给定两个类型矢列 X，Y，什么时候存在单个类型 a 使得 $X \Rightarrow a$ 和 $Y \Rightarrow a$

都是 L-可推出的?

如果这个问题对于基本的兰贝克演算来说是可判定的话，那么它就是一个未解决的问题。

大量技术性的研究已经被投入到范畴层级中各种演算的识别力问题上了。对于全面的研究情况，请参见 Buszkowski（1982），也可参见 Oehrle、Bach 和 Wheeler（1988）。Friedman 和 Venkatesan（1986）证明了某些非语境自由的语言（non-context-free language）可被兰贝克系统的弱的片段所识别。这个领域中有一个中心问题，它在 60 年代就被提出来，但现在依然未被解决：

有向的 L 只能识别出语境自由的语言吗?

如果有一个斜线的话，答案是肯定的（Buszkowski，1988）。

对于非有向的系统，通过采用标准的证明论技巧分析推理的“正规范式”已经得到一些结果（van Benthem，1987c；van Benthem，1987e）：

- L + P 识别出语境自由语言的所有排列闭包(这些也包括非语言!)；
- L + C 仅仅识别出正则语言（即对非常强的范畴引擎的使用真能导致识别力的坍塌）。

语法研究的一个新推动力产生于目前对带范畴语法分析的兴趣（Moortgat，1987；Pareschi and Steedman，1987）。分析者不得不整合各种各样的工具来减少寻求逻辑证明时遇到的研究空间：它再次要求特殊的证明论信息来预测死点（dead ends），甚或要求设计满足特殊目的的范畴演算。前一个策略的例子是莫特哈特使用了 van Benthem（1986a）中定义的“数不变式”（count invariants）。另一方面，为了处理布尔合取而不必带入一个有收缩规则的充分的兰贝克演算（参见前面有这方面影响的一个例子），莫特哈特分析者使用了少量的“变元多态性”。采用一个可变类型（x，(x，x)）引入合取，其可被例示到在合适的情况 a 和 a 中的某个特定类型 a。这些来自计算实践中的改变提出了它们自身非常有意思的逻辑学问题。值得注意的是，允许上面的多态性类型的兰贝克演算的可判定性依然是一个未解决的问题。

但是，如同前面已经指出的那样，一般的语言学描述也引入了证明论问题。有些问题涉及有向和无向兰贝克演算的关系。Moortgat（1985）使用带有 \ 和/两个斜线的有向 L-演算。但是，在有些地方，自然语言很少对顺序敏感（order-sensitive），我们需要识别“局部排列”。现在，我们在有向兰贝克演算 L 中所拥有的是一个可推出的变换，如

$$((a\backslash b)/c)\Rightarrow(a\backslash(b/c))$$

可以说，它颠倒了使用主目 a 和 b 的时态序，但并不是它们的空间序。但是在某些情况下，需要的东西是空间的重新安排，通过这个将被允许

$$((a\backslash b)/c) \Rightarrow (a\backslash(c\backslash b))$$

但是，已证明允许这种情况，或者允许明显的更适度的互换原则将会使有向演算坍塌为上面提到的允许排列规则的非有向演算。这样，对于范畴演算的“逻辑设计”的一个中心问题就是

在范畴演算中对排列规则存在有用且原则性的限制吗？

这里所提问题的多样性可能已经表明范畴语法如何能够作为一种问题资源来丰富证明论的传统财富。

8.5　语义学和类型论

为了在范畴层级中找到一条好的途径，对于可接受的变换有一种更加语义化的观点是有用的，可以补充前面的证明论考虑。研究这一主题的一条途径是为各种各样范畴演算中可推出的矢列建立对于完整的直觉主义情况下已知语义学合适推广的完全性定理。Dosen（1986）和 Buszkowski（1986）已经得到了这方面的一些结果。另一个与现在更为相关的途径，是研究具体的范畴推导本身（“读法”（readings））的意义。

对于后一个目的，一种普遍的逻辑相似性可能会出现。因为，在范畴推导和描述指称的类型论项之间存在一种能行的对应。

8.5.1　类型论语义学

在经典的爱裘凯维茨演算中，唯一涉及的语义运算是函项应用，参见下面的推理（与 8.2 节相比较）：

例 7　推出一个命题的读法。

$$\dfrac{\dfrac{(t,\ t)\quad t}{t} \qquad \dfrac{(t,\ (t,\ t))\quad t}{(t,\ t)}}{t}$$

$$\dfrac{\dfrac{x_{(t,t)}\quad y_t}{x\ (y)} \qquad \dfrac{z_{(t,(t,t))}\quad u_t}{z\ (u)}}{z\ (u)\ (x\ (y))}$$

■

一般来说，一个兰贝克矢列 $X \Rightarrow b$ 的推演被编码到一个类型论项

$$\tau_b\ [\ \{u_x \mid x \in X\}\ ]$$

中。这样一个项 τ_b 可以看做是一个语义的“处方”，它根据 X 中出现的类型 x 从

由对象 u_x 组成的一个矢列计算出类型为 b 的对象。现在新的特征是纯粹的应用（它反映了分离规则推理）不再满足要求：条件化规则的例子被 λ-抽象所编码。

例 8　解释吉奇规则。

前面的类型转换的吉奇规则的“典范意义”可以从前面的推理中解读出来（参见第 2 章）：

$$x_t$$

$$\overline{y_{(t,t)}\ (z_t)}$$

$$\overline{y_{(t,t)}\ (u_{(e,t)}\ (v_e))}$$

$$\overline{\lambda v_e \cdot y\ (u\ (v))}$$

$$\overline{\lambda u_{(e,t)} \cdot \lambda v_e \cdot y\ (u\ (v))}$$ ■

这样，在某种意义上，我们正在对完成所谓的“类型推动型转换”给出一个明确的逻辑程序。

这个视角的一个明显表现是它在“缩小”复杂的语义真值条件时的效果。一个经典的例子是蒙太格对动词“be”的分析，对于很多学生来说它一直是形式主义的一个路标。

例 9　推出蒙太格式的 Being。

在它的外延的 PTQ 版本中，“be”表示

$$\lambda x_{((e,t),t)} \cdot \lambda y_e \cdot \text{“}\{y\} \in x\text{”}。$$

但是，这个真值条件恰好就是，通过令类型（e，(e，t)）（特殊情况下是个体之间简单的等号）中的任何一般及物动词进行针对直接对象的前面涉及的吉奇变换所得到的：

$$\underline{(e,\ (e,\ t))\ ((e,\ t),\ t)\ \Rightarrow (e,\ t)}$$

$$(e,\ (e,\ t)) \Rightarrow (((e,\ t),\ t),\ (e,\ t))$$

$$\lambda y_e \cdot x_{((e,t),t)}\ (v_{(e,(e,t))}\ (y))$$

$$\overline{\lambda x_{((e,t),t)} \cdot \lambda y_e \cdot x\ (v_{(e,(e,t))}\ (y))}$$ （即 x 对“being y”成立）

因此，蒙太格著名的针对专名和复合名词短语的“be”的统一处理，是我们范畴语义学应用到一般等号上的一个自动结果。 ■

上面使用的对应可以在 van Benthem（1986a：第七章）那里找到。不同的范畴演算将它们的推演能行地编码到全部 λ 演算/贴合语言的不同片段中。例如，最初的爱裘凯维茨演算对应纯应用片段的一个部分——但是，在其他极端情况

下，直觉主义蕴涵推理对应于 λ/贴合项的全类。自然地，对于基本兰贝克演算的项有一个中间位置，满足下面的两个刻画性质：

- 每一个算子 λ 刚好约束一个自由变元的出现；
- 每一个子项都至少有一个自由变元。

有了进一步的结构规则，其他语义模式就成为可接受的了。例如，与前面把语句合取升为动词合取（参见 8.4 节）的 *LPC*-推理相联系的项，将会有一个“双重约束”，在收缩规则出现的阶段被引入：

$$\lambda x_{(e,t)}.\ \lambda y_{(e,t)}.\ \lambda z_e.\ u_{(t,(t,t))}\ (x\ (z))\ (y\ (z))。$$

从更加普遍的角度来看，这个图像现在变成了全类型论片段的*语义层级*的图像，它被用来“校准”自然语言中构造的指示性复杂度。这是 8.2 节中语法演算的范畴层级的语义对应部分。特别地，把类型论形式主义看做是提供了以蒙太格风格进行弗雷格式组合所需要的“语义黏合”，我们现在能够确切地考察对于语义现象来说需要多少黏合。

从分析的角度看，上面语义学程序的“动态”潜力应该强调。通过对成分表达式创造成功的 λ 项，我们能够对某些程序（如从左到右）下的语言学表达式构造出意义，这样就提供了一个*递增的语义学*。

注记　加入积类型

基本的语义学对应可以容易地扩张到其他范畴算子上；尤其是扩张到*积*上。对于后一个目的，它足以用类型上积的运算（其中 $a \cdot b$ 描述了“a 对象和 b 对象”的卡氏积）、配对以及作为语言项运算的两个投射来丰富类型论语言。为了说明这一点，这里有两个使用积规则的推演：

(1)	$\underline{(a,\ (b,\ c))ab \Rightarrow c}$	$x_{(a,(b,c))}\ (y_a)\ (z_b)$
	$\underline{(a,\ (b,\ c))a \cdot b \Rightarrow c}$	$x_{(a,(b,c))}\ (\pi_L\ (v_{a \cdot b}))\ (\pi_R\ (v_{a \cdot b}))$
	$(a,\ (b,\ c)) \Rightarrow (a \cdot b,\ c)$	$\lambda v_{a \cdot b} \cdot x_{(a,(b,c))}(\pi_L(v))(\pi_R(v))$
(2)	$\underline{e \Rightarrow ((e,t),t)((e,t),t) \Rightarrow ((e,t),t)}$	$\lambda x_{(e,t)} \cdot x(u_e)\quad y_{((e,t),t)}$
	$e((e,t),t) \Rightarrow ((e,t),t) \cdot ((e,t),t)$	$\langle \lambda x_{(e,t)} \cdot x(u_e), y_{((e,t),t)} \rangle$

应该指出的是，这还不是整个故事。再一次，有函项和积类型的范畴演算一般情况下将对应于丰富的类型论语言的各个*片段*。例如，一个映射项 $\pi_l\ (x_{a,b})$ 将不会对应到任何明显的范畴变换，即使它反应 $a \wedge b \to a$ 这种逻辑有效性（但是，参见 8.8 节关于这种相似性的局限性）。尤其是，有积的兰贝克演算将会对应到这样一个片段，它的描述已不再具有前面的精致。目前，λ 实际上可以约束一个自由变元的多个出现：见上面的例子。因此，它相联系的语义形式的确切描述将会

稍微多地涉及。

读法

有了上面的系统工具，我们可以研究自然语言中各种类型表达式的语义特性。例如，采用前面的一个例子，合取的多态性行为和一般情况下布尔算子的多态性行为，可以完全系统性地被推出。例如，Partee 和 Rooth（1983）提出涉及"广义合取"和析取的规定是自动可推出的（相似的结果也可以在 Keenan 和 Faltz（1985）的广义布尔语义学中得到应用）。但是，在这种联系当中，指出某种范畴不可能性，表明目前这种分析的某种灵敏性是有意思的。

例 10 非布尔合取。

从语义学的观点看，在有基本类型 $(t, (t, t))$ 的布尔合取和非布尔合取之间存在区别。后者是从对象到其他（可能是复杂的）对象，并且因此它可论证的一个类型显示于

"John and Mary fell in love with each other"

$e \quad (e, (e, e)) \; e \; (e, t) \Rightarrow t$

这里，我们可以令 $\mathrm{AND}_{(e, (e, e))}$ 意味着：

$\lambda x_e \cdot \lambda y_e \cdot \{x, y\}$，

这里的双张（doubleton）可以用以形成一个新类型 e 中的复合对象（Hoeksema, 1988）。（一个替代性的方法是令它有类型 (e, t)：将要求指派到类型 $(e, (e, (e, t)))$ 非布尔合取。）

但是，两个合取的符合可能性不能是一样的。例如，下面的情况会出现区别：

（1）不像布尔合取，非布尔合取不能成为一元谓词的合取。因为，相关的变换 $(e, (e, e)) \Rightarrow ((e, t), ((e, t), (e, t)))$ 在无向的兰贝克演算 L 中是不可推出的，甚至在有收缩规则的扩张演算 LPC 中也是不可推出的。

（2）像布尔合取一样，非布尔合取能够使复杂的命题短语并列起来（"玛丽所有的朋友和她大多数同事"（all of Mary's friends and most of her colleagues））。但是，甚至在无向兰贝克演算 LP 中，它也能做到这一点，对于"双重约束"没有任何语义学要求。这里是对相关符号串的一个推理，以一种有些紧凑的方式写出来是这样的：

$t \Rightarrow t$

$e(e,t) \Rightarrow t$

$(e,e)e(e,t) \Rightarrow t$

$e(e,(e,e))e(e,t) \Rightarrow t \qquad\qquad t \Rightarrow t$

$$\frac{\dfrac{\dfrac{(e,(e,e))e(e,t)\Rightarrow(e,t) \qquad (e,t)((e,t),t)\Rightarrow t}{(e,(e,e))e(e,t)((e,t),t)\Rightarrow t}}{(e,(e,e))(e,t)((e,t),t)\Rightarrow(e,t)} \qquad \dfrac{t\Rightarrow t}{(e,t)((e,t),t)\Rightarrow t}}{\dfrac{(e,(e,e))(e,t)((e,t),t)((e,t),t)\Rightarrow t}{(e,(e,e))((e,t),t)((e,t),t)\Rightarrow((e,t),t)}}$$

对应的 λ 项被构造如下：

x_t

$x_{(e,t)}(y_e)$

$x_{(e,t)}(y_{(e,e)}(z_e))$

$x_{(e,t)}(u_{(e,(e,e))}(y_e)(z_e))$ 　　　　 v_t

$\lambda_{ye}\cdot x_{(e,t)}(u_{(e,(e,e))}(y_e)(z_e))$ 　　　　 $v_{((e,t),t)}(w_{(e,t)})$

现在在变元 $w_{(e,t)}$ 上出现了代入这一步，对应于切割规则的一个例子中的活跃公式，它被右侧的项所替换：

$v_{((e,t),t)}(\lambda y_e\cdot x_{(e,t)}(u_{(e,(e,e))}(y_e)(z_e)))$ 　　　　 s_t

$\lambda z_e\cdot v_{((e,t),t)}(\lambda y_e\cdot x_{(e,t)}(u_{(e,(e,e))}(y_e)(z_e)))$ 　　　　 $s_{((e,t),t)}(r_{(e,t)})$

这样，另一个代入产生出：

$$s_{((e,t),t)}(\lambda z_e\cdot v_{((e,t),t)}(\lambda y_e\cdot x_{(e,t)}(u_{(e,(e,e))}(y_e)(z_e))))$$

并且我们得到想要的名词短语读法：

$$\lambda x_{(e,t)}\cdot s_{((e,t),t)}(\lambda z_e\cdot v_{((e,t),t)}(\lambda y_e\cdot x_{(e,t)}(u_{(e,(e,e)}(y_e)(z_e))))$$

例如，对于“所有的朋友和大多数同事 P”（all friends and most colleagues P）来说，在使用上面对非布尔合取的定义之后，在一种读法下它便成为：

ALL FRIENDS z. MOST COLLEAGUES y. P({y, z}) ■

实际上，在前面的例子当中，其他推演也存在，对于相关的符号串，已经产生另一个域读法“大多数/所有”（MOST/ALL）。这是一个非常普遍的现象：不同的推理对于同一个表达式可能会编码出不同的读法。这个现象有多方面的内容。

首先，并非推演结构中的每一个不同都需要产生出意义上的一个不同。因为，虽然上面的 λ 项真实地记录了推演结构，但是出于逻辑语义学方面的的原因，不同形状的后者依然可以是等价的。例如，从语义学的观点看，引入在 λ 演算中可以互相规约项的证明会是等价的（实际上，通过一个众所周知的对应，它们能够通过正常化规则这个语法程序互相转换）。

在实践中，逻辑观点有它自己的反思。例如，Houtman（1987）非常有意思

地注意到在合取名词短语“Radio and television fan”中的含糊性（一个很少被采用的例子）。后者可以意味着“fan of both radios and televisions”或者“fan of joint radio-television sets”。然后它产生出两种不同的范畴分析，出于这里的需要可以把它简化为（令 N 代表普通名词，(N, N) 代表形容词使用——连词被认为不能单独使用）：

$$\dfrac{\dfrac{\underset{(N,\ N)}{\text{radio}} \quad \text{and} \quad \underset{(N,\ N)}{\text{television}}}{(N,\ N)} \quad \underset{N}{\text{fan}}}{N}$$

与

$$\dfrac{\dfrac{(N,\ N) \qquad (N,\ N)}{(N,\ N)} \qquad \dfrac{N_{(\text{Montague raising})}}{((N,\ N),\ N)}}{N}$$

但是，对应项的计算在两种情况下会给出相同的结果，即上面提到的第一种读法。（为了得到第二种读法，我们需要在类型 N 中连接“radio”和“television”，并且仅仅作为一个形容词使用这个结果。）另一方面，如果正确考虑的话，联结词当中的含糊性经常能够在我们的框架下得到处理。

例 11 含糊连接起来的名词短语。

$$\dfrac{\underset{\text{Det}}{\text{“No}} \qquad \dfrac{\underset{N}{\text{man}} \quad \text{and} \quad \underset{N}{\text{child”}}}{N}}{NP}$$

对这个标准分析的语义计算产生读法“no male child”。为了得到其他可能性，“no man and no child”，我们必须按如下方式进行：

$$\dfrac{\text{Det} \qquad \dfrac{\dfrac{N}{(\text{Det},\ NP)} \qquad \dfrac{N}{(\text{Det},\ NP)}}{(\text{Det},\ NP)}}{NP}$$

■

另一方面，一个表达式可能有许多种真正不同的推理，因此也有许多种不同的读法。实际上，即使带有非有向的 λ 演算，我们也经常遇到不止一种读法，它们应该受到控制。例如，经典的例子“每一个男孩都爱一个女孩”（Every boy loves a girl）在 van Benthem（1986a）那里有四种不同的读法，反映了对量词的不同域序（scope orders）和主要动词中的主目序（argument orders）。

注记　转换

在实践中，对于动词的主目序需要给予特别注意。例如，“约翰爱”（John Loves）应该指示被约翰爱这个性质，而不是爱约翰这个性质。后一种现象被 Bouma（1987）和 Moortgat（1988）解决了——通过使用被赋予到定向兰贝克演算的推理上的类型论项。例如，前面提到的主目排列规则（$(a\backslash b)/c$）$\Rightarrow$（$a\backslash(c\backslash b)$）将指示一种具有特殊目的、但一般情况下非有效的指令，去影响相关的二元谓词的转换。

但是实际上，不同的域序本身也可以被看做某种更高层次谓语的排列形式。但是，这些情况会导致更少的语言学限制。■

这里有几种策略可以处理这些不受欢迎的读法。一个是从一开始就把范畴演算设计得尽可能弱：见 Hendriks（1987）沿着这条线对兰贝克演算所做的系统性修改。另一个是把合适的“滤子”放置于语义学过程的某个合适的阶段。这些策略可能有一个计算性倾向了，拒绝了那些过于“昂贵的”推演。但是另一方面，可能更加原则性的滤子存在于合适的指称限制当中——由于目前对广义量词和表达式的相似类型方面的研究（参见 Keenan（1987）对于一种情况的研究）。重要的语言学范畴中的所有条目被要求具有这些一般的语义性质。

例 12　保守性。

自然语言中类型为 $((e,t),((e,t),t))$ 的限定词经常被认为满足下面的语义条件：

$$D\,AB \text{ 当且仅当 } D\,A\,(B\cap A)$$

这表达了它们对于第一个主目的偏向，界定了某些被限制的相关赋值域。现在，一般情况下，对应的范畴变换

$$((e,t),((e,t),t))\ (e,t)\ (e,t)\Rightarrow t$$

有两个本质上不同的推演：产生了两种读法 $D\,AB$ 和它的相反形式 $D\,BA$。但是，在这两种读法中，只有第一种被保守性规则所允许（注意，如限定词“所有的”（all），“仅仅”（only）的相反形式不具有保持性）。

另一个形式化背景中，这个问题的方式如下：

什么是可接受的类型转换，或者更一般性地说，什么是自然语言中范畴组合可接受的模式？

在合适的地方我们还将回到这个题目上来。

漫谈 1　最优化

这个文本当中的一个更加实际的问题涉及产生所有的 λ 项表达可接受的读法的代价。显然，前面对范畴推演的解释程序从效率方面来讲并不是最好的。但

是，一旦基本的原则被理解，我们就可以推出各种各样更有效率的执行方式。例如，通过“在过程中（en route）”进行合适的主目代入，当方便的时候我们可以限制过多的 λ。■

最终，对于到目前为止发展出的工具，可以提出进一步的理论问题。尤其是，对于各种各样的范畴演算来说，当它作为自然语言表达式的可能意义的系统时，我们可以开始研究它们的特性。例如，有多少种读法被赋予到给定的有效转换 $X \Rightarrow b$ 上：即存在多少种本质上不同的推理？

van Benthem（1986a：第七章）已经证明，对于任意给定的类型为 b 的表达式，从逻辑等价性角度考虑，兰贝克演算只能产生*有穷多种*读法。相反，完全的直觉主义蕴涵演算可以产生*无穷多种*不同的读法，因此这就违反了我们关于什么读法对自然语言来说是合理的直觉。van Benthem（1988d）对一般性的情况做了更加彻底的研究，提供了列举类型论读法的一个一般方法。这里，将指出的只是一种重要的特殊情况。

例 13 不含糊的表达式。

当然，在很多情况下，只有*一种意义*能够被赋予到一个语言表达式的类型转换上去。特别是，这种情况与 8.2 节中提出的很多类型转换规则一起出现。从可能的 λ 一般形式的一个分类中可以看出，只有一种意义应该被赋予到吉奇和蒙太格规则上去：前面提到的对复合规则和上升规则的解决方法。

在兰贝克演算中，前面提到的关于有穷多读法的证明也可以表明，对于任意矢列，非含混性是一个*可判定*的概念。我们的一个猜想是这个结论对于完全的直觉主义演算中的非含糊性也成立：即对于是一个本质上只有*一种证明*的逻辑法则这个性质也成立。当然，如同经常在范畴层级中发生的那样，这些“元结果”针对各种情况不得不分别予以证明，有时候可能需要非常不同的证明技巧。■

最终，不应该排除对类型转换的更丰富概念和一般范畴组合的考虑，虽然它们超出了 λ/贴合语言。特别是，我们可以增加等式陈述，允许这样一些非推出的类型转换：

$$e \Rightarrow (e, t): \lambda X_{(e,t)}.\, x \equiv u_e。$$

这会把个体映射到其产生的单点集上，许多作者在处理复数情况时都提出了这一转化（van Eyck，1985）。但是，作为一种方法论策略，首先寻找一种明确的句法轨迹是明智的，而非寻找产生这种等词的隐藏机制（前一种可以在复数的记号或“集体化”其他片段中寻找）。

这样，对于“语义胶”的必需部分等这类更加丰富的形式化来说，这种情

况并不是决定性的。

8.5.2　一般的语义学机制

可能我们类型论语义学的最重要特点是把范畴语法和逻辑语义学中正在进行的研究联系了起来，在这里类型论依然是一种混合语，它提供了一种适当的设定，从而可以对自然语言提出一般性的问题。

一个这样的一般性问题涉及加在各类表达式上的指称性限制（Keenan and Faltz，1985；van Benthem，1986a）。以目前这个角度观察这些内容是方便的，因为范畴复合和特殊的指称行为经常是相关的。例如，严格地说，上面提到的保持性是位于主从句主语位置的限定词的一个语义性质。但是，所有其他语言学限定词出现——在直接的对象位置，或者在介词短语位置（“by all means”）——也会继承正确形式的保持性：其可以从它们的范畴构造中计算出来（van Benthem，1988d）。

这里另一个有意思的焦点是研究前面的类型变换规则的指称性后果：即多态性的“语义学副作用”。例如，有一点是非常清楚的，当被提升到类型为 $((e, t), t)$ 的名词短语域时，个体表现出和布尔同态一样的行为。但是，从前面的实现意义变换的类型论项来看，这一点是完全可以预料到的，如 $\lambda x_{(e,t)}.x(y_e)$，因为所有这种形式的类型论项都指示同态。这样，一种类型下“朴素”的对象在变换到另外一种类型之后就变得“华丽”了。

对于这个观察还有一种相反的情况。作为一个经验法则，一种类型下的漂亮数学行为可能真的是属于另外一简单类型的标记。例如，根据 Keenan 和 Faltz（1985）的观点，所有的命题都是关于它们的名词短语主目的布尔同态：

“to palo Alto and Los Altos”

↔ “to Palo Alto and to Los Altos”

“to Palo Alto or Los Altos”

↔ “to Palo Alto or to Los Altos”

“to every town”

↔ “for every town：to it”

但是，如同 van Benthem（1986a）第三章已经表明的那样，命题类型 $(((e, t), t), ((e, t), (e, t)))$ 中的同态与所有更低类型 $(e, ((e, t), (e, t)))$ 的一般函项在正规系统中一一对应。这样，一个替代性方法是简单地令命题指示到后一种集合当中的一般个体上。

这里有范畴推理和指称约束之间相互作用的另外一种说明方式。考虑语言函

子和联结词之间人所共知的区别。范畴语法没有对它们进行同等对待吗？这里，指称约束可以做出这种区别。联结词是特殊的函子，满足附加条件如以一种被它们支持的特殊推理模式出现。

例 14 语义刻画联结词。

类型（$((e, t), (e, t))$）中的一个联结词 A 会支持下面两种推理

$A(X)$ 蕴涵 X

$A(X \cup Y)$ 等价于 $A(X) \cup A(Y)$

可以证明（参见 van Benthem（1986a）第三章关于简单论证）这两个条件足够通过用某个固定的个体集合 A^* 代替 A：

$$\text{对于所有的集合 } X,\ A(X) = X \cap A^*$$

一个相关的情况是绝对形容词，在一种自然的意义上可以归约为一元谓词。 ■

函子和毗连之间的区别存在着一些其他方面，如它们在域行为上的相对区别，它们在这个设定下也能够被加以研究。但是对于目前来说，只要建立这种研究的可能性就足够了。如同已经观察到的那样，类型论为研究自然语言的一般语义学问题提供了一种方便的设定。但是，类型变换或范畴复合可接受性的一个原则是它们如何与这些现象产生相互作用。我们来考虑两个非常典型的例子。

在类型论方面，这里有一个语义学特征，它把跨越各个范畴的表达式连接了起来，我们称这个特征是逻辑的。后者由“be”限定词，甚至“self”之类的反身词组成。使这些表达式具有相似性的是，在下面的一般意义上它们都具有排列不变性。

定义 令 $\{D_a \mid a \in \text{TYPE}\}$ 是一个域的系统。令 π 是个体域 D_e 的一个排列。正则提升 π^* 把 π 转换成所有域上的一个排列：

在个体域 D 上，$\pi_e^* = \pi$；

在真值域 D_t 上，π_1^* 是等词；

对于所有的 $f \in D_{(a, b)}$，$\pi_{(a, b)}^*(f) = \{(\pi_a^*(x), \pi_b^*(y)) \mid (x, y) \in f\}$。

这样，一个条目 $x \in D_a$ 是排列不变的，如果对于所有的个体排列 π 来说，$\pi *_a (x) = x$。

现在，对于可接受的类型变换的一个一般限制可以是：

“逻辑条目在其新的状态下应该总是保持是逻辑的”。

但是，实际上，对于所有的在 λ/贴合语言中可定义的类型变换来说，这一点都是得到保证的，即使我们也考虑等词（van Benthem，1986a：第七章）。

这里也有一个相反方向，它也是值得陈述的。

命题 1　在一个有穷个体域 D_e 上，任何类型中的所有排列不变对象都能够通过用带有 λ，应用和等号的类型论语言唯一地定义。

该命题的证明可以在 8.9 节中的附录中找到。

在范畴背景下的更加广泛的逻辑性讨论，参见 van Benthem（1988b）。

限制范畴组合的另外一个合理备选是考虑逻辑推理。正如我们所知道的，类型域支持一个一般性的“布尔包含”概念≤，其定义如下：

在真值｛0，1｝上，$\leqslant_t$ 是≤

$\leqslant_e$ 是 D_e 上的等式

$F \leqslant_{(a,b)} g$ 当且仅当对于所有的 $x \in D_a$：$f(x) \leqslant_b g(x)$

然后，我们可以要求，在与类型转换 $a \Rightarrow b$ 相联系的 λ 项 τ 之下，推出关系具有一般的保持性：

$$\text{如果 } u_a \leqslant_a u_a^*\text{，那么 } \tau_b[u_a] \leqslant_b \tau_b[u_a^*]$$

换句话说，新的语义对象 τ_b 在它的 a 参数下应该是语义单调的。很明显，即使我们不想把这个性质作为一个一般性的约束，观察什么时候出现这种我们愿意看到的情况也是一件有意思的事情。

新的要求有一个问题（参见 van Benthem（1986a），第七章）。它对吉奇复合规则成立，但一般情况下对蒙太格上升规则不成立。当然，这里或许有原则性的原因，喜欢更加合适的兰贝克演算的以组合性为基础的片段，而不是它的有不同上升类型形式的完全变量。

对于前面的观察，存在一个模型论背景。对于 λ 项中的吉奇规则，即（一般情况下）

$$\lambda x_{(c,a)} \cdot \lambda y_c \cdot u_{(a,b)}(x(y))$$

参数 $u_{(a,b)}$ 出现在正的语法位置上。并且这个事实解释了这种单调性行为，这一点通过一个简单的语义论证可以得以证明。

注记　然而，对于被看做有两个主目的组合，我们没有“完全的单调性”。例如，“not” + “moving” 组合为 “not moving”，它相应的类型为 $(t,t)(e,t) \Rightarrow (e,t)$。但是，尽管在类型 (e,t) 中 “moving” 蕴涵 “awake”，并且 “not” 蕴涵 “not” 本身，但是 “not moving” 并不蕴涵 “not awake”。 ■

相反，蒙太格规则中的参数没有这种正的出现，即一般说来 $\lambda x_{(a,b)} \cdot x(u_a)$。

这带来一个众所周知的逻辑问题。是否存在对于类型论语言的保持定理：它刻画了这样的单调类型变换，它们恰好就是那些被某个项所定义且在这个项中相关的系数只有正的出现？或者换句话说，说清楚对于 λ 项中“正出现”的合适定义：单调项只是那些在其中相关系数仅仅出现在它们一般形式的语法“首位

置” 上?

答案表明依赖对语义层级（参见8.4节）特殊片段的考虑。等价性对于完全的类型论语言并不成立，但它对兰贝克演算的单约束片段成立（van Benthem，1987b）。

因此，目前的语义学设定也为传统的逻辑模型论提供了新的应用领域。进一步说，这些内容将会在语义层级的各种水平中加以研究，它的表达力上的区别将会导致不同的语义后果。因此，由于这样的问题，做有关自然语言的行为的结论时应该谨慎。

漫谈2　组合推理和范畴组合

前述主题也提出了非常实际的问题。特别地，如何在类型变换存在的情况下设计出有用的推理演算?

如同发生的那样，这两个过程可以系统地组合起来。因为，前面的范畴演算可以使用一种单调性标识机制进行丰富，该机制使潜在推理变得明了（参见 van Benthem（1986a）第六章）。

大体上，现在自然语言中有两种单调性行为资源。一个同样地产生于范畴机制当中。因为，所有的函项处于单调性位置上。同样，单调行为可以在主目中通过条件化规则被编码。

例15　单调性标志。

这里来说明什么在范畴推演的左边可以被称为“ +标志”，仅仅以分离规则开始：

$$\frac{\dfrac{t\Rightarrow t}{(t,\ t)\ \ t\Rightarrow t}}{(t,\ t)\ e\ (e,\ t)\ \Rightarrow t}\qquad \frac{\dfrac{t^{+}}{(t,\ t)^{+}t}}{(t,\ t)^{+}e\ (e,\ t)^{+}}$$

只有那些条目出现于正的位置，它们有一条不断的 + 串一直到顶。这反映了像 “not John comes” 这样的例子，这里只有表达式 “not” 是单调的，容许用一个它所蕴涵的更弱的表达式来替代它。

现在，继续通过使用条件化规则：

$$e\ (e,\ t)\ \Rightarrow\ ((t,\ t),\ t)$$

单个的前提 $(t,\ t)$ 有正的出现这个信息，可以被编码进结果类型中，不妨说：

$$\underset{+}{((t,\ t),\ t)}$$

表达式中第二种单调行为资源是特殊的语词条目，如单调限定词，它们允许一些自身的主目处于特殊的位置上，无论是“上升”单调的还是“下降”单调的。

这个信息也能够内在地编码进到相关的类型中——然后它就以一种明显的方式与上面的程序互动。例如，有“every”的类型

$$\underset{-}{((e,t)},\underset{+}{((e,t)},t)$$

两个相关的（e，t）主目在其环境中将会取得 - 和 + 标示，即使它们因为一般的范畴原因没有接收到它们。 ■

这样，被视为蕴涵演绎的范畴组合和普通的推理就能共存于一个逻辑的自然演算当中了。

8.6　变　　形

到目前为止，这篇文章中的解释一直面对着范畴语法和类型论的“标准图像”。但是，一旦这种情况被理解，很多修改就成为可能——并且实际上这种形式化甚至建议这种修改。为了表明这一点，这里对合理替代方案做一下简单考察。

8.6.1　语法变形

• 最近，几个学者提出应该使用一种基于组合逻辑之上的方法，而不是像上面一样使用建立在 λ 演算之上的方法（Steedman，1985；Szabolcsi，1987）。原则上，这两个框架是等价的，至少，从一个广义的逻辑观点看是这样的。并且实际上，逻辑学家的主流趋势一直是应用类型论的 λ 方法，如果仅仅是出于阅读这种符号时的可理解性这个原因的话。

然而，存在一些情况，在这里两个视角之间的转换在技术上是有用的，参见 Barendregt（1981）的著作。并且，从语言描述的角度来看，“外延等价”的框架可以有有意思的“内涵”区别。例如，斯蒂德曼已经建议组合符号可以是对自然语言中运行的实际过程算法的一种更真实的反应。

再者，在语言描述的一个更加理论化的水平上，关于范畴层级的视角也可以有所不同。对于组合逻辑方法，寻找合理的组合子的有穷簇是自然的。现在，根据前面的方法，它们对应于这些容许一个有穷的希尔伯特型公理化的蕴涵演算。实际上，这个问题日隆卡和布斯考夫斯基已经考虑过了，并且有下面这些结果（Buszkowski（1987）有记录）：

有向兰贝克演算 L 和其无向变形 LP 都没有一个对应的组合的有穷集合。

另一方面，下面这个组合的集合将使得 L 的外延 L^{+} 允许推理中有空前提矢列：

（这里，符号的通常顺序是从左到右。）

$I = \lambda x \cdot x,$ （同一规则）

$P = \lambda z \cdot \lambda xy \cdot zyx$ （排列规则）

$C = \lambda xy \cdot \lambda z \cdot x(y(z))$ （组合规则）

但是，在这两个层级之间也有一些重叠情况。这里有一个有意思的语义学方面的例子。

命题 2 有排列规则和收缩规则的范畴演算 *LPC* 有由如下组合的有穷集合编码的推理：***I***、***P***、***C*** 和卡里的复合子

$$\boldsymbol{S} = \lambda xyz \cdot xz(yz)$$

在 8.9 节中可以找到它的证明。

• 另一个可能的变形是放弃函项类型而赞同关系类型（Muskens（1986）强烈倡导这种变形）。再一次，这两个方法之间有一种外延上的等价性（Doets and van Benthem，1983）。但是这一次，目前并没有发现对我们的范畴目标来说是有益的“内涵”优势。即使这样，陈述关系框架也会有特别有意思之处。

使用有穷矢列，从个体类型 e 出发可以构造出类型。这里，矢列（a_1，…，a_n）分别指称 Da_1，…，Da_n 上的 n 元关系：

$$D_{(a_1, \cdots, a_n)} = POW(Da_1 \times \cdots \times Da_n)$$

这里列出一些基本的关系类型：

e	：实体	
$(\ )$	：真值	（由空矢列所编码）
(e)	：一元谓词	
(e, e)	：二元谓词	
$((e))$	：名词短语	
$((\ ))$	：一元联结词	
$((\ ), (\ ))$	：二元联结词	

在这方面，关系类型的组合是基本的运算。但是，在一种自然意义上，通过使用一个矢列中相关主目上的“映射”，前面提到的应用也是可以定义的。

在这种形式下，类型复合规则将如下：

$(X, a, Y)\ a \Rightarrow (X, Y)$ 分离规则

$$\frac{X\ a \Rightarrow b}{X \Rightarrow (a) \cap b}$$ 条件化规则

例16 一个吉奇变换。

这里是“$(t, t) \Rightarrow ((e, t), (e, t))$”的一个推导：

$(e)\ e \Rightarrow (\ )$
$((\ ))\ (\ ) \Rightarrow (\ )$，因此
$((\ ))\ (e)\ e \Rightarrow (\ )$，因此
$((\ ))\ (e) \Rightarrow (e)$，因此也有
$((\ )) \Rightarrow ((e),\ e)$ ■

不幸的是，这个框架在把一个范畴层级设为前面的函项层级上恰恰提供了相同的选择点。因此，它对我们目前的目标来说没有新的意义。

● 目前的范畴语法版本经常在它们的基本指派上采用一种多态性措施，而不仅仅在进一步的范畴组合上是这样。那么，与这篇论文中研究的推理多态性相对应，这里也出现了变元多态性，它通过使用包含这样的变元的类型来实现，这些变元的值依然能够在随后被确定下来。例如，否定可以是这种多态性类型

$$((x,\ t),\ (x,\ t))$$

Zeevat、Klein 和 Calder（1987）以及 Uszkoreit（1986）涉及“范畴一致语法”的进一步细节。van Benthem（1988a）对这两种多态性之间做了详细的比较，包括它们可能的变化。

在一个推理过程中混合变换多态性类型的机制是一种解决方案。在最简单的情况下，对于爱裘凯维茨演算来说，有

$a\ (a^*,\ b) \Rightarrow \sigma\ (b)$，

其中代入函项 σ 是 a 和 a^* 的一个最一般性的一致算子。

一般情况下对于范畴演算来说，它们的正确新版本可以被描述为，对类型变元有一个附加的代入推理规则。

这些扩张的系统产生了各种各样的逻辑问题。特别是，它们是否有一个有内在驱动力的语义学：或者，整个这种方案是否仅仅是计算程序的一个反应？更加技术性地说，对于前面的范畴演算的元理论有什么样的影响？尤其，一个关键问题到现在为止依然是开放的：

兰贝克演算在加入代入规则之后是否依然是可判定的？

给定这些更强的系统，变得比找出具有良好计算行为的好片段更加重要。

8.6.2 语义变形

在语义学中常见的是，根据一个形式框架可以提出其他形式框架。尽管我们的类型论语义学根据个体基本域上的标准函项层级表达出来，但这绝不是对范畴语法的唯一可能解释。强调这一点是重要的，因为形式语义学中的框架经常被表达为“一揽子交易”，在这里我们不得不买下所有组成部分。

例如，取代完全的函项层级，可以使用更小的结构，如亨金对于类型论的一般模型（Gallin，1975）。或者，就像波罗特金建议的那样（私下交流），兰贝克系统的有限表达力仅仅对于某个基本格上的“线性函数”产生限制。

与这种不常见的模型相伴而来的是对于函项是什么的这个问题的一种不同的看法：参见 Lambek（1987）的范畴理论模型，它在合适的卡氏封闭的范畴中解释了类型论。

一个范畴论方法对于其他目标来说也可以是有用的。8.4 节中的许多指称性限制在单个模型中被“局部”形式化了。但是一般来讲，语言表达式的意义是一些函子，它在每一个语义结构中选出一个对象——并且得到的指称集合结果应该满足某种跨模型的一致性。例如，如果一个结论 $D_e \subseteq D_e'$ 在两个个体基本域之间成立，那么覆盖 D_e 的函项层级中的指称应该是建立在模型 D_e' 之上的自然的“D_e 限制”。再者，大多数漂亮地阐述这些一致性的方式会涉及范畴论中的数学工具。

但是，通过一个不太标准的途径，我们一样可以达到效果，并且提供与语篇表示相关联的类型论的项（Klein，1987）或最新其他更“动态的”模型结构。在这个过程中，函项的使用都不是必需的。实际上，函项类型也可以被认为代表情境语义学中的“参数对象”（van Benthem，1986b）。

其他语义学变项涉及如何对待布尔逻辑，或者语言表达式其他具体类型的问题。例如，我们对类型为 $((e, t), (e, t))$ 的否定谓词的处理，由于它能由句子的否定推出，我们给出一个通过通常的真值表引入的标准二值语义学。但毫无疑问的是，这里对谓词否定的使用至少是三值的：{真、假、不定}（Horn，1987）。但是，在原则上可以毫无困难地在三值的甚至在更加普遍的偏序模型上解释我们的类型论语言，以容纳下我们的这些考虑。

最终，一个进一步的语义学任务在于描述出在范畴语法的语言学使用中体现出来的附加规则。例如，子范畴化现象要求引入子类型，以丰富我们的模型结构和逻辑。同样，在上面的朴素语义学和目前具有更丰富的结构的逻辑之间可能会存在一个联系（Kasper and Rounds，1987）。

为了总结整个讨论，这里对于前面章节中的框架有一个更逻辑的语义学扩张。

漫谈 3　更多的范畴联结词

进一步范畴结构的最明显来源可能是前面提到的逻辑相似性。到现在为止，只有蕴涵，至多，再加上合取起了作用。但是，其他主要逻辑联结词如何？实际上，这些问题也具有很强的相关性。例如，一个析取类型 $a \cup b$ 将会代表那些类

型或者是 a 或者是 b 的表达式：一种经常在实际中遇到的不确定性。同样，合取 $a \cap b$ 表示某个条目同时属于两个范畴。

更加形式化一些，可以认为范畴演算描述了语言谱系 $\{L_a\}_{a \in \text{TYPE}}$ 和它们在某种自然运算之下的闭包行为。后者通过语言符号串上的连接运算 ∩ 引入。例如，这里有

“序运算” $L_{a \cdot b} = L_a \cdot L_b$ $(=\{x \mid \exists x \in L_a \exists z \in L_b x = y \cap z\})$

$L_{a \backslash b} = L_a \backslash L_b$ $(=\{x \mid \forall y \in L_a y \cap x \in L_b\})$

$L_{b/a} = L_b / L_a$ $(=\{x \mid \forall y \in L_a x \cap y \in L_b\})$

“布尔运算” $L_{a \cap b} = L_a \cap L_b$ （交运算）

$L_{a \cup b} = L_a \cup L_b$ （并运算）

$L_{-a} = -L_a$ （补运算）

我们也可以在语言上加上其他运算，如克里尼迭代 *。后者是有意义的，例如，当我们开始对类型为 t^* 的文本的描述使用范畴语法时。

这些不同的记号也可以通过根岑矢列规则进行描述。特别是，这两个主要的布尔候选对象将会有效化：

$$\frac{X \Rightarrow a \quad X \Rightarrow b}{X \Rightarrow a \cap b} \qquad \frac{Xa \Rightarrow c}{Xa \cap b \Rightarrow c} \qquad \frac{Xb \Rightarrow c}{Xa \cap b \Rightarrow c}$$

$$\frac{Xa \Rightarrow c \quad Xb \Rightarrow c}{Xa \cup b \Rightarrow c} \qquad \frac{X \Rightarrow a}{X \Rightarrow a \cup b} \qquad \frac{X \Rightarrow b}{X \Rightarrow a \cup b}$$

应该注意“顺序合取”．和“平行合取” ∩ 之间的细微区别。这样，“范畴逻辑”就比到现在为止显示出来的更加丰富，允许有意思的区别。 ■

更加一般地说，对在 8.3 节中考察的范畴运算和逻辑联结词可以作如下理解。在范畴语法中，我们研究了语言上的运算理论。这些运算和一般的逻辑运算是相似的，但是通过进一步考察，它们表现出更大的多样性。因此，下一个任务就是更加深入地理解这种更宽的范例。尤其是，下面的 8.7 节将会包含对一种可能的联系的一些讨论，这里的联系是指与最近所谓“线性逻辑”中出现的构造主义倾向之间的联系。

8.7　内　涵　性

在前面标准程序的许多必然外延中，有一个明显地具有特殊的语义重要性。因为即使蒙太格语法已经覆盖了内涵现象，范畴语法也同样能够做到。那么，前面的方法是否能够推广到一种内涵类型论，并且对于“指标”（“可能世界”，

“状态”或者“情境”）有一个内涵基本域 D_s 呢？实际上，这里有一系列的问题。当然，范畴层级已经通过这样一个方式被定义出来：它并不依赖选择任何特定的初始类型。但是，我们的很多语义学问题已经通过特定的集合 $\{e, t\}$ 被表达了出来。现在，这些问题将会产生什么后果？

8.7.1 内涵性解释的机制

作为内涵化的一种一般策略，我们可以把前面的类型 t 重新解释为代表命题，而非真值。通过把后者归约到指标集，它们可以被认为与类型为 (s, t) 的对象等同（这里在原来的意义上看待“t”）。那么，前面被赋予到表达式上的类型就被统一地进行了内涵化。通过替换：

$$t^* \text{到} (s, t)$$

van Benthem（1987d）对这个方法进行了研究，他证明了，没有新的语法结构能够通过这种方式被创造出来：

对于所有的外延性 $\{e, t\}$-类型 X, a，$X \Rightarrow_L a$ 当且仅当 $X^* \Rightarrow_L a^*$

在某种意义上，运算 * 本身是一种类型转换。这里是否有任何与它相联系的一致的意义？在这里，情况似乎是相反的。一些外延性条目实际上通过纯粹的推理多态性成为“内涵性的”。再一次举布尔否定这个例子。因为 $(t, t)^*$ 等于 $((s, t), (s, t))$，通过普通的吉奇转换 $(t, t) \Rightarrow ((s, t), (s, t))$ 可以自动得到它的意义。

但是，一般来讲，在内涵语境下对于条目可能有几个选项。例如，一个限定词像“每一个”(every)，它的外延类型 $((e, t), ((e, t), t))$ 被内涵化为

$$((e, (s, t)), ((e, (s, t)), (s, t)))$$

在这里一个“保守的”选择是再次应用外延范畴推理：

$((e, t), ((e, t), t)) \Rightarrow ((e, (s, t)), ((e, (s, t)), (s, t)))$ 是可推出的，并非是在基本的兰贝克演算 L 中，而是在它的允许收缩规则的 LPC 中。

相联系的意义将是下面的自然上升：

$$\lambda x_{(e, (s, t))} \cdot \lambda y_{(e, (s, t))} \cdot \lambda z_s \cdot \text{EVERY}_{((e, t), ((e, t), t))} (x(z))(y(z))$$

（一般情况下，对于 s 的推理多态性似乎比仅仅对于 e 的推理多态性更自由。）下面，可能也有一个真正内涵的，“像法则一样的”“每一个”(every)，它比目前的赋值情况量化了 D_s 中更多的情境。

注记 什么是外延性？

实际上，这里一个有意思的问题是在这样一个内涵环境中定义一个更好的外延性概念，把前一个和后一个选择区分出来。van Benthem（1988e）的一个技术

性的结果，在新的模型中刻画了“外延性”条目，这些新的模型就是那些本质上保留了 $\{e, t\}$ 对象的模型。■

8.7.2　不变性和单调性

另一类问题涉及依附于范畴语法的那些早期的一般性语义学主题的命运。这里将考虑两种突出的语义学现象，即逻辑性和单调性在某种具体的内涵情境下的，这个结果有更加一般性的重要性。情况变得更加复杂了，因为记号有了几种不同的变形。但是它们也变得更加有意思了，因为我们可以得到更加强大的识别力。

首先，考虑时间的内涵情境（参见 van Benthem（1986a）第五章）。这里，类型 s 的指标代表时态点，并且命题可以根据某种加于其上的时态序使其真值不同。命题算子在这种情境下取得类型（(s, t)，(s, t)），并且我们可以研究加在那个域上的指称性限制。通过不加变化地应用旧的逻辑学概念可以得到如下结果：

在点集合上的排列不变算子恰好就是那些集合论布尔算子。

然而，通过要求仅仅根据时态序自同构的不变性，提出来了一大类真时态算子。

这样，各种形式的单调性可以用来区分产生的时态方面的算子。

另一个基本内涵设定的例子是情境。再一次，它们没有作为一个纯粹的基础域出现，而是作为一个偏序结构出现，这里的序是包含关系：

$$(D_s, \leqslant)$$

命题算子是从情境集合到情境集合的函项，它必须满足某种指称性限制。例如，一个合理的一般要求是对包含自同态 π 具有不变性，下面的情况：

$$\text{对于所有的 } X \subseteq D_s,\ \pi[f(X)] = f(\pi[X])$$

而且，所有的布尔运算都满足这个测试，并且各种“包含关系模态”也满足这个测试，如“明确真值”：

$$\square(X) = \{s \in D_s \mid \forall s' \in D_s\ (s \leqslant s' \Rightarrow s' \in X)\}$$

在这种设定下，使用自同态不变性和一些特殊形式的单调性，来为一个自然的模态类划界是有意思的。

现在，我们仅仅指出一些在这里产生的语义学区分。特别是，对于一般的概念像“单调性”或“保持性”我们要加以小心。如同它们之前被使用的情况那样，它们指向在单个模型或单一世界中的布尔包含。例如，“每一个”（every）在右主目上是向上单调的：

$$\text{EVERY } AB,\ B \subseteq B^{+} \text{ 蕴涵 EVERY } AB^{+}$$

但是，这并不意味着“每一个”（every）在这种意义上是保持不变的：在一种情

境中为真的全称陈述在更大的情境中也为真。这样，在论域 D_s 上有附加≤结构这一点确实加入了新的语义学内容。

例如，命题本身可以出现在相对于包含关系的不同闭包类中。一些命题是稳定的，根据包含关系具有向上保持性这个意义上讲。更明确一些，在这篇论文中已经表明所有的命题可以是凸面的，在这样一种意义上包含了它们成立于其中的所有情况。这里一个一般性的语义学问题是命题如何通过它们构造得到或失去这些性质。例如，在上面给出的对“每一个”（every）的第一种读法下，“每一个 *AB*”（every *AB*）这种形式的命题不是稳定的。但是，在有更多“每一个”（every）之类的法则量化在给定情境的所有外延上时，它们可以是稳定的。

实际上，研究这些问题的最好视角是一种更加细腻的三值语义学，这在 8.5 节中提到过。在这种设定下对于一阶谓词逻辑的一个彻底逻辑学研究可以在 Langholm（1987）那里找到；例如，它恰好刻画了那些表达稳定命题的一阶公式。在内涵类型论中，对于任意的类型为（s，t）的项我们能做相同的事情吗？

这种内涵视角不仅带来了前一种语义概念的分支情况，也带来了新的应用。例如，如果我们想要把前面我们对自然语言在范畴语法中的描述和形式语言在类型论中应用的比较延伸到程序语言的领域中的话，那么这个新的设定是有必要的。

8.7.3 程序和运算语义学

前面的分析也可以应用到动态逻辑上，在这里程序的类型被自然地认为是（s，s），也就是，从某个计算设备或计算过程的状态到状态的函数。或者更加一般性地说，允许未定义或多值情况（未定情况）的话，关系类型（s，（s，t））最终可以针对程序使用（见 Harel（1984）对这个领域更详尽的考察）。在这些程序当中，存在某些自然运算，如复合（;）、布尔选择（IF THEN ELSE）或者迭代（WHILE DO）。例如，复合的类型是

$$((s, s), ((s, s), (s, s)))$$

迭代的类型是（(s，t）（(s，s），（s，s）））（后一个模式反应了对连续计算状态中的一些控制结论的测试）。

有意思的是，在这个设定中的基本运算再一次是逻辑的，满足前面的排列不变性：相对于基本状态域 D_s 的排列来说（这些运算相对于个体状态是中立的，可以说：就像普通的逻辑常元满足“个体中立性”一样）。相反，逻辑性跨过不同范畴的程序概念提供了一种一致性，就像它在自然语言做到的那样（参见 8.4 节）。在一个给定的类型下划分所有的排列不变条目是一个非常复杂的问题，参见 Plotkin（1980）的文章。因此，我们将仅仅考虑一些特殊情况。

例17　逻辑程序构造。

从纯粹的 s 类型开始，类型（s，s）中只有一个逻辑条目，即相等函项（这里的基础域 D_s 会大到排除意外情况，如 $D_s = \{1, 2\}$ 的"相反"情况）。这是我们熟悉的构造 SKIP。至于程序上的运算，它能够表明仅有的不变情况就是前面提到的复合和它的迭代（对于一个证明参见 8.9 节）。因此，这个程序构造是非常重要的。

当控制进行的时候，类型不得不包括布尔类型 t。例如，$((s, t), t)$ 已经有很多逻辑条目，包括通过一些条件可定义的各类程序，这些条件在 8.4 节中完全的 λ/贴合/等号语言中是可以表达的。一个例子是公式 $\exists! \, xf(x) = x$，它表达了 f 恰好只有一个固定点。但是，在上面控制的基本运算是条件选择 IF THEN ELSE。它的意思可以被表达如下：

$$\lambda x_{(s,t)} \cdot \lambda y_{(s,s)} \cdot \lambda z_{(s,s)} \cdot \lambda u_s \cdot lv$$
$$((x(u) \wedge v = y(u)) \vee (\neg x(u) \wedge v = z(u)))$$

就像在前面那样，这里有一个"内涵膨胀"的外延读法，其可以从一个更简单的"局部"类型得到

$$(t, (s, (s, s)))$$

即给定一个真值，它是目前状态下的一个测试结果，并且给定两个可能的目标状态，一个结果状态就可以被选择出来（从更高类型中的选择算子的特殊指称行为也可以得到，这样一个收缩是可能的：参见 8.5 节中对"多态性修饰"的分析）。现在，可以容易地对这个更低类型中的逻辑条目进行划分（参见 8.9 节），条件性选择作为唯一的有价值候选对象。

引入复合 $\{s, t\}$ 类型的另一个原因与程序被看做关系有关。那么，即使程序上的基本运算也会涉及布尔结构：一个更加丰富的情况出现，这里我们前面提到的更多概念可以得到应用。例如，类型 $(s, (s, t))$ 中的关系上的逻辑二元算子包括布尔算子（与 8.5 节中的内容进行比较），关系复合之类的"序运算"，还有更复杂的一些情况。进一步，这些运算在前面的意义上是单调的。例如，复合满足双上升单调性：

$$R \subseteq R', \ S \subseteq S', \text{蕴涵 } R \circ S \subseteq R' \circ S'$$

当描述语义上很重要的运算类时，可以引入更强的限制。例如，组合在它的两个主目上都是连续的，即

$$\cup \{R_i \mid i \in I\} \circ \cup \{S_i \mid j \in J\} = \cup \{R_i \circ S_j \mid i \in I, j \in J\}$$

说明一下，这个类型中的所有连续逻辑条目可以被划分，仅仅表明一个有穷的多样性：

命题3 程序上的连续的逻辑二元运算就是那些在如下形式可定义的运算：

$$\lambda R_{(s,(s,t))} \cdot \lambda S_{(s,(s,t))} \cdot \lambda x_s \cdot \lambda y_s \cdot \exists u_s \cdot \exists v_s \cdot \exists w_s \cdot \exists r_s \cdot Ruv \,\&\, Swr \,\&$$

$< \{x, y, u, v, w, r\}$ 中的等式的布尔复合

证明在8.9节中。

这些运算包括组合、布尔交和并以及各种形式的映射和对角化等这些例子。(van Benthem (1988c) 对其有进一步的解释，而 Trakhtenbrot (1986) 有一个更加彻底的考察。)

总结来说，这里与这篇文章的前一些题目有另外一种相似性。多态性现象也自然地出现于程序语言中，与自然语言方面的原因相似。例如，一般的组合通过类型转换能够扩张它作用的范围。当一个二元函项由两个一元函项组合而成时(例如，就像在递归论概念中发生的那样)，基本的转换如下：

$$((s, s), ((s, s), (s, s))) \Rightarrow ((s, (s, s)), ((s, s), ((s, s), (s, s))))$$

这个转换在兰贝克演算 L 中不是有效的，但是它在允许收缩规则的演算 LPC 中是可推出的。(回忆前面对于使用内涵类型 s 时的更大自由度的注记。) 像在8.4节中一样，相联系的计算出的意义会契合我们想要的解释：

$$\lambda x_s. f^2(g^1(x))(k^1(x))$$

再一次，8.9节中有进一步的细节。

这种相似性使我们可以在范畴框架下对自然语言与程序语言进行一般的比较。到现在为止，我们在一般语义学行为中已经发现了很多相似性。现在，在这些背后，只存在一种形式相似性：在基础域 D_e 或者 D_s 中运算是否仅仅是一个概念问题。但是，这里也有更有意思的比较点。

例如，这两个领域是否也在两种情况下都重要的具体范畴的结构上体现出了相似性？(例如，什么是程序上的“限定词”?) 这个问题不是那么容易回答的，因为比较的基础并不是非常清楚的。毕竟，内涵类型 s 在两种语言中有非常不同的作用。然而，最近这段时间出现了一种非常有希望的一般视角。在最近的语言意义的“动态”解释中，命题本身被作为（认知的）状态之上的运算，并且文本变得更像构造信息表达时的程序。在这种情况下，我们可以研究程序控制概念以及计算中其他动态特征的自然语言部分（van Benthem，1988c；van Benthem，1989）。

在其他方向上，也会出现很多问题。我们看到了根据指称限制语义分析如何也能够被应用到程序构造上。但是，可能对于句法也同样成立。例如，推出的多态性如何影响程序语言的识别和复杂性？收缩演算 LPC（以及可能导致的到纯粹正规语言的坍塌参见8.3节）的多次出现在这方面重要吗？

这些问题表明了范畴语法和类型论是如何为讨论自然语言和程序语言的一般

语言特征提供了一个合适框架的。

8.8　后记（1987～1989）

在这篇论文发表之后的两年中，各种各样的发展影响了范畴语法的框架和它的逻辑背景。

首先，语言应用中有越来越多的研究策略，这使得很难以一种限制性的样式来定义“范例”。替代性地，让我们仅仅概括范畴研究项目的一些主要特征。

从语言推理就像是逻辑推理这个基本想法出发，这里有不同的组合引擎来驱动范畴组合、范畴层级，这与标准的逻辑演绎系统一样（如同我们在前面章节中看到的一样，最终，“逻辑”在这里具有比通常更加丰富的意义：包括各种各样在语言之间的非标准联结词）。与这种情况相联系，存在由完全类型论的各种片段组成的语义层级，为表达真值条件提供了或强或弱的表达工具。与蒙太格语法中更具整体性的方法相比，这里的情况给了我们多种可能的途径，来“调整”对自然语言的描述——从语法方面和语义两个方面。进一步，这种结构使得有可能令逻辑证明论和模型论的方法为语义学服务。

目前这个领域中的研究主要集中在对具体语言现象的描述和对更加一般的语义学机制的考察这两个方面。为了把现在的语义案例研究放到一个更加宽泛的语言学视角之下，范畴方法是一个有用的背景：参见上面跨过所有范畴的广义指称限制的例子（这是一个原因，即为什么在过去的几年当中，荷兰的研究者认为把兴趣从限定词和广义量词转到对范畴语法的研究是自然的）。这样，即使语法细节的最终语言学描述有不可削减的混乱之处，范畴概念也可以提供一个有用的抽象程度，以从它得到自然语言背后的真正规律。

另一个发展的活跃来源是关于范畴语法分析的最近成果（Klein and van Benthem，1988；Moortgat，1988）。这个应用领域一直在产生新的问题和想法，其速度之快，远远超出逻辑所能回答的节奏，因此也就拓展了长期合作的前景。尤其是，前面提到的变元多态性和统一性的使用看起来是重要的。并且，它们再一次显示出与正在进行中的关于“二阶 λ 演算”的逻辑工作之间具有有意思的平行性，因此，以上团体的兴趣会继续保持下去。

解释的逻辑动力学

但是，同时，在逻辑和语法之间存在一个更具内在性的联系。Girard（1987）之后，学者们对于所谓的“线性逻辑”一直有着浓厚的兴趣。这是对于关注前提的实际陈述的推理演算的研究，尤其是这些演算的出现：而不是从推理的这个特征出发进行抽象，就像在标准的逻辑系统中已经发生的那样。这里的关

键因素是结构规则。在兰贝克演算 L 中，对应着线性逻辑的蕴涵/积片段，我们主要关注前提的“矢列”，在这里收缩和单调性的联合效果是压缩关于出现的信息，而留下纯粹的“集合”。一旦这个出现方面处于中央位置，各种各样的细微之处就会出现。一方面，与目前为止在标准逻辑中所出现逻辑常元相比，这里有更多的逻辑常元：尤其是，有更多合取和析取的“顺序”和“平行”版本出现。进一步，证明把经典规则的某些效果转换到逻辑部分是可能的，也就是说，通过对那些命题引入特殊的联结词，毕竟这些命题能够遇到矛盾。

很明显，从这篇文章的范畴视角来看，这里有很多相似性。在某种意义上，这两条研究思路在不同的方向相交。通过从标准逻辑系统中下降，线性逻辑出现了，为了能够更接近前提的语法结构，同时范畴语法从具体的语法向上升到更加自由的描述的逻辑系统。然后，如在结构规则（见 8.3 节和 8.4 节）讨论中的这种相似性就变得突出起来。

这种相交可以互相有利。例如，前面对语言类上运算的语言学视角能够帮助理解线性逻辑联结词的多样性（例如，吉拉德的收缩算子“感叹标注”似乎与克里尼迭代相关）。另一方面，在线性逻辑之后的各种语义学思想也可以更好地帮助理解前面的语义学层级（van Benthem，1988d）。后者不得不与解释和推理的动态性有关，这一点在以出现为基础的逻辑中有更好的反映。

有各种方法可以模型化与信息处理的动态想法一致的范畴演算。一个模型通过重新解释前面的语言类结构和运算而出现（这本质上是对于范畴语法的代数语义学，其被 Buszkowski（1982）发展出来）。现在令基本的对象代表信息片段，它们通过“加法”联系起来。后一个运算会满足各种各样的条件，主要依赖于我们如何看它：结合性、排列性和（在我们“合并”信息的情况下）幂等性。这样，语言上各种各样的运算就变成了命题之间的关系，它作为它们的验证数据的集合，和信息增加之上的各种形式约定将会导致或弱或强的逻辑演算。这个想法接近于 Avron（1988）描述的相干逻辑语义学。它对兰贝克演算产生了一个可靠的语义学及其扩张，尽管完全性一般情况下还是不清楚的。

另一个动态模型的产生同 8.7 节中对程序语言的讨论是相似的。在目前的语义学研究中，也有一个趋势把命题看做修改信息状态的程序。这样，它们的指称将会涉及状态之间的转换。在标准的逻辑中，命题是状态之上的一元谓词：现在它们将指称后者之间的二元关系。然后逻辑常元的角色就成为这些关系的联系：再一次，我们期望选择的一个增加，因为关系演算比布尔代数有更多的可能性。并且实际上，已表明上面的所有范畴算子作为二元关系上的运算都有自然的对应。特别地，布尔算子保持了它们的集合论意义，积变成了顺序组合，还有克里尼迭代传递闭包（也有一些针对函项斜线的调整版本，参见 van Benthem

（1988c），van Benthem（1988d））。

矢列的有效性现在有了计算性方面的意义。从关于前提出现的转换关系的顺序组合中产生的这种关系，在其给定的序中，应该被包括在针对包含关系的转换关系中。再一次，这为兰贝克演算提供了一个可靠（虽然可能并不是完全的）的模型。应该注意到，典型地，标准的结构规则现在将不是有效的。例如，收缩规则意味着总有 $R_a \circ R_a \subseteq R_a$。实际上，各种个样的扩张可以通过转换关系上，如对于收缩规则基础之上的演算的转换，加以合适的限制而被模型化。

对这个梗概，van Benthem（1989）有详细阐述，并且得出一个结论，恰当地看，范畴语法可以看做是动态逻辑的一部分。

8.9　附　　录

8.5 节中命题的证明

在语言应用中，λ 抽象和等号能够定义通常的逻辑符号 $\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\exists$，$\forall$（Gallin，1975），这使得下面的构造成为可能（这里给出的证明实际上可以不必那么复杂：齐默曼已经找到一个更加简单的证明。但是这里的论证依然具有某种独立的模型论意义）。

在一个方向上，关于类型论模型 M 中的解释，这里有一个一般性结果：

引理 1　对于任何项 τ，和对它的自由变元的任意赋值 A，下面的等式对于所有的排列 π 都成立：

$$\pi^{*}[\![\tau]\!]_{A} = [\![\tau]\!]^{\pi^{*} \cdot A}$$

通过对 τ 进行结构归纳可以证明这个引理。

现在，如果 ϕ（x_a）唯一地定义了一个类型为 a 的对象 f，那么，因为在 M 中 π^{*}（f）满足 ϕ 仅当 f 在 M 中满足 ϕ 时（根据引理），对于所有的 π 都有 π^{*}（f）$= f$。因此，所有的类型论项都在所有的模型（有穷或无穷）上定义了不变的指称。

对于相反的情况，我们可以使用一种标准的模型论论证，它在有穷情况下成立，但也在无穷饱和情况下成立。这个结论依赖于下面：

引理 2　如果 f，$g \in D_a$，且（M，f）初等等价于（M，g），那么存在 D_e 上的排列 π 使得 π^{*}（f）$= g$。

这样，$f \in D_a$ 可以被唯一地定义如下：对于每一个 $g \neq f \in D_a$，存在某个公式 α_g（x_a）使得（M，F）$\models \alpha_g$，（M，g）$\not\models \alpha_g$。（否则（M，f）将会初等等价于

(M, g)，并且因此，通过最后一个引理，某个 π^* 会把 f 映到 g 上：这就与 f 的排列不变性相冲突。）现在，由合取式唯一地定义了 f。

$$\bigwedge \{\alpha_g \mid g \in D_a, g \neq f\}$$

最后，引理 2 可以通过标准的 Z 型方法得到证明，即找到上升矢列 a，b，使得 (M, a)，(M, b) 总是保持初等等价性。当层级（即 D_a 的传递闭包）的相应部分已经穷尽时，我们可以在域 D_e 上读完我们想要的排列，并且证明它的正规的上升符合在匹配矢列中所有条目之间的对应性。特殊地，符合 f 和 g 之间的对应性。■

8.6 节中关于组合子的命题的证明

我们仅仅考虑 LPC 这种情况。L^+ 的情况是相似的。

首先，我们可以证明下面的公理 H 在 LPC 中给出一个 Hilbert 式的推理公理化：

$$x \to x \quad (1)$$

$$(x \to (y \to z)) \to (y \to (x \to z)) \quad (2)$$

$$(x \to (y \to z)) \to ((x \to y) \to (x \to z)) \quad (3)$$

$$(x \to y) \to ((y \to z) \to (x \to z)) \quad (4)$$

引理 3　矢列 $X \Rightarrow b$ 在 LPC 中是可推出的当且仅当存在一个从 X 推出 b，其仅仅使用来自 H 的公理和分离规则出发的，在其中每一个来自 X 的前提至少使用一次。

证明：主要是要证明 H 容许条件化规则。这要求对这个通常的证明进一步考察：需要在各种情况下根据分离规则来考察各种情况。■

接下来，在希尔伯特型证明和带有组合子的项之间存在一个著名的对应。对于这里考虑到的函项类型，我们或者可以考虑明确的类型组合子，或者可以考虑适应语境的多态性。下面的内容足以说明这里的原则：

- $e \Rightarrow ((e, t), t)$

H-证明：(i) $((e, t), (e, t))$　　公理（1）

(ii) $(e, ((e, t), t))$　　分离规则（(i)，公理（2））

(iii) e　　假设

(iv) $((e, t), t)$　　分离规则（(iii) (ii)）

组合项：$P\ (I)\ (v_e)\ :=$

$\lambda z.\ \lambda xy \cdot zyx\ (\lambda u \cdot u)\ (v_e) =$

$\lambda xy \cdot (\lambda u.\ u)\ yx\ (v_e) =$

$\lambda xy \cdot yx\ (v_e) =$

$\lambda y \cdot y\ (v_e)$

- $(e, (e, t)) \Rightarrow (e, t)$

H-证明：(i) $(e, (e, t))$　　假设

(ii) $((e, (e, t)), ((e, e), (e, t)))$　　公理（3）

(iii) $((e, e), (e, t))$　　分离规则（(i)（ii)）

(iv) (e, e)　　公理（1）

(v) (e, t)　　分离规则（(iv)（iii)）

组合项：$S\ (v_{(e, (e, t))})\ (I) :=$

$\lambda xyz \cdot x\ (z)\ (y\ (z))\ (v_{(e, (e, t))})\ (\lambda u \cdot u) =$

$\lambda yz \cdot v_{(e, (e, t))}\ (z)\ (y\ (z))\ (\lambda u \cdot u) =$

$\lambda z \cdot v_{(e, (e, t))}\ (z)\ (z)$

8.7 节中一些结论的证明

λ/贴合可定义的类型为 $((s, s), ((s, s), (s, s)))$ 函数有一个一般形式定义，在其中所有可能的 λ 转换都已经完成。尤其是，在这个定义中作为变元下标出现的所有类型必须是上面类型的真子类型。一些关于这种范式形状的主目一定是

$$\lambda x_{(s, s)} \cdot \lambda y_{(x, s)} \cdot \lambda z_s . \langle \{x, y, z\} \text{ 的贴合} \rangle$$

类型为 $(t, (s, (s, s)))$ 的局部项由 $(s, (s, s))$ 中的两个函数组成（一个是对 $t=0$，另一个是对 $t=1$），它们本身都具有排列不变性（因为 D_t 不能被排列）。后一类条目，只有两个，即映射

$$\lambda x_s \cdot \lambda y_s \cdot x_s \text{和} \ \lambda x_s \cdot \lambda y_s \cdot y_s$$

要看出这一点，考虑任意两个 D_s 中的对象 a，b 和 $f\ (a, b)$。这里 f 是一个不变函项。这里逻辑性有两种效果。

一个是“局部性”：

$f\ (a, b) \in \{a, b\}$

（否则，我们可以令 a，b 固定，同时把 $f\ (a, b)$ 排列为某个其他对象——这样通过一个排列就破坏了 f。）

另一个是“统一性”：

如果对于某个 a，b $(a \neq b)$ 有 $f\ (a, b) = a$，

那么对于所有的 x，y 都有 $f\ (x, y) = x$

原因是这样的。如果 $x = y$，那么由局部性，$f\ (x, y) = x = y$。如果 $x \neq y$，那么某个排列 π 就用 a 排列 x，且 b 排列 y，这样，通过 f 的不变性，有 $f\ (x, y) = f\ (\pi\ (a), \pi\ (b)) = \pi\ (f\ (a, b)) = \pi\ (a) = x$。因此，映射的选择就是

一致的。

●类型 $((s,(s,t)),((s,(s,t)),(s,(s,t))))$ 中的连续运算 f 有下面的性质。因为任意一个关系性主目 R 都是其单点子集的并，所以 $f(R,S)$ 等于 $f(\{\langle x,y\rangle\},\{\langle u,v\rangle\})$ 和 Rxy，Suv 的并。这解释了前面的定义形式：

$$\lambda R_{(s,(s,t))}\cdot\lambda S_{(s,(s,t))}\cdot\lambda x_s\cdot\lambda y_s\cdot\exists u_s\cdot\exists v_s\cdot\exists w_s\cdot\exists r_s\cdot\cdots$$

这样，就足以考虑可接受的模式：

$$\{<u,v>\}\ \{<w,r>\}\ x\ y$$

通过使用排列不变性，唯一可以区分出来的情况是那些在这种对象中通过同一布尔相等组合可以定义的情况（例如，如果 x 不同于 u、v、w、r、y，那么任意不同的 x' 在 $f(R,S)$ 中都将是允许的：使用一个排列，留下其他固定的对象，只把 x 换成 x' 就可以看出这一点）。

●最后，这里有一个对 *LPC* 中的二元组合的推理，它产生了我们想要的意义（为方便叙述，以自然推理的形式）：

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{((s,s),((s,s),(s,s)))\quad \cfrac{(s,(s,s))\quad \cfrac{(s,s)\quad s^{*}}{s}}{(s,s)}}{((s,s),(s,s))}\quad (s,s)^{*}}{(s,s)}\quad s}{s}}{(s,s)}\text{撤销}^{*}$$

致　　谢

感谢 W. 布斯考夫斯基、J. 福瑞德曼、A. 乔西、M. 模特哈特、G. 波罗特金、M. 斯蒂德曼、A. 索博尔奇和我进行的启发性讨论和交流。

参 考 文 献

Ades A, Steedman M. 1982. On the Order of Words. *Linguistics and Philosophy*, 4: 517 ~ 558

Avron A. 1988. The Semantics and Proof Theory of Linear Logic. *Theoretical Computer Science*, 57: 161 ~ 184

Bach E. 1984. Some Generalizations of Categorial Grammars. In: Landman F, Veltman F. 1984. *Varieties of Formal Semantics*. Dordrencht: Foris. 1 ~ 23

Barendregt H. 1981. *The Lambda Calculus. Its Syntax and Semantics*. Amsterdam: North-Holland

Bartsch R, van Emde Boas P, van Benthem J. 1989. *Semantics and Contextual Expression*. Dordrecht,

Cinnaminson: Foris

Bauerle R, Schwarze C, von Stechow A. 1983. *Meaning, Use and Interpretation of Language*. Berlin: De Gruyter

Bodnar I. 1988. *Annals of the Lorand Eolvos University*. Budapest: Dept. of Symbolic Logic, Lorand Eotvos University

Bodnar I, Mate A, Polos L. 1988. *A Fllozofiai Figyelo Kiskonyvtara*, Budapest: Philosophical Institute, Lorand Eotvos University

Bouma G. 1987. *Flexible Phrase Structure Grammars and Categorial Unification Grammars*. Institut fuer Romanistik/Linguistik, University of Stuttgart

Buszkowski W. 1982. *Lambek's Categorial Grammars* [Dissertation]. Poznan: Mathematical Institute, Adam Mickiewicz University

Buszkowski W. 1986. Completeness Results for Lambek Syntactic Calculus. *Zeit schrift fuer mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 32: 13 ~ 28

Buszkowski W. 1987. Hilbert-Style Axiomatization for the Lambek-van Benthem Calculus. Poznan: Mathematical Institute, Adam Mickiewicz University

Buszkowski W. 1988. Generative Power of Categorial Grammars. In: Oehrle R, Bach E, Wheeler D, eds. 69 ~ 94

Buszkowski W, Marciszewski W, van Benthem J. 1988. *Caregorial Grammar*. Amsterdam, Philadelphia: John Benjamin

Chierchia G, Partee B, Turner R. 1988. *Properties, Types and Meaning*. Vol. I. Dordrecht, Boston: Reidel

Davidson D, Harman G. 1972. *Semantics of Natural Language*. Dordrecht, Boston: Reidel

Doets H, van Benthem J. 1983. Higher-Order Logic. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. 1983. *Handbook of Logic for Computer Science*. 275 ~ 329

Dosen K. 1986. Sequent Systems and Groupoid Models. In: Belgrade: Mathematical Institute, Serbian Academy of Sciences, 1988. *Studia Logica*, 47: 353 ~ 385

Ebbinghaus H-D, et al. 1989. *Logic Colloquium*. Granada 1987. Amsterdam: North-Holland

Friedman J, Venkatesan R. 1986. Categorial and Non-Categorial Languages. In: Computer Science Department, Boston University. Technical Report 861005

Gabbay D, Guenthner F. 1983. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. I (Elements of Classical Logic). Dordrecht, Boston: Reidel

Gabbay D, Guenthner F. 1984. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. II (Extensions of Classical Logic). Dordrecht, Boston: Reidel

Gallin D. 1975. *Systems of Intensional and Higher-Order Modal Logic*. Amsterdam: North-Holland

Geach P. 1972. A Program for Syntax. In: Davidson D, Harman G. *Semantics of Natural Language*. Dordrecht: Reidel. 483 ~ 497

Girard J-Y. 1987. Linear Logic. *Theoretical Computer Science*. 50: 1 ~ 102

Groenendijk J, Stokhof M. 1987a. Dynamic Predicate Logic. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

Groenendijk J, Stokhof M. 1987b. Type-Shifting Rules and the Semantics of Interrogatives. In: Chierchia G, Partee B, Turner R, eds. 1988. *Properties. Types, and Meanings.* Vol. 2. 21 ~ 68

Haddock N, Klein E, Morrill G. 1987. *Categorial Grammar, Unification Grammar and Parsing.* Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh

Harel D. 1984. Dynamic Logic. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. *Handbook of philosophical Logic.* Vol. 2. 497 ~ 604

Hendriks H. 1987. Type Change in Semantics: the Scope of Quantification and Coordination. In: Klein E, van Benthem J, eds. 1988. *Categories, polymophism and unification.* 95 ~ 120

Hoekema J. 1988. The Semantics of NonBoolean "And". *Journal of Semantics*, 6: 19 ~ 40

Hoppenbrouwers G, Seuren P, Weyters A. 1987. *Meaning and the Lexicon.* Dordrecht: Fork

Horn L. 1987. Aristotle as a Montague Grammarian. *ASL/LSA Colloquium on Logic and Linguistics.* July 1987. Stanford University

Houtman J. 1987. Coordination in Dutch. In: Klein E, van Benthem J, eds. 1988. *Categories, Polymophism and Unification.* 122 ~ 145

Kasper R, Rounds W. 1987. The Logic of Unification in Grammar. *Linguistics and Philosophy*, 13 (1990), 35 ~ 58

Keenan E. 1987. Semantic Case Theory. In: Bartsch R, van Emde Boas P, van Benthem J, eds. Semantics and Contextual Expresstion. Dordrecht: Foris. 1990

Keenan E, Faltz L. 1985. *Boolean Semantics for Natural Language.* Dordrecht, Boston: Reidel

Klein E. 1987. *Discourse Representation Theory in Unification Categorial Grammar.* Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh

Klein E, van Benthem J. 1988. *Categories, Polymorphism and Unification.* Centre for Cognitive Science, University of Edinburgh/Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

Lambek J. 1958. The Mathematics of Sentence Structure. *American Mathematical Monthly*, 65: 154 ~ 170

Lambek J. 1987. Categorial and Categorical Grammars. In: Oehrle R, Bach E, Wheeler D, eds. 1988. *Categorial Grammars and Natural Language Structure.* 297 ~ 317

Landman F, Veltman F. 1984. *Varieties of Formal Semantics.* Dordrecht: Foris

Langholm T. 1987. *Partiality, Truth and Persistence* [Dissertation]. Department of Philosophy, Stanford University (CSLI Lecture Notes, Chicago University Press, 1988)

Montague R. 1974. *Formal Philosophy.* In: Thomason R, ed. New Haven: Yale University Press

Moortgat M. 1984. Functional Composition and Complement Inheritance. In: Hoppenbrouwers G, Seuren P, Weyters A, eds. 1987. 38 ~ 49

Moortgat M. 1985. Mixed Composition and Discontinuous Dependencies. In: Ochrle R, Bach E,

Wheeler D, eds. 1988. *Meanings and the lexicon*. 319 ~ 348

Moortgat M. 1987. Lambek Theorem Proving. In: Klein E, van Benthem J, eds. 1988. *Categories, Polymorphism and Unification*. 169 ~ 200

Moortgat M. 1988. *Categorial Investigations. Logical and Linguistic Aspects of the Calculus*. Dordrecht: Foris

Muskens R. 1986. A Relational Formulation of the Theory of Types. Report 86-04, Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam. 1989. *Linguisitics and Philosophy*, 12 (3): 325 ~ 346

Oehrle R, Bach E, Wheeler D. 1988. *Categorial Grammars and Natural Language Structures*. Dordrecht Boston: Reidel

Pareschi R, Steedman M. 1987. A Lazy Way to Chart-Parse with Categorial Grammars. In: *Proceedings 25th Annual Meeting of the Association for Computational*. Stanford

Partee B, Rooth M. 1983. Generalized Conjunction and Type Ambiguity. In: Bauerle R, Schwarze C, von Siechow A. eds. *Meaning, Use and Interpretation of Language*. 361 ~ 383

Plotkin G. 1980. Lambda Definability in the Full Type Hierarchy. In: Seldin J, Hindley J. To H. B. Curry: *Essays on Combinatory logic, Lambda and formalism*. 363 ~ 373

Rosner M. 1992. *Computational Linguistics and Formal Semantics*. In: Lugano Summer School 1988. Cambridge: Cambridge University Press

Seldin J, Hindley J. 1980. *To H. B. Curry. Essays on Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism*. New York: Academic Press

Skordev D. 1987. *Mathematical Logic and its Applications*. Druzhba Summer School 1986. New York: Plenum Press

Steedman M. 1985. Dependency and Coordination in the Grammar of Dutch and English. *Language*, 61: 523 ~ 568

Szabolcsi A. 1987. Bound Variables in Syntax (Are there Any?) . In: Bartsch R, van Emde Boas P, van Benthem J. Semantics and Contexual Expression. 1990

Trakhtenbrot B. 1986. On "Logical Relations" . In: Skordev D, ed. *Program Semantics*. 1987. 213 ~ 229

Uszkoreit H. 1986. Categorial Unification Grammars. In: *Proceedings of the 11th Inter national Conference on Computational Linguistics*. Bonn. 1986. 187 ~ 194

van Benthem J. 1986a. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1986b. The Relational Theory of Meaning. *Logique el Analyse*, 29: 251 ~ 273

van Benthem J. 1987a. Categorial Equations. In: Klein E, van Benthem J, eds. 1988. *Categories, Phlymorphism and Unification*. 1 ~ 17

van Benthem J. 1987b. Categorial Grammar and Lambda Calculus. In: Skordev D, ed. 1987. *Mathematical Logic and Its Applications*. 39 ~ 60

van Benthem J. 1987c. Semantic Type Change and Syntactic Recognition. In: Chierchia G, Partee B, Turner R, eds. 1988. *Properties, Types and Meaning*. 231 ~ 249

van Benthem J. 1987d. Strategies of Intensionalization. In: Bodnar I, Mate A, Polos L, eds. 1988. *Intensional Logic, Hostory of Philosophy, and Methodology*. 41 ~ 59

van Benthem J. 1987e. The Lambek Calculus. In: Oehrle R, Bach E, Wheeler D, eds. 1988. 35 ~ 68

van Benthem J. 1988a. Categorial Grammar Meets Unification. In: Wedekind J, et al., eds. Proc. of the WS on Unification Formalisms: Syntax, Semantics and Implementation, MIT (1989)

van Benthem J. 1988b. Logical Constants Across Varying Types. Report LP-88-05, Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam (*Notre Dame Journal of Formal Logic*, 30 (3), 1989: 315 ~ 342)

van Benthem J. 1988c. Semantic Parallels in Natural Language and Computation. Report LP-88-06, Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam. In: Ebbinghaus H-D, et al., eds. 1989. *Logic Colloquium, Granada* 1987. North Holland, Amsterdam. 331 ~ 375

van Benthem J. 1988d. The Fine-Structure of Categorial Semantics. In: Rosner M, Johnson R, eds. Computational Linguistics and Logical Semantics, Cambridge University Press, 127 ~ 157

van Benthem J. 1988e. What is Extensionality? In: Kelemen J, et al., eds. Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis Rolando Eötvös Nominatae, XXII ~ XXIV. 213 ~ 220

van Benthem J. 1989. *Language in Action*. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

van Eyck J. 1985. Aspects of Quantification in Natural Language [Dissertation]. Philosophical Institute, University of Groningen. (To appear in Studies in Linguistics and Philosophy, Reidel, Dordrecht and Boston)

Wedekind J, et al. Proc. of the WS on Unification Formalisms: Syntax, Semantics and Implementation. Institute for Computational Linguistics, University of Stuttgart, MIT, 1989

Zeevat H, Klein E, Calder J. 1987. An Introduction to Unification Categorial Grammar. In: Haddock N, Klein E, Morrill G, eds. 1987. *Edinburgh Working Papers in Cognitive Science*. 195 ~ 222

Zwarts F. 1986. Caregoriale Grammatica en Algebraische Semantiek. Proefschrift, Nederlands Instituut, Rijksuniversiteit, Groningen

9 处于十字路口的范畴语法*

高东平/译　琚凤魁/校

9.1 从范畴证明论到范畴模型论

从证明模式看，范畴语法是受资源逻辑驱动的（van Benthem，1991；Buszkowski，1997；Moortgat，1997）。因此，它们在考虑推演和计算时，采用卡里－霍华德格式塔转换方法使得分析的表达式以类型论指称形式出现。但是，在过去的几十年里，范畴逻辑一直在具有标准可能世界风格的模型中被分析（Kurtonina，1995）。例如，范畴积运算 $A \cdot B$ 在某个对象 s 中为真当且仅当 s 是一个毗连，或者是分别满足 A，B 的个体 t，u 的合适的语义融合。这是标准的二元模态，它的抽象真值条件需要三元可达关系 R：

$$M, s \models A \cdot B \text{ 当且仅当 } \exists t, u: Rs, tu \ \& \ M, t \models A \ \& \ M, u \models B$$

模态逻辑的研究和通常范畴语法所关注的内容有相当大的区别。当我们把两个议题放在一起会发生什么呢？

9.2 从范畴逻辑到模态逻辑

9.2.1 范畴和模态语言

范畴语法的主要运算是积运算 $A \cdot B$ 和有向斜线函数（directed functional slashes）$A \rightarrow B$（从左向右看），$B \leftarrow A$（从右向左看）。其他运算包括布尔合取 $\wedge$ 外加来自线性逻辑的算子。相匹配的模态语言有布尔算子，包括析取、否定，

---

* Categorial Grammar at A Cross-Roads. In：Kruijff G-J，Oehrle R，eds. *Resource-Sensitivty，Binding，Anaphora*. Dordrecht：Kluwer，2003. 3～21

以及三个二元的存在性模态

$$\cdot 1, \quad \cdot 2, \quad \cdot 3$$

它们用来表示对有关三元可达关系 R 的不同观点：以 Venema（1991）为前提形成了一个通用三元组。

9.2.2 抽象模型中的语义学

通常所说的模态模型 M 形如（S，R，V），其中，S 是对象的集合，R 是三元可达关系，V 是对命题符号的赋值。可以以不同的方式理解 S，R（有向或无向的）：

（a）表达式 s 是字符串 t，u 在有向或无向顺序下的毗连；

（b）转换箭头 s 是箭头 t，u 相应顺序下的复合；

（c）信息块 s 是信息块 t，u 的合并。

另外还有很多其他解释，请参阅 Adriaans（1990）、de Haas（2001）等在面向对象的信息系统中对于上述模型的讨论。现在假设 R 上没有任何特殊的条件，相关积模态词解释如下：

$$M, s \models A \cdot_1 B \text{ 当且仅当 } \exists tu: Rs, tu \ \& \ M, t \models A \ \& \ M, u \models B$$

$$M, s \models A \cdot_2 B \text{ 当且仅当 } \exists tu: Rt, us \ \& \ M, u \models A \ \& \ M, t \models B$$

$$M, s \models A \cdot_3 B \text{ 当且仅当 } \exists tu: Rt, su \ \& \ M, u \models A \ \& \ M, t \models B$$

9.2.3 翻译

我们能把范畴语法的三个基本算子翻译到模态语言中（Kurtonina，1995）：

$$T(A \cdot B) = A \cdot_1 B, T(A \rightarrow B) = \neg (A \cdot_2 \neg B), T(B \leftarrow A) = \neg (A \cdot_3 \neg B)$$

例如，根据上面的真值条件，范畴左蕴涵 A→B 可以转换成一个模态蕴涵，而它对应的一阶公式正好就是

$$\forall yz((Ry, zx \ \& \ Az) \rightarrow By)$$

在模态语义中，这恰好是它的自然意义，它允许前件来自蕴涵符号的左边或者右边。进一步地，布尔运算可以根据它们代表的意思做相应的翻译。不过需要注意的是，如果包含部分语法的范畴模态（Moortgat，1997）不翻译至上述一般的组合模态中，而是采用新的模态算子的话，那么需要将额外的可达算子引入到我们的模型中。然而我们不难发现，倘若令范畴语言加上所有布尔算子的话，模态语言是能够翻译以回到范畴语言中的。例如，显然有下列结果：

$$A \cdot_2 B \text{ 等价于} \neg (A \rightarrow \neg B)$$

9.2.4　极小模态逻辑

这些广义模型上的模态积语言产生的极小逻辑由如下内容组成：

（a）经典命题逻辑的所有有效式；

（b）模态词在两个主目上的析取分配；

（c）模态必然化规则——它的准确形式在这里不相关。

对这三个模态词来说，带三个独立可达关系的模型是足够的。但是由于我们只有一个这样的关系，同时却有从三个角度使用它们的多种模态，因此我们需要一些特殊的公理以确保这些模态之间的适当关系，这里我们展示一个典型的例子（这里 T 表示“真”）：

$$(C\ \&(A\cdot_1 B))\rightarrow(A\ \&(C\cdot_2 B))\cdot_1 T \qquad \text{融贯性}$$

从任何顶点看“三角形” Rs, tu 时，后面的公理都可以确保它的融贯性。这个结果是著名的带完全性定理的模态证明论（Blackburn，de Rijke and Venema，2001）。

下面是上述基本联系的结果（Kurtonina，1995），其中 NLC 是非 - 结合的兰贝克演算，并且→表示标准布尔蕴涵。

定理 1　$NLC\vdash A\Rightarrow B$ 当且仅当 $T(A)\rightarrow T(B)$ 在极小模态逻辑中。

9.2.5　协调更强的范畴演算和模态演算

建立在上面逻辑的极小部分之上的公理的进一步扩展将导致二元模态逻辑的引入，它们的做法类似经典的一元模态逻辑。特别地，一个重要的附加公理是：

$$(A\cdot_1(B\cdot_1 C))\leftrightarrow((A\cdot_1 B)\cdot_1 C) \qquad \text{结合律}$$

它对应加在上述关系上的一对限制性条件，它们可能通过通常的框架对应的模态技术得到自动的计算表达：

$$\forall xyzu:((Rx,yz\ \&\ Rz,uv)\rightarrow\exists s:(Rs,yu\ \&\ Rx,sv))$$

$$\forall xyzu:((Rx,yz\ \&\ Ry,uv)\rightarrow\exists s:(Rs,vz\ \&\ Rx,us))$$

这些是为“对象”设计的抽象结合原则，它们允许再结合。这里同样存在一个重要的范畴 - 模态联系，因为我们可以得到原初范畴演算的有力帮助：

定理 2　下面（a）和（b）是等价的：

（a）$LC\vdash A_1,\cdots,A_k\Rightarrow B$（兰贝克演算中的推演）；

（b）$T(A_1\cdot_1\cdots\cdot_1 A_k)\rightarrow T(B)$ 在所有结合的三元模型上成立。

更一般地，在范畴语法传统下的结构规则，对应于框架限制性条件和它们的模态公理。另一个例子是范畴演算 LP 的排列规则，它同积模态$_1\cdot$ 的交换律公理相吻合，因此也契合其两个主目中的三元关系 R 的交换性。

最后再在此提一点：我们倾向于寻找某些模态逻辑，把现有的范畴演算同它匹配起来。不过这样的翻译工作也可以从反方向进行，所以如果范畴语法学家们愿意采用布尔算子的话，现有的模态逻辑可能预示着与范畴逻辑相对应的有趣内容。

9.3 两个领域的比较

在前面的讨论中，我们把范畴演算嵌入到了宽泛的（广义）模态世界。上文已经提到，两者的一个共同特征是它们共享的兴趣点，即所谓*演绎力量的风景*，它们为各自不同目的采用弱的或强的演算系统。当然，模态世界也有它自己的风格。

9.3.1 表达力“风景”

例如，这里也有一个表达力“风景”，因为我们可以使语法多样化，在相同语言或更丰富语言的模型上引入更多的模态算子。典型的例子如作用于模型中所有点（可达或不可达的）的“普遍模态”，还有如更具表达力的时态逻辑中的“自从/直到”模态算子。这样的表达力扩张通过下述事实得到了体现：模态语言本身能够再次被翻译到更大的世界中，即*一阶逻辑*中。从上面的真值条件来看，这个转换是显而易见的，它早就通过准一阶逻辑的风格得以表达。实际上我们甚至可以走得更远，可以添加非一阶算子来丰富模态语言，正如模态固定点语言中的“μ-演算”那样。带有范畴风格固定点模态的其中一个例子可能涉及对象的任意有穷组合。毕竟，文本是句子的有穷组合，这是范畴语法的核心思想。

9.3.2 与复杂性的平衡

在不可判定的一阶逻辑里面，模态逻辑力图在表达力和计算复杂性之间做一平衡。例如，极小二元模态逻辑是可判定的，实际上，它的可满足性问题是多项式空间完全的（“*PSPACE*-完全”）。具体的结果要视演绎和表达力的情况而定，Spaan（1993）发现许多模态逻辑的复杂性居于多项式时间和不可判定之间。例如，有关结合积的模态逻辑是不可判定的，因为它能编码句法词问题。而添加新模态算子这样的表达力扩张也可能导致复杂性的增强。不过除了定理证明或可满足性检测，复杂性还对其他逻辑任务有意义，如关于*模型检测*，一阶逻辑的复杂性是多项式空间完全的，而这项任务在大多数的模态语言中明显地可以更快地完成，如在多项式时间内。

9.3.3　范畴的复杂性

从表达力这个角度来看，不含布尔算子的范畴逻辑比模态逻辑低一个级别。于是我们期待它们的复杂性也能够从总体上表现得更加好一些。例如，在早期的嵌入条件下，*NLC* 最多和极小模态逻辑一样复杂，但不需要在多项式空间、而在多项式时间即可判定。类似地，*LC* 并不继承结合积模态逻辑的不可判定的特点，而是在 *NP* 范围内就可判定（而且甚至有可能实现 *P*）。从一阶或模态的角度，范畴语言是全部语言的“穷人版本”，它的复杂性可能很低。不难发现关于这类逻辑的最可能简化形式的原初文献（Spaan，2000；Kerdiles，2001）。

9.3.4　具体比较

我们不打算追踪此问题的一般情况。相反，我们准备瞄上范畴语言的一系列具体的型——参阅 van Benthem（1991）的综述。这些模型体现出多样性。*L*-模型由符号串和范畴表达式描述的形式语言组成，这是范畴语法背后的句法世界。在语义方面，有类型域的层级：其中积表示笛卡儿积，函数的类型表示函数空间。我们称这些是 *D*-模型。不过对于范畴语言来说，还有两个更加令人惊讶的语义学。如果令范畴表达式指称二元转换关系，那么 *R*-模型涉及的是动态状态转换。最后，*N*-模型使范畴表达式指称数字的矢量，如来自证明搜寻树的修剪无希望分支中采用的“极性统计”（polarity counts）等。我们将逐个考察上述这些范畴模型的种类，在范畴演算的本质内容层面上，每一类型都可以为我们提供各自独特的视角。

9.4　语 言 模 型

不难发现，范畴句法的标准模型由符号串集 S（建立在某个符号字母表之上）和句法毗连 $s = t \cap u$（对应三元关系 R 的意义）组成。这样的模型是无穷模型，但我们可能也会逐渐考虑子模型，它们由所有到目前为止在一个学习过程中观察到的表达式组成（van Benthem，2003）。

9.4.1　一般逻辑中的语言模型

此类模型出现于一般的逻辑中：公理化句法是形式系统元理论的第一步。奎因曾经在此方面有个早期的有趣结果，范本特姆后来重新发现了它（van Benthem，1991）。考察模型 $M\{a\}$，其由所有 a 的有穷串和关于毗连的一个三元关系组成。$M\{a, b\}$ 是相同的句法模型，但这里的字符串来自含有两个符号的

符号字母表 $\{a, b\}$，符号的不同是至关重要的。

定理 3　$M\{a\}$ 完全的一阶理论是可判定的。
$M\{a, b\}$ 的一阶理论等价于“真算术”（True Arithmetic）。

第一个断言来自 $M\{a\}$ 和 $(N, 0, S, +)$ 的同构，它的一阶理论是可判定的加法算术。但是如果采用两个符号的话，在 $M\{a, b\}$ 的一阶理论和整合乘法的 $(N, 0, S, +, x)$ 的一阶理论之间，存在一个能行的还原方案。根据哥德尔定理，后者是不可判定和不可公理化的（甚至更差）。所以，最基础句法的完全逻辑可以是丰富的和复杂的。但是，范畴语言能够回避这样的复杂性！

9.4.2　范畴语义学

更精确地说，*语言模型*是由建立于某个有穷符号字母表（加上 R 的毗连）的所有表达式和原子类型的特殊表达式集（通常把其看做命题符号）组成。下面递归定义出复合类型的表达式（Buskowski，1997）：

$$L_{A \cdot B} = \{x + y \mid x \in L_A \& y \in LB\}$$
$$L_{A \leftarrow B} = \{x \mid 对任意\ y \in L_B : x + y \in L_A\}$$
$$L_{A \rightarrow B} = \{x \mid 对任意\ y \in L_A : y + x \in L_B\}$$

这是初期的真值定义。对任意的模态公式 A，L_A 是 $\{x \mid M, x \models A\}$。语言模型中的范畴矢列的*有效性*定义如下：

在每一语言模型中，与所有前提的积对应的语言按照它们陈述的顺序包含在里面，用来表示结论。

下面的结果来自 Pentus（1993）：

定理 4　某一矢列是 LC-可推演的当且仅当它在语言模型中有效。

此完全性定理主要针对标准模型，只在符号字母表和对原子类型表达式的指称上有所变化。这一高度受限制的句法模型类显然具有独特的吸引力，一般来讲，对模态逻辑也是如此。

9.4.3　语言模型的模态逻辑

紧跟前述结果的一个明显的焦点问题是*语言模型的完全模态逻辑*。句法模型不同于通常的模态框架，这给予了我们新的挑战。即使相应的一阶理论不能被公理化，模态理论也还是具有被公理化的某些机会。这里我们只讨论它的某些法则。首先，请注意那些在上述模型的模态语言中可以简单定义的概念（T 表示“真”）：

(a) x 是符号如果它满足$\neg(T\cdot_1 T)$；

(b) ϕ 在某处成立如果任意 x 满足 $T\cdot_2\phi$；

(这就给了我们“存在性”和“全称性”模态 E，U)

(c) ϕ 在 x 的某个部分成立，如果 x 满足 $\phi\vee(\phi\cdot_1 T)\vee(T\cdot_1(\phi\cdot_1 T))\vee(T\cdot_1\phi)$。

下面是语言模型上模态逻辑的一些有效原则：

(1) 极小多样二元模态逻辑加上结合性；

(2) 归纳原则 $U(\neg(T\cdot_1 T)\rightarrow\phi)\&U((\phi\cdot_1\phi)\rightarrow\phi)\rightarrow U\phi$；

(3) 矢列分解的线性原则。

如果 $Rx, yz \& R x, uv$，那么或者 x 是 u 的初始部分并且 v 是 y 的末尾部分，或者 u 是 x 的初始部分并且 y 是 v 的末尾部分。

在前面的陈述中，对于公理 (3) 的清晰模态句法表述需要借助某些辅助概念。上述三种法则证明模态公理可以表示真子串关系（“有穷深度”）的良基性质，正如类似的有穷宽度那样，只允许对符号串有穷多次分解。

9.4.4　丰富模态语言

语言模型也提及了句法模式意义下的更丰富的模态语言。例如，超越阅读和写作的文本处理涉及更深层（相比毗连）的结构，其中一个例子是符号顺序的反转。我们可以为此引入新的模态算子 $<rev>\phi$，直观表示在当前序列的反转序列中成立。同样，关于它也有有效法则，例如

幂等律　$<rev><rev>\phi\leftrightarrow\phi$

分配律　$<rev>(\phi\vee\psi)\leftrightarrow<rev>\phi\vee<rev>\psi$

另外，语言学或计算机科学中的形式语言理论提及了所有常规算子{；，∪，*}的非一阶扩张。我们已经有了语言中的组合（通过模态积）和选择∪（通过普通的布尔析取）。但迭代需要语言的扩张。请看下例：

$M, s\models<^*>\phi$ 当且仅当 s 能够被写成某些有穷序列（每一满足 ϕ）的毗连。

在广义模态模型中，采用对象的 R-联合，我们也可以更加抽象地公式化上述内容（van Benthem, 1996；Venema, 1996）。在范畴语法术语中，迭代的意思是重复句子，即语言文本。借助固定点算子，迭代是扩张类型中的一个实例。这有利于模态逻辑的非一阶扩张，如动态逻辑或者 μ-演算（Harel、Kozen and Tiuryn, 2000）。μ-演算与模态逻辑相似，也是可判定的。这样的逻辑往往设计来分析过程，不过它们对句法结构的分析也同样有意义。μ-演算中的语言模型逻辑看来明显关注范畴语法。我们会在 9.5 节再讨论此问题。

9.5　具体展示：命题公式

接下来，我们考察命题公式的全体 *PROP-L*。这一语言模型可以显示出，范畴问题如何会比前面已经体现出的情况还要复杂一些。另外，它也可展示同那些具有模型论性质的更标准逻辑问题的联系。

9.5.1　模型 *PROP-L*

此模型的论域由符号字母表 $\{p, \neg, \&\}$ 上的所有字符串组成。基本类型 t 以前缀的形式代表命题公式集。这足以用来计算所有复杂类型的指称，这里仅考察右向的范畴算子 $A \leftarrow B$。于是，上面提到的带有←的模态赋值就会告诉我们哪些符号串是公式，哪些是公式上的算子，以及有穷类型层级中所有向上的途径。更一般地，在语言模型中，一旦我们固定了原始类型的指称，相应的模型将决定更加复杂的模型。但这不是范畴传统通常的思考方式。例如，当定义波兰学派的命题公式时，我们事先规定¬ 具有类型 $t \leftarrow t$ 和类型 $(t \leftarrow t) \leftarrow t$，然后通过范畴联合生成复杂表达式的类型。后面我们会进一步讨论此问题。

9.5.2　模态模型检测

模型中要做的最基本的事情可能是公式真值检测。正如 9.3.2 节提到的那样，在有穷模型尺度内，模态公式的模型检测需要多项式时间。这在无穷模型中可能更难——但对于 *PROP-L* 怎样呢？初一看，检验表达式 x 的范畴蕴涵（即赋予函数类型）$t \leftarrow t$ 需要通过搜索那些与 x 右毗连的类型为 t 的无穷多个表达式。但实际上，采用下面这种模型的齐一性，我们可以做得更好：

事实 1　表达式 E 具有类型 $t \leftarrow t$ 当且仅当毗连 Ep 具有类型 t。

给定具有类型 t 的符号串，下面请看一个平常的算法检测方案：首先，给符号赋予元数：p：-1，¬：0，&：$+1$。对于任意符号串，从左到右计算符号个数的累积数量：公式正好就是那些产生值为 -1 的符号串，而中间计算出来的值都大于等于 0。由于合式公式的递归性质，这一简单的做法是有效的。其次，再次回到我们模型的这一额外特征。我们的确猜想 *PROP-L* 中模态语言的模型检测是可判定的。上述算法提供了许多关于模型的类型结构的信息，我们将进一步展示这一点。

9.5.3　可实现的类型

在逻辑中，称一个公式在模型中是可实现的，如果存在相应模型论域中的对象。模态逻辑中，模型 $\boldsymbol{M}$ 的可实现类型是在 $\boldsymbol{M}$ 中至少在一点上满足的公式。在给定的语言模型中，并非所有范畴语法类型或它的模态逻辑必须是可实现的！后者的模态理论可能排除一些内容。如果接下来的模态语言具有所有三个范畴算子 $\cdot$，$\rightarrow$，$\leftarrow$，那么不难看到有下列结果。

事实 2　类型 $t\rightarrow t$ 在 *PROP-L* 中是空的。

理由是公式不能被拓展到右边去形成新的公式。顺便，下面的事实将揭示在 *PROP-L* 中的模态逻辑中如何有：$\neg\ (t\ \&\ (t\cdot_1 T))$

在任意给定的模型中，我们真正关心的是那些类型出现：

事实 3　*PROP-L* 中可实现的类型仅仅是那些一阶类型 $t, t\leftarrow t, (t\leftarrow t)\leftarrow t, \cdots$ 以及从它们能 *LC*-可推演的类型。

为了证明这个，我们需要下列有效的乘积表，表示三种原子 t，T（真），$\perp$（假）的二元箭头联合$\rightarrow$，$\leftarrow$：

(a) 任意以 T 结尾的蕴涵变为 T;

(b) 以 $\perp$ 结尾的蕴涵变为 $\perp$，下一个情况除外；

(c) 任意以 $\perp$ 开头的蕴涵变为 T;

(d) 剩下的蕴涵 $t\rightarrow t(\ :=\perp), T\rightarrow t(\ :=\perp), t\leftarrow T(\ :=\perp)$;

(e) 最后 $t\rightarrow t$，它是一阶可接受的联合。

关于 *PROP-L* 的另外一个结果可以马上从前面提到的算法中得到。

事实 4　每一对象满足形式 $t\cdot(t\leftarrow t)$ 的积类型，其中 t 是类型的有穷积：即 $t=t^*$。

关于这一模型更多语义特性，我们提及下面的结果。

事实 5　每一对象（即符号串）具有唯一定义它的有穷类型。

这样，对象具有*首要类型*，在模型的模态理论中，所有其他类型都可以由这些首要类型得到。上述结果也反映了范畴语言的首要类型。

9.5.4　递归的句法

逻辑句法系统预先赋予下列符号以相应的类型：

$$p\ 为\ t, \neg\ 为\ t\leftarrow t, \&\ 为 (t\leftarrow t)\leftarrow t。$$

从而，我们可以预先规定某些符号具有函数类型，用来代替在已经存在的模型中

通过分析发现它们的类型。于是采用重复的分离规则或者函数贴合，类型 t 相对于合式的命题公式就是可推演的了。我们的模态语言在这里依然起作用。令它具有所有范畴算子的模态，命题字母 t 表示基本类型，“名字性词”“p”，“¬”，“&”正是 *PROP-L* 中对应的那些符号。于是我们可以表述含有模态公式的符号的性质，例如，

$E(\text{‘}p\text{’}\,\&\,\neg\,(T\cdot_1 T)\,\&\,t)$　　　　p 是类型 t 的符号

$E(\text{‘}\neg\text{’}\,\&\,\neg\,(T\cdot_1 T)\,\&(t\leftarrow t))$　　　　¬ 是类型 $t\leftarrow t$ 的符号

模态逻辑编码命题句法的一些基本事实是更重要的，如前面提到的$\neg\,(t\,\&(t\cdot_1 T))$表明公式的初始片段永远不能成为公式。所以，*PROP-L* 的模态逻辑同时是初等的句法系统。最后的问题是如何协调 *PROP-L* 上的两种观点？我们应该规定¬ 具有 $t\leftarrow t$ 类型还是通过模型检测发现它？两种观点在实践中是共存的。一种通过归纳达到表达的某些类型，正如范畴学习算法那样。不过一旦在有穷样本中形成稳定赋值，我们可以采用它去分析深层的表达式——迫不得已的时候才作修正。从逻辑的角度看，这就需要考虑 *PROP-L* 的有穷模型，考察它们成长过程中相对完整模型的收敛（van Benthem, 2003）。

9.5.5 模态固定点（续）

上述现象背后通常的命题公式递归句法系统需要在我们的语言基础上进行固定点扩张，即 9.4.4 节提到的模态 μ-演算。它可以写为如下形式：

$$t\leftrightarrow\mu q\cdot\text{“}p\text{”}\vee(\text{“}\neg\text{”}\cdot_1 q)\vee((\text{“}\&\text{”}\cdot_1 q)\cdot_1 q)$$

这里“μ”是用来定义模型中满足某个等价关系的最小对象集 q 的最小固定点算子，从而反映通常的归纳句法定义：

$$q\leftrightarrow\text{“}p\text{”}\vee(\text{“}\neg\text{”}\cdot_1 q)\vee((\text{“}\&\text{”}\cdot_1 q)\cdot_1 q)$$

这样的最小固定点总是存在的，因为用来计算新逼近的集合算子（它来自连续的 q，后者通过等价关系右手边定义得来）相对集合包含关系来说是单调向上的。其中的理由是在“p”$\vee(\text{“}\neg\text{”}\cdot_1 q)\vee((\text{“}\&\text{”}\cdot_1 q)\cdot_1 q)$中出现的命题字母 q 是句法肯定的。

类似上面的归纳定义也出现于更一般的上下文无关文法中。它们在某个实时递归法（simultaneous recursion）中定义一类谓词——不只是“S”，而且还有辅助的范畴，由此产生的语言也是相应算子的最小固定点。这一定义风格的背后也有相应的逻辑。*CFG*-语言可以在有穷阶段中被计算，终结于阶段 ω。并不是所有固定点定义都展示这样的稳定性——不过我们还有充分条件：

事实 6　如果它们的定义中具有特殊句法 $\mu q\cdot\phi$，ϕ 由下面的情况构造：

（a）原子 q，（b）任意不含 q 的公式，（c）&，∨和 · i，那么最小固定点能够通过逼近阶段 ω 而达到。

9.5.6　论域模型

9.5.6.1　类型层级

蒙太格语义学在某种类型的语义域中来解释表达式，这里的类型与这些表达式的语言学范畴相对应。于是，模型是集合论的类型层级，或者换句话说，是 λ-演算的标准模型。在上述术语中，试想那些论域 S 由某些类型层级组成的 D-模型，这些层级类型建立于原始类型组成的基本论域之上，具体的构造采用下列规则：

$$D_{A\cdot B} \text{ 是 } D_A \times D_B \text{ 的卡氏积}$$

$$D_{A\rightarrow B} \text{ 是完整的函数空间} {D_B}^{D_A}$$

更一般的模型具有的函数论域只是完整空间 ${D_B}^{D_A}$ 的子集。倘若我们设定：

Rx, yz 当且仅当 x 是 y 和主目 z 贴合的结果，那么所有这些都可以作为我们模态类别的模型。这些模型的模态逻辑将反映函数贴合的个体特征。例如，相对毗连结合律是有效的，但对函数贴合来说没有意义：如果 f 能够用 g 和 h 贴合得到 $f(g)$ 再到 $h\ (f(g))$，那么根据类型限制性条件，与 $h\ (f(g))$ 等价的 $h\ (f)\ (g)$ 不是合式的。函数组合是满足结合律的，这在下一节的“箭头模型”中可能会满足得更好。但这与我们早些时候提到的模型还有显著的差异。论域模型支持两种自然的三元组合关系。第一种就是刚刚提到的函数贴合，第二种则是这样一种有序对的信息：

$$Sx,\ yz \text{ 当且仅当 } x \text{ 是有序对}(y,\ z)$$

原则上说，两个三元关系 R，S 是相互独立的语义初始关系。但是它们可以通过计算模态框架原则（为卡氏积和蕴涵设计的核心有效性）来相互制约，请看例子：

事实 7

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) \Rightarrow (A \times B) \rightarrow C \text{ 对应 } \forall xysuv:$$

$$(Ry,\ xs\ \&\ Ss,\ uv) \rightarrow \exists z\text{: } Rz,\ xu\ \&\ Ry,\ zv$$

采用标准的模态框架对应技术可以证明上述结果。

9.5.6.2　范畴解释

类型论语义学的动机是兰贝克演算（带有排列 LPC）相对 D-模型的可靠性，另外还有研究阅读矢列有效性的问题。在语言模型中，这是简单的集合包含问

题。但是，如 A，$A \to B \Rightarrow B$ 这个兰贝克矢列在这样的意义下并不是有效的。因为，卡氏积 $D_A \times D_{A \to B}$ 中的对象不在论域 D_B 中，它们只在那里通过贴合来生成对象。这一次，解释没有通过包含关系进行，而是通过构造：

给定前提类型论域中任意的对象集，那么存在这样的对象，使得它在结论类型的论域中 λ-可定义。

论域模型的单纯模态逻辑是平凡的，因为句法上不同的类型能够生成非平凡基础集之上的语义论域。可能有人说，我们考察的其他模型可以通过相互可推演性界定类型。这一差异确实提出了范畴推演的语义角色这样的问题。存在更细化的范畴论层面的模型，那里的构造本身就是语义对象，而不只是句法符号串或者语义状态的转换（它们形成构造的结果）。在 9.8 节，我们将再次回到证明语义学和主流模态语义学对比这样的议题中。

9.6 关系模型和箭头模型

9.6.1 动力学

在 20 世纪 80 年代后期，产生了一种令人惊讶的对于兰贝克演算的不同解释。任意过程可以被看做是在某个空间中的可能转换集，即状态之间的二元关系。现在我们可以把范畴表达式 A 解释成某个集合 S 上的二元关系，同时把积看成是关系组合，它们和左右箭头的具体表述如下：

$$A\ ;\ B = \{(s,t) \mid \exists u: Asu \ \&\ But\}$$

$$A \to B = \{(s,t) \mid \forall u: Aus \to But\}$$

$$B \leftarrow A = \{(s,t) \mid \forall u: Atu \to Bsu\}$$

关于原子类型的任意二元关系赋值于是可以提升至所有范畴的关系。这些转换关系的动态模型是前面提到的三元模型的特殊情况，其中的对象是状态的有序对，并且满足

$$R(s,t),(x,y)(u,v) \text{ 当且仅当 } s = x \ \&\ y = u \ \&\ t = v$$

这一解释强调句法联合的过程特征，它处于一个高度抽象的水平。于是通过这些术语，称一个范畴矢列是*有效的*，如果在每一 R-模型中，所有前提关系（按陈述的顺序）的关系组合包含于结论关系中。Andréka 和 Mikulás（1993）采用兰贝克演算证明了下面的结果：

定理 5 一个矢列是 LC-可证的当且仅当它是关系有效的。

此结果表明范畴演算可以公理化关系代数或动态逻辑的一小部分。关于组合

加上所有二元关系的布尔算子的完全一阶理论是不可判定的——如 9.3.3 节表述的那样，我们可以再次得到精选的片段。不过也有另一种观点。

9.6.2　箭号逻辑

关系集合代数的不可判定性反映了可用的转换 $S\times S$ 的完整幂集的丰富结构。但我们也可以只允许一般模型有那些满足某些限制性条件的转换。于是，关系代数变成可判定的了（Németi，1985）。这一进路导致了箭头模型的产生（van Benthem，1991；Venema，1996；Kurtonina，1995）。它们的结构如下：

$M=(A,\ C^3,\ R^2,\ I^1,\ V)$，$A$ 是对象集，称为承载三个谓词的“箭头”：

$C^3\ x,\ yz$ 表示 x 是 y 和 z 的组合

$R^2\ x,\ y$ 表示 y 是 x 的逆

$I^1\ x$ 表示 x 是恒等箭头

我们还可以把箭头看做是有序对或者某个范畴中的态射。当然对于后一种情况，逆并不总是能定义的——但是这并不意味着其他情况也是这样。不同的箭头可能编码出相同的有序对 <输入，输出>，但并不是每一个这样的有序对需要匹配一个可用的箭头。箭头模型的模态语言的解释照常，核心的两个模态词如下：

$\boldsymbol{M},\ x\models\phi\cdot\psi$ 当且仅当存在 $y,\ z$ 使得 $C\ x,\ yz$ 并且 $\boldsymbol{M},\ y\models\phi$，$\boldsymbol{M},\ z\models\psi$

$\boldsymbol{M},\ x\models\phi^{\vee}$ 当且仅当存在 y 使得 $R\ x,\ y$ 并且 $\boldsymbol{M},\ y\models\phi$

可以找到上述模型的极小逻辑，即不含任何限制性条件（参阅本文引用的相关文献以及后面的内容）。在这之上，其他更多的公理可以表述限制性条件。具体地，为了方便，假设逆是一元函数 r，那么下面的两个框架条件可以制约逆和组合的相互作用：

$(\phi\cdot\psi)^{\vee}\rightarrow\psi^{\vee}\cdot\phi^{\vee}$ 当且仅当 $\forall xyz$：$C\ x,\ yz\rightarrow C\ r(x),\ r(z)r(y)$

$\phi\cdot\neg(\phi^{\vee}\cdot\psi)\rightarrow\neg\psi$ 当且仅当 $\forall xyz$：$C\ x,\ yz\rightarrow C\ z,\ r(y)x$

有了上述条件，我们不再需要那些分离的模态积，因为我们可以把组合三角看成类似图 9-1 的结构：来自任意的采用了逆的箭头。

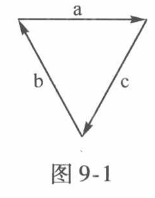


图 9-1

许多公理使得箭号逻辑是可判定的。但一个不好的开端是结合律，它可能在总体上导致上述逻辑不可判定，正如关系集合代数那样：

$$(\phi \cdot \psi) \cdot \chi \to \phi \cdot (\psi \cdot \chi)$$
当且仅当
$$\forall xyzuv: (C\,x,\ yz\ \&\ C\,y,\ uv) \to \exists w: (C\,x,\ uw\ \&\ C\,w,\ vz))$$

9.6.3 范畴连接

上面的“逆/组合”第二定律牵涉一类蕴涵，不妨回顾一下范畴律 $A \cdot A \to B \Rightarrow B$。的确，9.2.3 节中模态转换对应的范畴，或者 9.6.1 节中 R-模型中相关的真值条件拓展了这样的设置。以下是核心条款：

范畴 $A \to B$ 可以在箭号逻辑中翻译成$\neg(A^{\vee} \cdot \neg B)$

Kurtonina（1995）展示了在这样的方式下如何把现有的范畴逻辑变成箭号逻辑，并且有时反过来也成立。不过需要注意的是，范畴解释的负担现在可以由箭头的逆算子部分地分担。于是，范畴语法的动态解释在一定程度上再次转换了考虑问题的视角。

9.6.4 语言扩张

类似语言模型，箭头模型可能相对模态语言提出额外的算子。例如，在处理行动的无限制重复时，我们能够自然想到迭代算子的副本（van Benthem，1996：第八章）：

$M, x \models \phi^*$ 当且仅当 x 是 C-组合的某个序列的结果，这个序列是 M 中满足 ϕ 的某个有穷箭头集。

如果没有结合性质，这就并不意味着，x 可以从给定的满足 ϕ 箭头的每一联合路径中得到。总之，对关系代数高度复杂性的注意是箭号逻辑产生的原因之一，箭号逻辑通过找到更广泛的模型类，有时甚至通过支持扩充的词汇来弥补这个缺陷。对于广义的范畴分析，具有选择性的模态语言似乎是合理的，它们的词汇反映了有关抽象模型来源的稍稍不同的直观。

9.7 向量模型

9.7.1 数量不变性和数字模型

最后讨论的模型论似乎会偏离范畴推演的典型模型论特征。不妨回顾一下范畴矢列的数量不变性的计算情况（van Benthem，1991）。就是说，从两个原子类型 e，t 出发，我们可以为每一个范畴表达式计算出两个矢量（*e-count*，*t-count*）：

$$e\text{-}count(e) = 1, e\text{-}count(t) = 0$$

$$e\text{-}count(A \cdot B) = e\text{-}count(A) + e\text{-}count(B)$$
$$e\text{-}count(A \to B) = e\text{-}count(B) - e\text{-}count(A)$$

计算 *t-count* 的方式类似。对于 *LPC* 中兰贝克可推演的矢列，所有关于全部前提和结论的数量是相同的。计算数量正如整数矢量的论域中递归计算指称那样，van Benthem（1991）介绍了 *N*-模型，其中范畴表达式指称这里的矢量集。具体解释规则如下：

$$VA \cdot B = \{x + y \mid x \in VA, y \in VB\}$$
$$V_A \to B = \{x \mid \forall y \in VA: x + y \in VB\}$$

由于矢量加法满足交换律，对其他箭头的解释也是类似的。*LPC* 在以集合包含关系出现的矢列这样的模型解释中是可靠的。反过来的完全性问题还是一个开问题。

9.7.2　几何模型

向量模型类似几何模型，我们可以进一步研究两者之间的联系（van Benthem，1999；Aiello and van Benthem，2002）。这导致我们把它同数学词态学进行多种类比，如可以把映像上的基本算子理论看成是三维实数空间 IR^{33} 的矢量集。在这样的背景下，范畴表达指称空间中的区域，前面提到的两个算子现在分别变为映像的矢量和（对于 $A \cdot B$）以及闵科夫斯基侵蚀（对于 $A \to B$），其中后者蕴涵的前件指称用来“平滑”后件对应的映像这样的区域。
此类解释的一个图例见图 9-2。

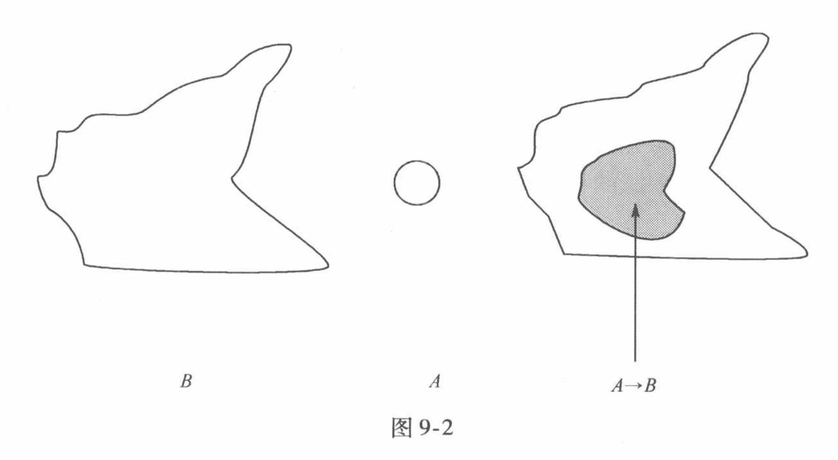


图 9-2

这次，范畴是空间中的实区域，句法联合概念变成了图形中的几何转换。

当然，这些模型也可以解释箭号逻辑（9.6.2 节）的整个语言，包括类似线

性矢量逆 $\neg X$ 的箭头反转。而且，它们还使规定的箭公理有效。然而，公理化矢量空间的完全的箭号逻辑还是个开问题。总体来说，在这样的解释下，范畴逻辑既不是句法学也不是动力学，这次它的一切都是关于几何结构的！

9.7.3　变更语言

研究问题的几何角度可以再次为我们提供新的模态算子。例如，布尔算子可应用于数学词态学中，而且迭代也可以有意义。对于任意的矢量集 A，迭代 A^* 表示所有矢量的有穷和，它的结果是由矢量生成的在矢量和下封闭的子空间。当然，如果想要真实的线性子空间的话，那么我们必须找到一个标量乘积（scalar multiplications）λX 的模态或者范畴描述。

9.8　比较和整合

本节将总结我们为范畴逻辑提供的模型研究。这一研究的多样性本身也提出了许多问题。例如，差异能否达到平衡？诸如 LC 的范畴演算是否能够通过对应不同模型的模态逻辑的交叉得到描述？或者它们的差异是否只是表面现象，即那些模型实际上是相关联的，并且它们对应的逻辑是可比较的？

9.8.1　模型类比较

下面的部分联系来自 van Benthem（1991）。从 L-模型到 R-模型，符号串集上的语言 L_A 可以映射至符号串论域上的二元关系，并把它们看成状态

$$R_A = \{(x, xy) \mid y \in L_A\}$$

这一映射是布尔算子、积 $A \cdot B$、右蕴涵 $B \leftarrow A$ 以及恒等元的同态映射。这使得关于上述算子的箭号逻辑成了语言模型上的模态逻辑的子集。其次，从 R-模型到 L-模型的转换方向要难些。就是说，下面的模态原则在符号串的语言模型中是有效的，但在含有二元关系的动态模型中却不一定有效（Id 表示语言中的空串或者恒等关系）：

$$((-(x \cdot x) \cap x) \cdot (-(x \cdot x) \cap x)) \cap Id = \bot$$

于是我们有必要处理这样的事实：在不去除语言模型中运算的同时，使动态模型中的运算能够更加自由。正如前面陈述的那样，前者主要针对阅读和写作，而后者与更加复杂的文本处理有关。关系模型和向量模型之间的联系并不那么直接，因为 IR^k 中的矢量是处于点模长和方向之间的箭头等价类。

如同模态模型之间存在互模拟关系一样，我们也可以寻找各种模型之间粗糙的模态相似概念（对于更加合适的范畴互模拟性，请参阅 Kurtonina 和 de Rijke

(1997)、van Benthem (1996) 的论著。前面提到的二元关系的符号串表达式暗示了这样的联系。它能诱发建立一个从有序对 (x, xs) 到符号串 s 之间的映射 F。显然 F 保持转换组合到符号串毗连这样的性质。此外，它还满足一个 Z 字形条款：

如果符号串 $s = F((x, xs))$ 是 $t^\frown u$ 的毗连，那么 t, u 是 (x, xt), (xt, xs) 相应的 F-映像。这一向后向前的联系可以扩展到右向蕴涵 $B \leftarrow A$。于是，F 是模态语言 $\{\cdot, \leftarrow\}$ 的函数型满射的互模拟，关系模态的完全模态理论包含于上述的语言模型中。

然而，我们关于不同模型类之间更系统化的比较看起来是有益的。箭头模型可能是这里最具统一性解释力的，同它相比，其他类型只能算是特例了。

9.8.2　模型类整合

另一种意义上的统一工作来自现实任务。例如，范畴语法经常一前一后地处理下述事情：句法分析和语义构造。这意味着同时存在 L-模型和 D-模型。语言 L_A 中的符号串在类型域 D_A 中具有指称。现在的问题是，这一联系的强度到底有多大？如果不进入具体的证明和构造，我们就不能够真正地模拟复合语义学的细节。不过，van Benthem (2003) 在这方面有进一步的细节讨论。

9.9　结　　论

本文标题中的“十字路口”实际是指这样一个事实，范畴语法是许多语义世界的交汇点，如句法模型、过程模型、几何模型等。它的语言虽然小，却是精心选择的这些结构之上的自然模态逻辑的片段。从这样的角度，范畴语法就像处于地图中一个有趣的位置，并且还提出了许多有趣的新问题。如果能够避免斯蒂芬·李科克小说中的骑士那样“疯狂地朝每一个方向骑马”，在十字路口生活也不失为一件美事。

参 考 文 献

Adriaans P. 1990. Categoriale Modellen voor Kennissystemen. *Informatie*, 118 ~ 126

Aiello M , van Benthem J. 2002. A Modal Walk through Space. In: Balbiani P, eds. *Issue of Journal of Applied Non-Classical Logics on Spatial Reasoning*

Andréka H, Mikulás S. 1993. The Completeness of the Lambek Calculus with Respect to Relational Semantics. *Journal of Logic*, *Language and Information*, 3: 1 ~ 37

Barwise J , Moss L. 1997. *Vicious Circles*. Stanford: CSLI Publications

Blackburn P, de Rijke M , Venema Y. 2001. *Modal Logic*. Cambridge: Cambridge University Press

Buszkowski W. 1982. *Lambek's Categorial Grammars* [Dissertation]. Poznan: Mathematical Institute, Adam Mickiewicz University

Buszkowski W. 1986. Completeness Results for Lambek Syntactic Calculus. *Zeitschrift fuer mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 32: 13 ~ 28

Buszkowski W. 1987. Discovery Procedures for Categorial Grammars. In: Klein E , van Benthem J, eds. *Categories, Polymorphism and Unification*. Centre for Cognitive Science, Edinburgh & Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam. 35 ~ 64

Buszkowski W. 1997. Mathematical Linguistics and Proof Theory. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of logic and language*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers. 638 ~ 738

Dalrymple M, Lamping J, Saraswat V. 1993. LFG Semantics and Constraints. In: Krauwer S, Moortgat M, des Tombe L, eds. 1993. *Proceeedings 6th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics*. Association for Computational Linguistics. 97 ~ 105

de Haas E. 2001. *Logics for OO Information Systems* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Doets H. 1996. *Basic Model Theory*. Stanford: CSLI Publications

Gabbay D. 1996. *Labelled Deductive Systems. Oxford*: Oxford University Press

Harel D, Kozen D , Tiuryn J. 2000. *Dynamic Logic*. Cambridge, Mass: The MIT Press

Kanazawa M. 1994. *Learnable Classes of Categorial Grammars* [Dissertation]. Department of Linguistics, Stanford University. ILLC series 1994 ~ 2008

Kerdiles G. 2001. *Saying it with Pictures, A Logical Landscape of Conceptual Graphs* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Kurtonina N. 1995. *Frames and Labels* [Dissertation]. OTS, University of Utrecht & ILLC, University of Amsterdam

Kurtonina N, de Rijke M. 1997. Bisimulations for Temporal Logic. *Journal of Logic, Language and Information*, 6: 403 ~ 425

Moortgat M. 1997. Categorial Type Logics. In: van Benthem J & ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers: 93 ~ 177.

Németi I. 1985. The Equational Theory of Cylindric Relativized Set Algebras is Decidable. Budapest: Mathematical Institute, Hungarian Academy of Sciences. 63/85: 38

Pentus M. 1993. Lambek Ghrammars are Context-Free. *Proceedings 8th Annual Symposium on Logic in Computer Science*. 429 ~ 433

Spaan E. 1993. *Complexity of Modal Logics* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Spaan E. 2000. Poor Man's Modal Logic. In: Gerbrandy J, et al., eds. *JFAK, Essays Dedicated to Johan van Benthem on the Occasion of his 50th Birtday*. Amsterdam: ILLC

van Benthem J. 1991. *Language in Action*. Amsterdam: North-Holland, addenda, MIT Press, 1995

van Benthem J. 1996. *Exploring Logical Dynamics.* Stanford: CSLI Publications

van Benthem J. 1999. (Manuscript). Amsterdam: Institute for Logic, Language and Computation

van Benthem J. 1999 ~ 2002. Logic in Games (Iecture Notes). ILLC Amsterdam & Stanford University

van Benthem J. 2003. Categorial Grammar Revisited. In: Casadio C, Scott P J, eds. *Festschrift on the Occasion of Jim Lambek's 80th Birthday*

van Lambalgen M. 1995. Natural Deduction for Generalized Quantifiers. In: van der Does J, van Eyck J, eds. *Quantifiers, Logic and Language* (CSLI Lecture Notes). Vol. 54. Stanford University. 225 ~ 236

Venema Y. 1991. *Many-Dimensional Modal Logic.* Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Venema Y. 1996. A Crash Course in Arrow Logic. In: Marx M, Masuch M & Pólos L, eds. *Arrow Logic and Multimodal Logic.* Studies in Logic, Language and Information, Stanford: CSLI Publications. 3 ~ 34

10 自然语言的范畴微细结构*

郭美云　于　宇/译　琚凤魁/校

10.1　从蒙太格语法到范畴语法

从古至今，逻辑学和语言学一直有着十分密切的关系（Gamut，1991）。从亚里士多德的语法范畴到罗素的基于数学的类型论，这段历史中反复出现的一个主题就是语言和本体论的范畴结构。随着逻辑学和语言学的发展，它们之间出现更多的桥梁，其中 Lambek（1958）对其在精致程度方面有一个很大的发展，其领先于其时代其多年。对自然语言的大规模的逻辑分析开始于 1970 年前后，这归功于蒙太格的著作（Montague，1975；Partee，Hendriks，1997）。这个系统在下列体系结构中连接起语言结构和逻辑语义。关键的深层结构是通过语法构造规则形成的语形树。一方面，这些语形树通过一个明显的消去映射除去了所有的范畴符号、括号、索引和该理论上的其他实体，从而阐明实际中的表层表达式。另一方面，在语义上这种通过明确方式构造出来的语形树能够被组合性地翻译成人工语言中的逻辑公式，当然，这种人工语言得足够丰富，蒙太格选择的是一种内涵类型逻辑即 *IL* 的语言（Gallin，1975）。实际上，这种方法是把语形范畴同语义类型对应起来。这些逻辑公式都有标准的组合型模型论语义解释，并且通过两个同态关系与自然语言对应起来。另外，我们也可以直接对语形树做模型论解释，这样我们就有图 10-1。

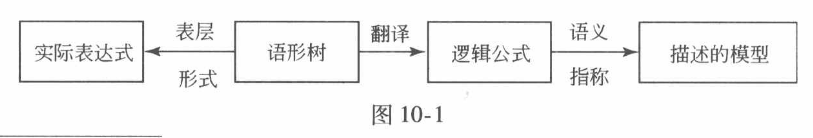


图 10-1

---

* The Categorial Fine-Structure of Natural Language. In：Casadio C，Scott P J，Seely R A G，eds. *Language and Grammar：Studies in Mathematical Linguistics and Natural Language*. Stanford：CSLI 168，2005. 3～29

这个装置的表达力是巨大的（Janssen，1983）：它能够识别和解释所有的 *RE* 语言，并且就像图灵机能够处理真实的计算一样，它能够处理自然语言。因此，到 20 世纪 80 年代，人们感到需要对蒙太格机器所能够做的进行有意义的限制。数理语言学家已经掌握了从简单的正规逻辑到复杂的 *RE* 自然语言语法层级。在逻辑 - 语义方面，能有一个简单的微细结构参量吗？事实上，上面的这个设计提供了一些立足点。尽管它的语形树运算是巴洛克式的，但在实际中，绝大多数运算都等同于某种形式的语形毗连，从而产生一个范畴函数 - 主目的复合。同样，带有语义学的逻辑形式也表明其在全部高阶逻辑里的表达力水平。

接着，范畴语法重新返回历史舞台。在语形方面，Buszkowski（1982）使兰贝克语法得以复兴，并且，通过一系列颇有影响的论文，布斯考夫斯基指出了兰贝克语法的语言学兴趣和数学深度（Buszkowski，1997）。沿着这个发起的传统，Moortgat（1997），Morrill（1994），Gabbay、Kempson 和 Meyer Viol（2000）都想办法建构一个精确严格的证明论，其中不同的范畴推理规则和模态词汇都被组合在一起，以便适应各种语言现象。与此同时，也有人结合线性逻辑和广义子结构逻辑来研究这个问题（Restall，2000）。同时，1980 年前后，我也正在思考在蒙太格语法的巴洛克式结构内部形成语言意义组合所需要的最小限度的黏合问题。受到吉奇（Geach，1972）的启发，我定义了一个范畴演算系统，它把单一出现的 λ-项和推演联系起来，并且注意到前提和结论之间的出现次数具有不变性这样好的组合特征。然后，通过参考 Lambek（1958）、van Benthem（1983）的观点，表明了兰贝克推演是如何一一对应到特定的线性 λ-项的。现在通用的术语“兰贝克演算”似乎应该归功于我——尽管听众总是抱怨在我超快的讲演中，他们难以把它和“λ-演算”区别开来。我花了很长时间才意识到这是在非经典证明演算中重复发明了卡里 - 霍华德同构。但是，既然这些原本就有，那么就可以提出一个包括语言模糊度研究的微细结构问题，即自然语言表达式的不同读法的精确数量问题。我与兰贝克的命运中的相遇的最终结果是（van Benthem，1991），它在很多方面将逻辑与语法连接起来。在这篇文章中，我将探讨一些尚未被解决的问题，同时也将涉及一些新主题。

10.2　类型论视野中的自然语言

范畴演算与类型论密切相关，因此，它为理解自然语言提供了一个基于范式的证明论 λ-演算系统。数理逻辑和语言学之间的这种匹配是自然而然的并且硕果累累。但是，作为分析自然语言的一个通用机制，它也提出了一些开放性问题，这些问题都与范畴证明的语言学角色有关。

10.2.1　范畴推演和计算意义

在兰贝克演算中，范畴推演有多种版本，但在一定程度上都包括这种形式的二元断定：

表达式 E 有语形范畴 C，词项 τ 有语义类型 a

而且这两种观点相继发挥作用，通过使用相关的语义类型，对带有语形范畴的一串词语进行语法分析，就能够产生一个相匹配的指称描述。这种把语法分析当做演绎（parsing-as-deduction）的证明论思想在可计算性方面有很大吸引力，因为它是组合性的并且它免费提供了语义。例如，语形和语义类型的结合，类型串

$$feed_{e\to(e\to t)} \qquad all_{(e\to t)\to((e\to t)\to t)} \qquad penguins_{(e\to t)}$$

等同于从这三个前提关于类型 $e\to t$ 的一个范畴推演，与其相联系的意义解决方法可以通过函数组合项给出：

$$\lambda x_e \cdot (\boldsymbol{ALL}(\boldsymbol{PENGUINS}))_{((e\to t)\to t)} \quad (\boldsymbol{FEED}_{e\to(e\to t)}(x_e))$$

在一个简化的形式中，用 σ：X 表示表达式 X 有意义 σ，对于符号串 $E = \langle E_1, \cdots, E_n \rangle$ 的分析，我们可以用一个带有断定 σ：X 的证明树图示见图 10-2。

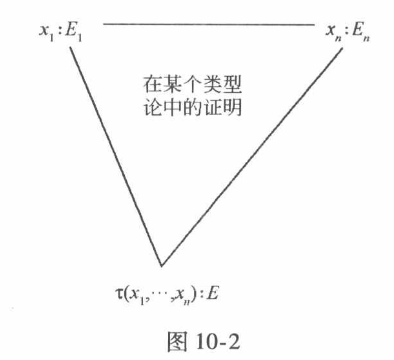


图 10-2

对于这个断定我们能够进一步增加其他信息：语形，甚至音位。因此，丰富的语法推演就变成了很好完成的形式证明概念（注释 1）。λ-演算和类型论是数理逻辑的生长点（Barendregt，1992），这些理论现在能引入自然语言的分析中来。而且，这些系统不仅致力于解决语形组合产生的困难，它们还对语言描述的参数提供了一个更一般的视角：在语言框架中的一个解释性急需品。通过改变驱动上述证明树的类型论演算的证明强度，这一范式预示着在语法中自然会出现一些变种。它的诞生被基于出现（occurrence-based）的子结构演算所证实，这和当年 Lambek（1958）的论断一样引人注目。而且，除演绎力之外，我们还可以通过改变类型形成运算的词汇表来改变表达力，从而产生出更多的语形控制器

Moortgat（1997）。因此，通过对于演绎力和表达力不同参数的设定，人类语言的广泛多样性就能产生出来。

是什么使得语言成为这个样子呢？这个问题引起了人们的兴趣，但是一直受到挑战。自然语言真的是围绕函项表达式旋转并且是以固定齿槽与函项表达式相勾连的吗？另外一个带有逻辑血统的选择是基于统一的语法（unification-based grammars），它把来自不同根源的等式制约相融合：语形、语义甚至语用。推动这种方法的等式逻辑同样有一个建立好了的传统（注释 2）。本文接下来将采取范畴的方法，虽然我们的很多观点有着更加广泛的应用。

范畴逻辑面向语言结构时提出了一些特殊的问题，而这已经超出了正确范畴和直接演绎的范围——因此，范畴语法就不再只是类型论一个殖民地了。我们讨论一些这样的问题（更多在注释中），主要关心这个演算的语义使用。这与蒙太格语法是一致的，蒙太格语法的影响更多是在语义上而不是在语形上。

10.2.2　证明步骤：什么是黏合（glue）？

类型论方法表明，λ-项：函项运用和 λ-抽象只能应用于系统的组合黏合。组合黏合是关于自然语言组成部分的意义组合。这些是通过卡里-霍华德同构进行的范畴蕴涵演算的证明步骤的逻辑副本。而且，通过语言学中的例子可以看到，这个黏合被限制到类型词项，它的 λ-算子和单独出现的变项相结合。如果自然语言想要约束更多的变项位置，更清楚地说。例如，要使得一个主语约束一个及物动词“*admire*”的两个主目，它要增加一个反身代词“SELF”，像这样的句子“Hyacinth admires herself”。SELF 是一个类型为（$e\rightarrow(e\rightarrow t)$）→（$e\rightarrow t$）的表达式，从字面上看，它的 λ-意义是：

$$\lambda R(e\rightarrow(e\rightarrow t))\cdot\lambda x_e\cdot R(e\rightarrow(e\rightarrow t))(x_e)(x_e)$$

这是明确涉及语形的一个特殊的 λ 黏合。

但是自由组合的问题比这个更复杂。自然语言中的一些结构表明我们可以免费得到一个更强的逻辑词汇表。例如，类型 e 中的专名可以作为类型 $e\rightarrow t$ 中的一元谓词（德语“der Heinrich”），这表明了对于单独词项中等词的自由使用。

$$\lambda y_e\cdot y_e = x_e$$

同样，一些形容词似乎具有布尔联结词的意义，一个“绿包”（greenbag）既是绿色的当然也是一个包：

$$\lambda x_e\cdot GREEN_{e\rightarrow t}(x_e)\,\&\,BAG_{e\rightarrow t}(x_e)$$

在语言学领域里，最有挑战的是自然语言里的量词模式。一个经典的例子：“每一个男孩都爱一个女孩”（Every boy loves a girl），它可以用一个直接的范畴模式来分析。首先分出第一部分“爱一个女孩”（loves a girl），然后再结合这个

名词短语“每一个男孩”（every boy）。但是许多量词结构不符合这种直接的组合，还表现出许多别的含义。例如，“Three managers owned ten Porsches”，它不只意味着有三个“ten Porsches”拥有者，也可以意味着三个经理一共拥有 ten Porsches。这就是所谓免费得到的累积性意义：但是它的黏合是什么？像这样的句子“The boys got one cookie each”情况就变得更复杂了。尽管在这个句子中没有明显的等词，但它很明显地表明从“boy”到“cookies”有一个一一对应的映射。这需要定义自由黏合，而这又再次超出简单的λ-演算的范围，因为它至少还要包含等词。最后，量词自由意义的组合在复数表达式和大量词项情况下会变得更复杂（van der Does，1992）。事实上，并没有固定的方法能够分析出量词结构在自然语言中表现出的所有意义（van Benthem，1989；Keenan and Westerstahl，1997）。

用更传统的逻辑术语来讲，我们并没有理解自然语言的所有非自足（syncategorematic）的组成部分，因此，应该将逻辑黏合加到演算中。在黏合中，单独出现的λ约束是突出的，但是我们可能同样需要等词和布尔联结词的自由使用。这后面再继续讨论。自然语言的证明范式中依然存在尚待进一步解决的问题：含糊（ambiguity）现象的程度和目的，即同一符号串的不同推演。这里我们暂且忽略（注释3）。

10.2.3 证明数据：对词条（lexical item）的语义限制

一个证明总是从某个初始步骤开始的。证明步骤就表明了对黏合组合的限制，而且也限制了黏合的最初材料。用语言学的术语说，一个表达式出现的意义和一个组合表达式一样都有一个词条部分。事实上，我们已经找到了满足系统语义约束的基本表达式的指称。λ-演算本身就是其中的一种类型。

10.2.3.1 转换的不变性

纯粹的λ-项指称类型论中的特殊对象，这些对象对于推理论域中对象的排列保持不变。这是一个一般的语义限制，它的逻辑历史至少可以追溯到塔斯基（van Benthem，1991）。值得注意的是排列遵守对象的同一性，因此，对象的同一性也出现在自然语言的语义中。像带有布尔联结词或量词这样的基本逻辑表达式具有排列不变性，而且像前面带有反身代词的其他语形表达式也同样具有排列不变性。所有这些例子说明了一个一般性的观点，这个观点自19世纪我们就已经从数学里知道了。许多语言范畴表明对于相应对象的适当转化都具有语义不变性。一般说来，这些转化可能保持了比对象的同一性更多的结构。例子是对时间副词的时态进行的保序转化，或者对空间前置词保持几何模式的转化。范本特姆在2002年提供了一个关于不变范式的更一般的逻辑视角，它的模型论很有吸引力，但同时也存在局限性（注释4）。

10. 2. 3. 2　布尔结构

另外一个关于语言表达式的语义约束是自然语言中普遍存在的布尔结构，它在我们关于黏合的讨论中出现过。在这里，我们主要考虑它在词条指称方面的隐含约束。例如，像“所有的”、“两个”、“大多数”、“足够的”（enough）等限定词表达式 D 是保守的，因为它们的第一个主目限制了整个断定的范围：

$$D(A, B) \text{ 当且仅当 } D(A, B \cap A)$$

但是布尔结构有比这更普遍的用法，所有的布尔类型在最终的真值类型 t 中都有一个自然的包含关系结构与之相对应（Keenan and Faltz，1985）。已经发现的许多进一步的语义限制涉及布尔结构。例如，某些语言表达式在它们的函数类型中指称布尔同态：可以再次举反身代词的例子（注释 5）。所有这些最终使得布尔结构成为自然语言的基本逻辑的一个候选者。这样一来，我们就需要一个更丰富的增加了通常意义的布尔算子的 λ-演算。例如，van Benthem（1991）把 H. 福瑞德曼的完全性定理扩展到这样的演算中——也有人在关于语形的线性逻辑中增加加性合取联结词（additive conjunction）（Moortagt，1997）。然而，公平地说，还有一些例外 Dalrymple 等（1995）如此丰富的范畴系统仍然不能解决自然语言蒙太格式语义中的所有问题。

尽管范畴推演、词汇和组合，所有这些信息在复杂的表达式中能够组合。但是以这种方式出现的整个系统中的许多细节还是没有得到正确理解。例如，在类型论的广阔函项空间里就有许多奇怪的问题。对于实际的语言表达式，我们如何更加现实地考虑其指称问题?

10. 2. 4　语法分析和推理：单调的情况

最后，布尔结构也指向了自然语言的另外一个方面。表达式被用来推理，作为解释自然语言的逻辑演算也应当遵守直观上有效的推理并且可以解释其根据。这拓展了逻辑演算所能处理的语言现象的范围，这种更精确的从语形和语义角度的分析方法在蒙太格主义传统中已经被强有力地得到了实现（Partee and Hendriks，1997）。特别地，布尔结构中包含关系≤像逻辑中的蕴涵一样，在整个自然语言的语义中是一个重要角色。例如，一个量词表达式“*All*（*X*，*Y*）”，允许有效推理图（图 10-3）。

$$\frac{All(X, Y) \qquad Z \leqslant X}{All(Z, Y)} \qquad\qquad \frac{All(X, Y) \qquad Y \leqslant Z}{All(X, Z)}$$

图 10-3

我们说“*All*”相对于它 *X*-主目上的包含关系是向下单调的，而在它的 *Y*-主目上则是向上单调的。基于如此的词汇观察，当表达式相对于它们的某一部分是单调的时，我们必须做出更为普遍的解释。例如，前面提到的那个短语“feed all penguins”相对于“feed”和“all”是向上单调的，但是相对于“penguins”是向下单调的。一个带有合适的布尔结构的范畴演算能够系统地解释这种情况（van Benthem，1986、1991）。由此而产生出关于单调 λ-项的开放性问题，我们将在 10.4 节的“自然逻辑”中进行讨论。

自然语言语形与语义之间的传统范畴分析和固有联系两者的一致性问题就讨论到这里。我们主要的声明是，尽管在意义组合方面兰贝克演算做了许多工作，但是仍然有一些系统性现象稍微地超出了它的范围，这似乎一直也都是逻辑本身存在的问题。因此，自由语义组合的基本结构或许有一点高出了类型论——但是，目前我们还不知道是哪里高出的。

我们现在把关于范畴装置的讨论扩大到其他逻辑的视野中去（10.3 节），然后再扩大到整个语言（10.4 节）。

10.3　模态范式的出现

自从 20 世纪 90 年代早期，对于范畴演算，人们就开始关注了另外一种语义形式，即具有可靠性和完全性的模型。这种氛围导致了从证明论和类型论到模型尤其是模态逻辑的转变。大致说来，范畴算子可以看做一个二元模态，通过在此基础上增加模态算子，这种观点被进一步加强（Moortgat，1997）。在这一节中，我们将概述这种范畴演绎的模型论语义，讨论它在自然语言中的一些用法，而且把它同最初的类型论方法进行一个比较。

10.3.1　一组模态模型

对于范畴演绎有许多模态解释。这里我们仅关注一些典型的例子——van Benthem（1991，2003）又提出了更完整的概观。

10.3.1.1　模态语言

直观上，兰贝克最初的语形演算涉及模型，这些模型的论域由某个初始字母表上的所有符号串组成，而语言本身就是由这些符号串组成的任意集合。例如，一个范畴的积 $A \cdot B$ 表示语言的明显毗连，而一个范畴的左蕴涵 $A \to B$ 表示一种向左看的函项符号串语言：

$$L_{A\cdot B} = \{s^\frown t \mid s \in L_A,\ t \in L_B\}$$

$$L_{A\to B} = \{s \mid \text{对于所有的 } t \in L_A : s^\frown t \in L_B\}$$

直到 1993 年，彭塔斯斯才证明在下列意义上结合性兰贝克演算 *LC* 相对于指定解释的完全性：

一个矢列 A_1，…，$A_K \Rightarrow B$ 在 *LC* 中是可推导的当且仅当对于一个语言模型中的每一个解释 *L* 来说，结论语言已经包含了前提语言的毗连。

10.3.1.2　进程模型

对范畴演算有吸引力的其他模型有一个更动态的特征，它包含状态转换。范畴在这里也可以被解释成二元转换关系，这样一来，产生范畴就变成了关系组合，并且带方向的箭头就变成了左右逆这样的关系组合。这也导致了语义条件的变化：

$$R_{A\cdot B} = R_A;\ R_B$$

$$R_{A\to B} = \{(s,\ t) \mid \text{对于所有的}(u,\ s) \in R_A : (u,\ t) \in R_B\}$$

有效的后承现在意味着，在任意这样的进程模型中，一个矢列向左组合关系必须包含在后承关系中。Andréka 和 Mikulas（1993）已经证明了进程模型的完全性。

10.3.1.3　向量模型

到目前为止，有一些向量模型，在其中，范畴表达式指称向量的集合，并且被看做是一个几何空间的区域。范畴算子则等同于数学形态学中关于象的闵科夫斯基运算（Aiello and van Benthem，2002）。向量模型对 van Benthem（1991）引入的数字模型进行了抽象，这是从推演范畴序列中不变体（invariant）的计算中获得的灵感。每一个简单的数字向量模型都表示一个不变体，这个不变体能被用来修剪证明搜索树。

10.3.1.4　抽象的三元模型

前面的模型有一个共同的一般形式：$M = (S,\ R,\ V)$。一个带有三元可及关系 $Rs,\ tu$ 的极小二元模态逻辑可以被读作："s 是语符串 t，u 的毗连"，"s 是 t，u 转换的组合"，等等。一个存在二元模态词的真值定义是：

$$M,\ s \models \langle\cdot\rangle\varphi\psi \text{ 当且仅当 } \exists t,\ u : Rs,\ tu\ \&\ M,\ t \models \varphi\ \&\ M,\ u \models \psi$$

为了得到范畴蕴涵式，我们需要三个模态来描述不同顺序的 *R* 组合，其可以叫做万能三元组（Venema，1991）：

$$M,\ s \models A \cdot_1 B \text{ 当且仅当 } \exists t,\ u : Rs,\ tu\ \&\ M,\ t \models A\ \&\ M,\ u \models B$$

$$M, s \models A \cdot_2 B \text{ 当且仅当 } \exists t, u: Rt, us \ \& \ M, u \models A \ \& \ M, t \models B$$

$$M, s \models A \cdot_3 B \text{ 当且仅当 } \exists t, u: Rt, su \ \& \ M, u \models A \ \& \ M, t \models B$$

一个嵌入了范畴演算的可判定的极小模态逻辑在三元模型中是有效的，因为范畴语法的三个基本算子可以翻译如下：

$$T(A \cdot B) = A \cdot_1 B$$

$$T(A \rightarrow B) = \neg(\neg A \cdot_2 B)$$

$$T(A \leftarrow B) = \neg(\neg A \cdot_3 B)$$

更多关于模型的结构是可以选择的。例如，如果我们额外增加相应的模态公理，乘积关系可以变成是满足结合律的。如果没有这个假设，这个给出的翻译就刚好使得非-结合的兰贝克演算（LC）有效——而有了它，我们就得到了 LC 的结合版本（Kurtonina，1995）。

三元模型是非常枯燥的。我们的最后一类模态模型是对于前面一些例子的通用结构，它保留了一些更为生动的直观。

10.3.1.5　箭头模型

我们可以把状态转换或范畴态射看做是允许组合的抽象箭头。在模态中，箭头模型的形式是：

$$M = (A, C^3, R^2, I^1, V)$$

其中 A 是带有三个结构谓词的抽象箭头的集合：

C^3x, yz	x 是 y 和 z 的组合
R^2x, y	y 是 x 的逆
I^1x	x 是一个恒等箭头

一个合适的模态语言关于两个模态有下列重要条件：

$$M, x \models \varphi \cdot \psi \text{ 当且仅当存在 } y, z \text{ 使得 } Cx, yz \text{ 且 } M, y \models \varphi, M, z \models \psi$$

$$M, x \models \varphi^{\cup} \text{ 当且仅当存在 } y \text{ 使得 } Rx, y \text{ 且 } M, y \models \varphi$$

一般说来，对于这样的模型同样有一个极小模态逻辑（van Benthem，1991；Venema，1996）。它的公理表达力受到限制。特别地，为方便起见，我们假设逆是一个一元函数 r，关于逆和组合相互作用的两个框架对应条件就要做出调整：

$$(\varphi \cdot \psi^{\cup} \rightarrow \psi^{\cup} \cdot \varphi^{\cup}) \text{ 当且仅当 } \forall xyz: Cx, yz \rightarrow Cr(x), r(z)r(y)$$

$$\varphi \cdot \neg(\varphi^{\cup} \cdot \psi) \rightarrow \neg \psi \text{ 当且仅当 } \forall xyz: Cx, yz \rightarrow Cz, r(y)x$$

有了这些之后，单独的模态乘积就不再有必要了，因为我们可以把像图 10-4 这种形式的组合三角形看做是由任何箭头通过逆得到的。

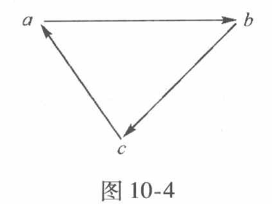


图 10-4

第二个逆/组合规则包含了一种蕴涵，回想基本范畴应用规则 $A \cdot A \rightarrow B \Rightarrow B$ 就不难看出。并且事实上前面提到的范畴到模态的翻译可以自然地扩展到这里：

范畴 $A \rightarrow B$ 翻译成箭头逻辑 $\neg (A^{\cup} \cdot \neg B)$

Kurtonina（1995）证明了如何通过这种方式把范畴逻辑转变为箭头逻辑，并且有时反之亦然。但是值得注意的是包含了箭头逆的范畴组合该如何进行。因此，一个范畴语法的动态箭头观点应运而生。

关于范畴演算的模态模型的介绍我们就到此为止。这里给出的所有例子概括了最初的语形语言模型。但是这种方法也能分析像蒙太格语义学中类型等级的语义模型（注释 6）。因为所有这些范畴模型都是从模态逻辑学家们通常的研究中直接迁移过来的，所以尽管它们带上了语言的特性，但同样也提出了一些关于逻辑的开放性问题。我们现在就讨论这种模态方法的一些一般性质。

10.3.2　模态的世界观

上述这些模型把范畴演算置于广义模态逻辑的背景当中。因此，范畴语言可以看做是模态语言的一个片断，模态语言的公式可以描述符号串的性质、向量、箭头等等。因此，现有的模态技术就可以用上。其中之一是翻译的系统使用，这种翻译是把模态语言翻译成相应模型上的一阶语言。下面我们来看三元模型上范畴表达式是如何进行的（Kurtonina，1995）：

$$A \cdot B \qquad \exists yz{:}Rx,\ yz \;\&\; Ay \;\&\; Bz$$

$$A \rightarrow B \qquad \forall yz((Ry,\ zx \;\&\; Az) \rightarrow By)$$

$$A \leftarrow B \qquad \forall yz((Ry,\ xz \;\&\; Az) \rightarrow By)$$

这个翻译很容易扩展到更多的范畴算子，如合取。这里值得注意的是一阶量词相应于模态算子的安保形式。这可以解释关于互模拟不变性的模态语义特征和模态后承的可判定性问题（Andréka，et al. 1998）。实际上，根据这个翻译，我们可以通过标准的一阶模型论来看待范畴模型中的问题。在接下来的部分中，我们有一些关于范畴和类型的可保持性的模型论例子。

更理论性地讲，翻译从以下方面对范畴语言进行了阐明。基本模态逻辑是一阶逻辑的可判定部分，并且一般说来，模态逻辑是保持表达力与可满足的复杂性

之间平衡的一种语言，而且还要能满足像模型检验这样的其他重要任务（Blackburn，de Rijke and Venema，2001）。尽管如此，在极小模态逻辑中可满足性是Pspace-完备的，并且对于完全的一阶逻辑安保片断来说，它是Exptime-完备的。从这种至上而下的观点来看，范畴形式化能够更进一步：它们是模态语言中可操作部分的一个缩影。例如，在非结合的兰贝克演算中，推演的时间复杂性可降低到 P（注释7，8）。在语义方面，范畴语言可以通过使用模态风格的互模拟具有不变性来分析，这种特殊的缠绕反映了一些布尔算子的缺失（Kurtonina and de Rijke，1997）。通过变换演绎力和字母表而形成的各种一阶逻辑片断还没有被系统图解。参见 Areces（2000）研究的混合逻辑和描述逻辑的相关情形以及 Kerdiles（2001）研究的关于一阶逻辑的其他非布尔片断。

最后，像类型论范式一样，我们的模态方法也有来自于语言分析领域的竞争者。例如，Blackburn（1995）的*模态语法*使用各种模态语言去描述作为语言主要结构的语形树。当我们为语言结构提供逻辑理论时，白磊本语法为重新定义语言学在本质上提供了一个更根本的模型论建议（Rogers，1996）。

10.3.3 一个说明：习得

我们现在来讨论从20世纪90年代开始的一个典型的新研究主题，部分原因是它本身所产生的吸引力，但是更主要的还是证明模型论观点还在起作用。

10.3.3.1 习得（learning）

范畴的语法分析预先假定了词汇表达式已经有范畴或类型。唯一的问题就是如何通过找出正确的范畴派生来解释一个给定的范畴组合。但是，一个语言使用者在拥有稳定的语言使用能力之前就已经习得了这样的范畴指派。近几年来，语言学家增加了对习得问题的兴趣。一方面通过一个函项的语形演算能够描述它，但是另一方面如何解释它为什么是可以习得的。没有一些这样的解释，一个语法范式就缺乏可信性。这些问题已经在范畴语法中断断续续出现了。Kanazawa（1994）证明了标准的范畴语言在 Gold 意义下是不能习得的，然而经过适当修正之后是可以习得的。Vervoort（2000）提出了一种实用的带有统计学意味的习得算法（这还要归功于 Adriaans（1992），在诸如《圣经·创世记》这样的文本全集中取得了一些成功）。事实上，一般推理的逻辑演算也应该关注相似的习得问题！在范畴的背景下我们对语法分析相对于习得做了一些语义上的评论。

10.3.3.2 习得范畴（learning categories）

范畴习得算法的有限输入集合处于增长之中，在每一个阶段它都为基本符号

计算好初步类型。在我们能够判定一个类型在某个有穷步上是否成立，并且能够判定之后是否成立这个意义上，什么能够保证这个程序是稳定的？一般说来，没有什么能够保证这一点，这可以从下面关于范畴的一个模态语言的语义分析当中看出。

考虑某个范畴语言模型，其代表目前我们所知道的断言集。我们只给出一些有基本类型 t 的表达式，而对于其他表达式，我们能够通过类型 t 使用乘积和蕴涵来计算出它是否有一个复杂的类型 a，并且计算的根据是前面语言模型中的真值条件。假设通过这种方法一个对象 x 似乎有类型 $t\to t$。现在，相应于新出现的断定，我们在模型中增加对象。那么，这个对象的类型可以改变。这是一个包含一阶类型 $t\to t$ 的解释（图 10-5）。

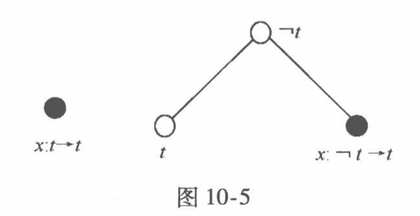


图 10-5

从此，就不会发生更进一步的变化了：增加的新对象不会改变$\neg\ t\to t$ 的真值。但是更复杂的情形就会不一样。考虑这样的一个二阶类型（$t\to t$）$\to t$。对于 x 来说，在某个模型中这可能是假的，因为有一个单独的 $t\to t$ 对象 y 在其左边，没有 y 这个毗连的话，x 将会是 t。但是像上面这样在 y 的空白处增加一个对象 z，使得它有 $t\to t$ 性质。那么，类型（$t\to t$）$\to t$ 对于 x 就变成真的了。但是，增加另外一个孤立的类型为 $t\to t$ 的对象，就又是假的了，等等。根据我们掌握的程序，当我们想习得我们语言中的新情况时，形式为（$t\to t$）$\to t$ 的二阶类型总是能引起我们的兴趣。

10.3.3.3　范畴指派和保持性

在一阶逻辑中，这些现象有一个简单的解释。首先要注意，我们的三元一阶翻译把所有的非嵌套的一阶类型——或者甚至，它们对应的模态公式——翻译成全称一阶公式，全称一阶公式的形式为“全称量词前缀——无量词部分”。例如，$t\to t$ 变为

$$\forall yz((Ry,\ zx\ \&\ Tz)\to Ty)。$$

这些公式一旦在某个模型上为假，那么它们在它的扩张模型中一直为假。事实上，根据沃施-塔尔斯基定理，在等值意义上，一阶存在公式正是在扩张模型中保持不变的那部分公式。但是二阶类型是一个全称-存在形式。例如，（$t\to t$）

$\rightarrow t$ 翻译成

$$\forall uv((Ru, vx \ \& \ \forall yz((Ry, zv \ \& \ Tz) \rightarrow Ty)) \rightarrow Tu)$$

（这里不要混淆范畴和一阶箭头！）它等值于

$$\forall uv \exists yz((Ru, vx \ \&((Ry, zv \ \& \ Tz) \rightarrow Ty)) \rightarrow Tu)$$

后面这个公式也有一个模型论特性。考虑一个收敛的模型族：这个族里的任意两个模型是其中另外一个模型的子模型。这些族代表一个一致的调查，如某个语言的一些样本。这些族的并就代表获得的全部信息。现在，一个一阶公式对于收敛的族的并具有保持性当且仅当它能够被一个全称-存在公式所定义（Doets，1996）。因此，一阶和二阶类型都有某些自然语义行为（注释9）。这些似乎是自然语言中遇见的最复杂的类型（van Benthem，1991）。这些评论看起来都是针对范畴语法的习得情形的模型论方面。

范畴实践中的其他问题也能用这种模型论的方式进行分析。另外有意思的一个例子是范畴的语法分析和它的语形和语义结构的系统组合（注释10）。

10.3.4 连接类型论和模态逻辑

可能在这一领域中最明显的方法论问题就是类型论和模态视角是如何被联系在一起的。在范畴语法的许多领域里，有些人试图对这一问题做出回答，像直觉主义逻辑，参见 Alechina 等（2001）、de Paiva（2002）的文章。在范畴的背景下，推演涉及指称语义类型论域中对象的 λ-项。这些对象比前面的模型串或箭头提供的对象指称更丰富。另一方面，两个领域有一个平行的二元语义形式，在这种语义形式中对象有抽象的一元性质：

对象 τ 的类型属于类型域 A

对象 s 满足模态公式 A

van Benthem（1998）表明两者可以在三元组合层次上相合，Rs, tu 读做"s 的值是应用函项 t 到自变元 u 的结果"。但是这隐藏了一些重要的差异，如有效性并没有包含上面模态模型的特性。例如：

一个矢列 $A_1, \cdots, A_K \Rightarrow B$ 是有效的，说的是存在某个只带有自由类型变项 $x_{A1,\cdots,AK}$ 类型 B 的 λ-项 τ。

因此，前提的对象例证必须能被转化为结论的一个例证。这样来看，模态模型是类型等级的一个投射，但是两者之间的联系仍然需要说明。另一方面，箭头模型表明范畴是类型等级的自然推广（Lambek and Scott，1986）。通过这种方法，就有可能把模态视角与范畴逻辑的范畴论分析相匹配（注释11）。

10.4　自然语言的推理结构

我们最后的一个主题是范畴语法在逻辑和语言这个大背景中的位置。和通常一样，我们只讨论一些特征和没有解决的问题。

10.4.1　不同层次的推理

范畴语法把语法分析看做一个推理形式。现在语法分析是一个固定的、很大程度上是无意识的进程，是先于许多我们从事的有意识的语言学进程：计划一个断定，回答一个问题，或者得到一个结论。自然语言中充满了这样不同目的的数学推理。正如有时说的，它有一个*自然逻辑*。这种机制在无意识句子解释层次上扮演了一个角色。例如，Kamp and Reyle（1993）证明了如何分析和生成正确的复数表达式，包括项是否指称个体或群体的语义推理（当 Anjuli 说“Farewell, my Lord and Light”时，我们就知道其后必须跟随一个单数动词）。另一种类型的推理，是在我们的逻辑课本中，是来自于有意思的计划性推理——其他则位于这两者之间。因此，自然逻辑是一个引起人们兴趣的认知现象，它横跨了语言使用中的有意识和无意识两个进程，并且扩展出了各种装置，这些装置和标准的逻辑系统往往还不大一样。

10.4.2　自然逻辑

对于自然逻辑没有建立起结构，van Benthem（1987）提出了一些层次。最简单的是像这样的*单调推理*：

大多数日子是有雨的，所有的雨天都是多云的，

因此，大多数日子是多云的。

$$\frac{Q\,AB \qquad B \subseteq B'}{Q\,AB'}$$

这些通过一个更大或更小的扩张取代了谓词的出现。在语言的解释中，充满了扩大或收缩谓词的推理，但是它们也出现在数据库的简单计算操作上。

另外一种更一般的机械机构是对某些主目位置的*定义域限制*。这已经由语言限定词的早期的保守规则所证明了：

$$Q(A,\ B)\ \text{当且仅当}\ Q(A,\ B \cap A)$$

这里，第二个主目被第一个主目所约束。更一般地说，自然语言似乎决不会无限制地采用弗雷格式量词：每一个变元带它自己的特殊种类的条件。通过限定定义域来约束变元，正如计算机科学文献中约束满足性的技术一样。

更进一步的自然逻辑结构包括更全局的解释进程，像叙述中的时态视角。例如，ter Meulen（1995）证明了时态和（动词）体的表达式（aspectual expression）有助于产生一个事件的有序序列，而且事件的位置不只是由语形决定的，也由谓词之间的相容关系决定。例如，“霍滕西亚进来又离开了”，在时间上就一定有一个先后顺序，但是“霍滕西亚进来并且带来了一本小说”就意味着是同时发生的。而且，这个相容性可能依赖于长距离事件的推理：如果玛丽已经死了，那么当在解释描述在这之后的事件的语形时，“她是死的”这个信息就依然是可用的。van Benthem 和 ter Meulen（1999）证明了在有意识的时态规划或推理的系统中，这些推理并不涉及全部时态逻辑，而只是后者一个可操作的霍恩子句片断。这个评论同样适用于我们的主要论题。

10.4.3 范畴演算的角色

范畴推演在自然逻辑里扮演多个角色。首先，资源-敏感（resource-sensitive）的兰贝克演算对无意识解释的基本结构是易处理的，它可以得出语言表达式的意义。但是接下来，事实是没有独一无二的最好的演算，但是只有通过选择才能证明它的优点。范畴系统的子结构令人兴奋的特征就是它的收缩规则。更多的经典演算对应于更耗时间的有意识推理过程。毕竟，当分析普通推理时，我们还是会与它们相遇（注释 12）。因此，相同的系统能够用不同的认知函数作为参数来表示。

最后，由于其黏合，范畴系统也服务于另外一个有用的函项。它们通过表达式从其他来源传播信息。一个最好的例子就是单调性。为了应用 λ-项证明，范畴结构能把一个简单的推理变复杂。例如，对一个像“opens with a knife”这样的量词作为前置词出现的表达式，最终如何能对组成它的四个词得出正单调性。

同样地，范畴推演系统地传播了变元限制的信息（van Benthem，1991）。这就是我们在及物的句子里如何从基本限定词的传统方式得出一个等值有效式，像这样的句子：

$$(Q_1 A)R(Q_2 B) \text{ 当且仅当} (Q_1 A)R \cap AxB(Q_2 B)$$

这里 A 限制为二元动词的第一个主目，而 B 限制为第二个主目。一个经典的例子“every man loves a woman”，这里“love”的第一个主目限制为“man”，第二个主目限定为“woman”。

10.4.4 单调的情况

范畴推演和其他推理进程相互作用同样提出一些体系性问题。van Benthem（1986，1991）已经广泛地研究了下面的情况。单调性是一个如此简单的推理，

因为根据 λ-项正出现的归纳定义，单调性可以自由地应用到范畴推演中。就像语法分析一样标出正出现的和负出现的位置，使这两种信息相互作用，并且事实上没有什么损失。一个是词汇表达式的给定单调性行为：如量词“all”的左下、右上单调行为；另一个是由于组合黏合导致的单调性转移。这使得所有函项-头和 λ-身体都是正的。相比较而言，这时主目的位置变得不清楚了，从而妨碍了推理——除非有一个具有单调性的函项标记它们的主目位置。

例　“all boys fight”在“all”里是向上单调的，一般的理由是：对于所有形式为“*Q* boys fight”的句子，这句话都是真的。这句话对于“fight”它也是向上单调的，但是这是由“all”的词汇信息决定的。例如，在这样的“exactly ten boys fight”句子中就没有向上或向下的单调性。有这种影响的另外一个例子是前面 10. 2 中的句子“feed all penguins”：

$$\lambda x_e \cdot (ALL(PENGUINS))_{((e\to t)\to t)}(FEED(x))$$

句子的范畴推演使得项 *ALL* 自动是正的，却通过在合适位置上增加 *ALL* 的词汇信息使得 *FEED* 向上单调，*PENGUINS* 向下单调。

因此，由于单调替换引起的推理敏感性是我们对于一个表达式理解的一部分，正如对于它语形结构的理解一样。类似于这样的观察同样提出一些技术性的逻辑问题。回想一阶逻辑中的林登保持性定理。首先，这有可靠性：对于任意公式 φ（P），只有谓词 P 的正语形出现定义一个算子，它在 P 中是语义单调的。林登也证明了一个完全性的结果，用一个“保持性定理”的形式说所有的语义单调都由正出现所产生（在逻辑等值意义上）。同样的问题也出现在这儿。我们说，一个 λ 项 τ（x）在变元 x 中是语义单调的。我们这里有些滥用记号，只要下面的蕴涵式在任意一个语义模型解释 τ 中都成立，其中“≤”表示布尔式包含：

如果 $x \leq y$，那么 $\tau(x) \leq \tau(y)$。

林登定理对于一阶逻辑成立，但是是否对于类型论的 λ-演算也成立，这个问题还没有解决。van Benthem（1991）证明了相应于兰贝克演算中推演的全部 λ-演算的线性片断来说，语义单调性蕴涵了正语形的可定义性。但是由于证明带有一些强制性，所以没有被推广。

Sanchez Valencia（1991，2001）证明了传统的前-弗雷格三段论（pre-Fregean syllogistics）的基础是一个简单的单调演算，并且还发现它和一阶推理中的 C. S. 皮尔斯的存在图演算的推理类型存在惊人的相似。而且，这些书提供了语言应用的一个范围。

10.4.5 组合系统

自然逻辑把推理分成一族有特殊目的的系统。一个简单的逻辑思想，不管在数学上如何精致，似乎都不可能统一所有这些系统。但是，统一可能也有不同的方式。现代（模态）逻辑中一个典型的主题就是*组合系统*。我们通常用一个简单推理系统的网络，而不是设计一个巨大的“超-逻辑”（super-logic）。这些系统之间有一些适当的连接，从而可以传递一些必需的信息（Gabbay，1996）。因此，逻辑的统一是在组合的系统中而不是在一个基本的演算中。同样的结构对于自然语言的理解问题似乎有着吸引力。关于逻辑理论的组合和它们的性质，我们并没有系统地了解很多——这个主题在科学哲学中比在逻辑中受到更多的关注（注释13）。

10.5 结　　论

这篇文章的主要观点可以总结如下：正如10.1节中所简要介绍的，范畴语法和范畴逻辑为自然语言的逻辑研究提供了一个精致的微细结构。10.2节则说明了兰贝克演算与自然语言的自由非-词汇化的组合结构之间的匹配仍旧存在一些问题。10.3节证明了科学中成功理论的框架结构满足的一个标准。当第一次提出时，这些应该有一个全新的解释。模态语义学足够服务于这个目的，尽管它和范畴证明论视野的确切关系有待于厘清。最后，10.4节讨论了范畴逻辑在自然语言解释和推理的更大视野中的位置，当然这个是最终想要理解的。

这里还有一个想法。语言是一个经验的认知现象，在它的文化基因中可能有许多偶然的历史。在这个背景中，一个简单统一的逻辑或数学范式能够扮演什么角色？回顾一下蒙太格语法，蒙太格的著名论题

自然语言和形式语言之间没有本质的区别。

参见van Benthem（2002b）。这里要声明什么？也许，这仅仅意味着它作为一个方法论意义上的教条，并没有任何实际的意义。因此，范畴逻辑或许只是为描述语言提供了一个数学形式的建议，就像在合适的应用论域中使用不同的等式一样。因此，没有必要做出这样更加激进的自然主义断定：自然语言真的与基本的范畴结构相似。但是有时，一些更多的论断正在被做出。一个例子是Macnamara和Reyes（1994）为类型结构和范畴论是认知科学的关键因素做了一个有力的辩护，这个思想来自于兰贝克。这反映了，关于逻辑系统的各种可能的自然主义用法，今天正有着越来越多的讨论，而这些讨论引起了对弗雷格反心理主义的怀疑。尽管这是一个未经指定的读物，但这篇文章作为自然语言与形式语言之间的一个桥梁也起到了极大的作用。事实上，到目前为止，在这个等式上也应该

包括程序语言 Janssen（1983）。所有这些都已经导致语言学、哲学和计算机科学之间存在很多相似。而且，和计算机科学的联系表明了范畴逻辑的一个很有意思的广泛应用。计算机科学常常能创造出它自己的虚拟实在与它的理论相匹配。尽管没有与自然语言完美地相匹配，范畴语法可能表明了，设计清楚而有用的新语言的一个方向可能是形式语言和自然语言的混合物。

总之，我相信这场由兰贝克牵线搭桥的范畴语法和自然语言之间的爱情仍然还会有一些浪漫的动人之处，尽管发生了许多有意思的曲折，但是争执和误解之后定会有幸福的结局。

参考文献

Adriaans P. 1992. *Language Learning, from a Categorial Perspective* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Aiello M, van Benthem J. 2002. A Modal Walk through Space. In: Balbiani P, eds. *Issue of Journal of Applied Non-Classical Logics on Spatial Reasoning*

Alechina N, et al. 2001. Categorical and Kripke Semantics for Constructive Modal Logics. In: Fribourg L. *Proceedings 15th International Workshop on Computer Science Logic.* Berlin: Springer

Andréka H, Mikulas S. 1993. The Completeness of the Lambek Calculus with Respect to Relational Semantics. *Journal of Logic, Languageand Information*, 3: 1 ~ 37

Andreka H, van Benthem J, Németi I. 1998. Modal Logics and Bounded Fragments of Predicate Logic. *Journal of Philosophical Logic*, 27 (3): 217 ~ 274

Areces C. 2000. *Logic Engineering* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Barendregt H. 1992. Lambda Calculi with Types. In: Abramsky S, Gabbay D, Maibaum T, eds. *Handbook of Logic in Computer Science.* Oxford: Clarendon Press. 117 ~ 309

Barwise J, Seligman J. 1995. *Information Flow.* Cambridge: Cambridge University Press

Blackburn P. 1995. Static and Dynamic Aspects of Syntactic Structure. *Journal of Logic, Language and Information*, 4: 1 ~ 4

Blackburn P, de Rijke M , Venema Y. 2001. *Modal Logic.* Cambridge: Cambridge University Press

Buszkowski W. 1982. *Lambek's Categorial Grammars* [Dissertation]. Poznan: Mathematical Institute, Adam Mickiewicz University

Buszkowski W. 1997. Mathematical Linguistics and Proof Theory. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language.* Amsterdam: Elsevier Science Publishers. 638 ~ 738

Dalrymple M, Lamping J, Pereira F, Saraswat V. 1995. Linear Logic for Meaning Assembly. In: Morrill G, Oehrle R, eds. *Formal Grammar.* Proceedings of the 6th European Summer School of Logic. Language and Information, Barcelona 1995. 75 ~ 93

de Paiva V. 2002. Lineales: Algebras and Categories in the Semantics of Linear Logic. In: Barker-

Plummer D, et al., eds. *Words, Proofs and Diagrams.* Stanford: CSLI Publications. 123 ~ 142

Doets K. 1996. *Basic Model Theory.* Stanford: CSLI Publications

Fenstad J-E, et al. 1987. *Situations, Language and Logic.* Dordrecht: Reidel

Gabbay D. 1996. *Labelled Deductiven Systems.* Oxford: Oxford University Press

Gabbay D, Kempson R, Meyer W Viol. 2000. *Dynamic Syntax, the Flow of Language Understanding.* Oxford: Blackwell

Gabbay D, Shehtman V. 1998. Products of Modal Logics (Part 1). *Logic Journal of the IGPL*, 6: 73 ~ 146

Gallin D. 1975. *Systems of Intensional and Higher-Order Modal Logic.* Amsterdam: North-Holland

Gamut. 1991. *Logic, Language and Meaning.* Chicago: Chicago University Press

Geach P. 1972. A Program for Syntax. In: Davidson D, Harman G, eds. *Semantics of Natural Language.* Dordrecht: Reidel. 483 ~ 497

Janssen Th. 1983. *Foundations and Applications of Montague Grammar* [Dissertation]. Mathematical institute, University of Amsterdam

Kamp H, Reyle U. 1993. *From Discourse to Logic.* Dordrecht: Kluwer

Kanazawa M. 1994. *Learnable Classes of Categorial Grammars* [Dissertation]. Department of Linguistics, Stanford University. ILLC Series 1994-08

Keenan E, Faltz L. 1985. *Boolean Semantics for Natural Language.* Dordrecht: Reidel

Keenan E, Westerstahl D. 1997. Generalized Quantifiers. In: van Benthen J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language.* Amsterdam: Elsevier Science Publishers. 839 ~ 893

Kerdiles G. 2001. *Saying it With Pictures, A Logical Landscape of Conceptual Graphs* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Kurtonina N. 1995. *Frames and Label* [Dissertation]. OTS, University of Utrecht & ILLC, University of Amsterdam

Kurtonina N, de Rijke M. 1997. Bisimulations for Temporal Logic. *Journal of Logic, Language and Information*, 6: 403 ~ 425

Lambek J. 1958. The Mathematics of Sentence Structure. *American Mathematical Monthly*, 65: 154 ~ 170

Lambek J, Scott P. 1986. *Introduction to Higher Order Categorical Logic.* Cambridge: Cambridge University Press

Macnamara J, Reyes G, eds. 1994. *The Logical Foundations of Cognition.* New York: Oxford University Press

Montague R. 1975. *Formal Philosophy.* Cornell University Press

Moortgat M. 1997. Categorial Type Logics. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language.* Amsterdam: Elsevier Science Publishers. 93 ~ 177

Morrill G. 1994. *Type Logical Grammar.* Dordrecht: Kluwer

Parikh P. 2001. *The Use of Language.* Stanford: CSLI Publications

Partee B, Hendriks H, 1997. Montague Grammar. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers. 5 ~ 91

Pentus M. 1993. Lambek Grammars are Context-Free. Proceedings 8th Annual Symposium on Logic in Computer Science. 429 ~ 433

Restall G. 2000. *An Introduction to Substructural Logics*. London: Routledge

Rogers J. 1996. *A Descriptive Approach to Language-Theoretic Complexity*. Stanford: CSLI Publications

Rounds W. 1997. Feature Logics. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers. 475 ~ 533

Sanchez Valencia V. 1991. *Studies on Natural Logic and Categorial Grammar* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Sanchez Valencia V. 2001. *Natural Logic*. Cambridge (Mass.): MIT Press

Shieber S. 1986. *An Introduction to Unification-Based Approaches to Grammar*. Chicago: CSLI Publications, Chicago University Press

Spaan E. 2000. Poor Man's Modal Logic. Gerbrandy J, et al. JFAK, *essays dedicated to Johan van Benthem on the occasion of his 50th birthday*. ILLC Amsterdam

ter Meulen A. 1995. *Representing Time in Natural Language*. Cambridge (Mass.): MIT Press

Tiede H-J. 2000. *Proofs and Trees-Deductive Systems and Grammars* [Dissertation]. Department of cognitive science, Indiana University, Bloomington

van Benthem J. 1983. The Semantics of Variety in Categorial Grammar. Report 83-26. Burnaby (B. C.): Department of Mathematics, Simon Fraser University

van Benthem J. 1986. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1987. Meaning: Interpretation and Inference. *Synthese*, 73: 451 ~ 470

van Benthem J. 1989. Polyadic Quantifiers. *Linguistics and Philosophy*, 12 (4): 437 ~ 464

van Benthem J. 1991. *Language in Action: Categories, Lambdas and Dynamic Logic*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers. Reprint with Addenda. 1995. Cambridge (Mass.): TheMIT Press

van Benthem J. 1995. Quantifiers in the World of Types. In: van der Does J, van Eijck J, eds. *Quantifiers, Logic and Language*. Stanford: CSLI Publications. 47 ~ 62

van Benthem J. 1998. Proofs, Labels and Dynamics in Natural Language. In: Reyle U, Ohlbach H-J, eds. *Festschrift for Dov Gabbay*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 31 ~ 41.

van Benthem J. 2000. Linguistic Grammar as Dynamic Logic. In: Abrusci M V, Casadio C. eds. *Dynamic Perspectives in Logic and Linguistics*. Roma: Bulzoni. 7 ~ 17

van Benthem J. 2002a. Invariance and Definability: Two Faces of Logical Constants. In: Sieg W, Sommer R, Talcott C, eds. *Reflections on the Foundations of Mathematics. Essays in Honor of Sol Feferman*. ASL Lecture Notes in Logic, 15: 426 ~ 446

van Benthem J. 2002b. Mathematical Logic and Natural Language. In: Löwe B, Malzkorn W, Rasch T, eds. *Foundations of the Formal Sciences II: Applications of Mathematical Logic in Philosophy and Linguistics*. Dordrecht: Kluwer. 25 ~ 38

van Benthem J. 2003. Categorial Grammar at a Cross-Roads. In: Oehrle R, Kruyff G-J, eds. *Proceedings Workshop on Type Logic at ESSLLI Utrecht* 2000

van Benthem J, Buszkowski W, Marciszewski W. 1988. *Categorial Grammar*. Amsterdam, Philadelphia: John Benjamins

van Benthem J, ter Meulen A. 1999. Dynamics of Interpretation Versus Dynamics of Evaluation. *Proceedings 12th Amsterdam Colloquium*. Amsterdam: ILLC.

van der Does J. 1992. *Applied Quantifier Logics: Collectives and Naked Infinitives* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

van Lambalgen M. 1995. Natural Deduction for Generalized Quantifiers. Invan der Does J, van Eijck J, eds. *Quantifiers, Logic and Language* (CSLI Lecture Notes). Vol. 54. Stanford University. 225 ~ 236

Venema Y. 1991. *Many-Dimensional Modal Logic* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Venema Y. 1996. A Crash Course in Arrow Logic. In: Marx M, Masuch M, Polos L, eds. *Arrow Logic and Multimodal Logic*. Studies in Logic, Language and Information. Stanford: CSLI Publications. 3 ~ 34

Vervoort M. 2000. *Games, Walks, and Grammars* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

注释：

1. 在我们的解释中，标准证明和语言意义的相等有一个预先的假定。证明或 λ-项中等价的通常概念真的同自然语言中断定的同一关系在一个水平上吗？这不是显然的，因为这里可能有独立的语言直觉，但可能有关于等价的不同概念。关于范畴证明的等价和“强识别力”的语言问题，只有很少的工作，但是可以参见 Tiede（2000）。

2. Shieber（1986）、Fenstad 等（1987）和其他作者提议把相等限制的合并作为基本的语言结构。在这个过程中，把带有区别性的词项统一起来——并且通过连续的匹配把作为变项的信息流变成更具体的指定。由此产生的语法也包含了一个可以广泛地应用的可计算性的框架结构，即等式逻辑和限制满足性。对于这种范式下的一些逻辑理论，参见 Rounds（1977）。在范畴统一语法（categorical unification grammars）中，范畴和一致性思想并存。这允许使用函项应用和变元指定，正如通过统一 $x \to t$ 和 $e \to y$，典型的组合步骤从（$(x \to t) \to y$ 和 $e \to y$ 可以得到 t。基础的逻辑在证明中都有函项应用和统一性。它们是带变项类型的高阶类型论的片段（van Benthem，1991）。

3. 从一串类型出发的某个类型的不同推演整个表达式的不同解读。例如，一个不带括号的串$\neg_{t \to t} p_t [\,]_{t \to t}$，根据在它的范畴推演中函项运用的顺序可以证明$\neg p[\ ]$或$p \neg [\ ]$是有效的。对于兰贝克演算中一个给定的序列，单一出现的限制只允许有限多的读法，但是数目是可以改变的。van Benthem(1991,第九章)证明了常见的范畴组合有唯一的读法：它们的全部证明都有相同的 λ-演算意义。例如，在这个企鹅例子背后的范畴规则 $A \to B, B \to C \Rightarrow A \to C$ 只能表达函项组合。对于一个给定的推演类型转换，这本书提供了一个方法，即可以通过有限自动机生成所有

的读法。然而，对于读法数目，或者替代性地，对于在任意的蕴涵类型中 λ 范式的不同单一出现，确切的结算公式依然是一个开放性问题。因此，我们甚至不知道由基本范畴演算提供的组合含糊性的准确程度。事实上，含糊性(ambiguity)似乎是自然语言的一个特征，而不是一个缺陷。推测起来，它适合于一些有用的目的，如在常见情形的有效编码方面。Parikh(2001)提出了一个博弈论方法。但是目前还没有给出结论性的数学解释。

4. van Benthem(2002)认为常量似乎是一个典型的语义概念，而不是一个证明论概念。尽管如此，排列不变性和类型论可证性之间的已知关联表明它们有更深层次的联系。

5. 在它的类型中反身代词(self)甚至是*唯一的排列不变的布尔同态*。van Benthem(1986)证明了在任意类型$(a \to t) \to (b \to t)$中的完全布尔同态如何一一对应于在类型 $b \to a$ 当中的所有对象。对应性指定了两种类型的排列不变项。因此，类型$(e \to (e \to t)) \to (e \to t)$或者它的等值式$(e \cdot e \to t) \to (e \to t)$中的任意排列不变的对象，对应于类型 $e \to e \cdot e$ 中的一个排列不变对象。但是对于后一种，显然只有一个，即逻辑的复制映射 $\lambda x_e \cdot \langle x_e, x_e \rangle$。

6. 在蒙太格语义学中，有限类型层级解释范畴语言如下：范畴斜线转化成函项空位，而且范畴乘积转化为卡氏积。要模态化这些层级，我们需要*两个*三元关系：(a) z 是应用 x 到 y 的结果 x (y)，(b) z 是有序对 $\langle x, y \rangle$。因此，模态语言将有两个二元模态 $\langle app \rangle$，$\langle pair \rangle$。除此之外，它也可以为我们处理一般意义上的三元模态。特殊公理将使这两个关系具有各种不同的限制条件。例如，众所周知的 $(A \times B) \to C$ 和 $A \to (B \to C)$ 等值说的是 $x(y(z)) = x(\langle y, z \rangle)$。这将使一个范畴同构关系收缩成一个恒等关系。对于这些模型还没有模态完全性定理。

7. 这个观点和莫特哈特以及其他人在关于线性逻辑的相似体分析中使用的语法模态是相吻合的，允许对语形组合进行简单的控制，而并没有改变子结构的兰贝克基础（Moortgat，1997）。

8. 范畴语言的低复杂性和 Spaan（2000）研究的“穷人模态语言”是相关的。虽然如此，这也还有一些不能解释的现象。正如我们指出的，关于三元关系没有限制，一阶翻译使得非结合的兰贝克演算 *NLC* 刚好有效，它的复杂度是 *P*。结合的 *LC* 只伴随特殊的结合公理出现。但是这一改变极大增加了模态复杂性！结合的三元模型的模态逻辑是*不可判定的*，因为它能编码词问题（word problem）。显然，它的像 *LC* 这样选择好的范畴片断能够逃脱这种命运，保持了低复杂度：*NP* 或者（一个未解决的问题）可能甚至是 *P*。但是，这些观察背后的一般原则是什么？

9. 随着模型增加，类型指派的稳定性可以从两个方面得到改善。一个是通过有限次调查之外的更为统一的模型论建构，如*逆极限*。那么，一阶陈述的更多形式具有稳定性（van Lambalgen，1995）。另外一个是关于样本大小的*统计假设*，即这一样本使得所有相关的语法复杂性都显露出来——正如 Adriaans（1992）在范畴习得程序中的“浅假设”（shallowness hypothesis）一样。

10. 典型的有意义的范畴语法分析涉及两个领域之间的调和：表层语形和语义模型。也就是说，复杂的符号被巧妙地处理了（Morrill，1994），这些符号组合了语形和语义信息，包括符号串、λ 项等。事实上，在语形上我们常常得到一个新蒙太格的巴洛克。从逻辑的观点看，这又例证了一个典型的现代倾向：*涉及逻辑组合*这样有意义的工作！像这样的建构方式是一

个两面神事件，一方面需要注意语言模型，另一方面又需要留意如同蒙太格的原初模型那样的类型域的层级。给定一个语言模型 M 和一个类型模型 N，语法分析过程建构起一个乘积模型 $M \times N$，它能够通过左、右投射函数同态映射到 M 和 N 上。Barwise 和 Seligman（1995）把这个结构辩护为一个信息联合的一种形式。Gabbay 和 Shehtman（1998）已经研究了模态逻辑的乘积。他们合并模型，使得组合语言具有内插性质。

11. 关于范畴的箭头逻辑在许多细节上还没有进行深入的研究。基本箭头逻辑的所有公理都是有效的，提到的三角原则也是有效的，这就为这样一个事实留有余地：逆是态射上的一个部分函数。但是范畴实际提出了一个双种类模态语言，从而使得这种语言能够对箭头（态射）或状态（对象）的性质表达做出单独断定。状态模态能够用来描述像乘积这样的构造。van Benthem（1996，第八章第四节）就已经研究了这种双类的“动态箭头逻辑”。

12. 把这两种水平放在一起看，考虑一个分离规则的推理：从 $If_{t\to t}\, John_e\ comes_{e\to t}$，$Mary_e\ leaves_{e\to t}$ 和 $John_e\ comes_{e\to t}$ 得到 $Mary_e\ leaves_{e\to t}$。这个涉及对“*comes*”和“*leaves*”的函项类型的范畴含义，但是这也有类型 $t\to t$ 的外在蕴涵“*if*”。

13. 相关结果的另外来源或许是范畴论中的论域构建，与具体的推理现象密切相关。我乐意把这个任务留给 J. 兰贝克和蒙特利尔范畴理论家们这个强大的团体！

第3部分

计算与认知



本书第3部分的文章使前面的主题进入计算机科学和认知科学的更广阔背景。正如我们在导论中所说的，自然语言最重要的使用很快就遭遇一般的人类认知功能。这样，逻辑与认知科学相遇。但是，与计算机科学的联系也是自然的，因为计算机科学是一种处于下面两个方面之间的有趣的新现象，一方面是逻辑和数学，另一方面是人类实践。此外，在过去几十年中它对逻辑产生了非常大的影响，关于信息流、计算、交流和互动的模态逻辑在本丛书第一卷中有充分展示。在这里后面几章中，我们关注一些表明这些联系的具体主题。

我们从前面提到的过程语义学、为表达式实际赋值和发现指谓的方式出发。“走向一种计算语义学”这篇文章详细说明了前面“语义自动机”的想法，讨论了更宽范围的表达式的赋值过程。文章也把这一点与可证性模态逻辑和模态不动点逻辑联系起来，而如今这些模态逻辑在计算基础中都有一种上涨的流行趋势（参见本丛书第一卷的一些论文）。我们从一阶谓词逻辑中已经建立的做法退回来，这里所说的做法指的是在“意义：解释和推理”一文中对自然语言逻辑研究的主要范式。一阶逻辑成功处理了一种形式语言的奇迹般的组合，这种形式语言用于明确的语义赋值和推理模式。自然语言的这种统一性在多大程度上是合理的？我们讨论各种可选的体系，以及它们对意义理论和语言哲学可能的回应。特别是，我们给出了一种小的“极性演算”，用于进行直接基于自然语言语法而不以形式语言为中介的正确的单调性推理，这个演算以某些方式接近中世纪逻辑学家的传统三段论。这个精致的系统被重新发现过许多次。“自然逻辑简史”这篇论文更详细地描述了所得到的自然逻辑的更宽泛的研究计划，这一研究到今天仍在继续。这样的演算以十分不同于标准逻辑系统的方式对推理做“蛋糕切割”[1]，没有“一阶/二阶”这样的人工边界，而且可能与实际的认知现实更接近。为了实现信息检索中“表面推理”的实践任务，这些演算在计算机科学中一直被使用。最近，经验认知研究表明，表面语言推理在大脑中以不同于我们整个推理工具的语言为准而迅速发生。

与这种对小的具体研究计划的“内部绘画”相比，一种对主题和学科间联系的宏大得多的全面研究，可以在论文“自然语言和计算中的语义平行问题”中找到。这篇论文自身又是一个小专论，而且它给出了那时即将到来的对逻辑、语言和计算研究之间的类似之处进行研究的完整图画，特别提到了人工智能的发

---

① 这里的“蛋糕切割”（cut the cake）是比喻用法，指的是对推理进行的一种分析——译者注。

展。它的主题包括如界限、极小模型这样的非单调逻辑与（只是最近才详细说明的）自然语言中问题的详尽答案的研究之间的类似之处；科学哲学中理论结构和抽象数据类型之间的类似之处；自然语言的动态语义与动态逻辑，最后还有借助信息状态的模态域对信念修正的分析，这三者之间的类似之处。这些分析体现在20 世纪 90 年代出现了一股小而稳定的出版浪潮。我很惊讶在西班牙南部一次一小时的邀请报告中我能成功地把所有这些东西都表达出来，但是，也许我的记忆不太可靠。

“自然语言与计算中的语义平行问题”论文中最后一个主题指向适合这里的一个主题，但是我们实际上决定把这个主题放到丛书的第一卷。例如，言语行为理论长期寻求对各种交流事件做动态分析，而语言的心理学家同样强调说者和听者意义交流的多主体现象。认真对待这种逻辑动态形式，意味着要集中研究*活动*以补足自然语言的使用。这就是我近来研究信息流和互动的动态认知逻辑的主题，一部分工作已经在第一卷中翻译了。这些逻辑使用计算的动态逻辑模型作为来自结合哲学传统的认知逻辑和信念逻辑的计算机科学的状态改变，从而为（语言）主体如何更新他们的信息和修正他们的信念提供一种系统的说明。在这一卷，读者将在文章“作为会话的计算”中发现我们提供的对一些主要问题的自洽阐述。这篇文章说明这种动态信息流如何运作，并且说明它如何能转化我们对计算的理解，提出了各种新问题，并且创造标准计算算法和主体的信息通道的新融合。这篇文章的标题对次序是不变的，有两种方式的读法。在动态认知逻辑的观点下，会话是一种在说者和听者的状态空间中计算的形式，反过来，计算也可以理解为并行处理机运行中的会话。

在这种思考语言和逻辑的动态风格中，下一步很自然就是把谈论和论证的任务刻画为本质上互动的多主体实践。为此，一种非常自然的模型就是借助*博弈*。逻辑与博弈论之间的联系在本丛书第一卷的几篇论文中已经探讨过了，证明了最近在增长的逻辑、计算机科学和经济学中的博弈论之间的相互作用。然而，我们决定为本卷增加一篇论文“‘彰显价值的博弈’：逻辑、语言与多主体互动”，它在一幅连贯的图景中说明博弈如何成为自然语言使用的严肃模型，这里自然语言使用被看做达到谈论或其他交流活动中平等合作者之间的均衡的过程。最后，“作为互动的认知”这篇论文把这些思考引入整个认知科学。它认为我们需要一种改变，正如在物理学中，从“一个人的”问题，变成“多个人的”问题，而且人类认知成功的本质不在于我们伟大的个人观察、推理、记忆等能力，而在于我们复杂而精细的关于各种逻辑的、语言的和有关的任务的*理智互动*。

本书第 3 部分也表明，逻辑处在一个学术的岔路口，受到不同文化的影响，这些影响来自语言学、计算机科学、认知科学、博弈论甚至（在我们讨论“自

然逻辑”时）传统逻辑这样似乎不大可能的来源。例如，只考虑现代逻辑系统中一个单一的公式，如模态陈述［！P］$K\varphi$，它说的是，在一个信息事件宣告 P 之后主体知道 φ。恰恰是这个基于语言事件的信息流主题产生于语言的言语行为理论，对认知概念形式化产生于哲学逻辑，而使用动态逻辑系统描述时间上事件的结果则产生于计算机科学。一个逻辑对象，许多交叉流，这恰恰就像我们手里的一些现代设备可以结合来自许多人类文化的想法。其他例子参见我为《逻辑哲学手册》写的章节“逻辑与哲学”（J. van Benthem. Logic and Philosophy. In：D. Jacquette，ed. *Handbook of the Philosophy of Logic*. Amsterdam Elsevier：Science Publishers，2007）①。这篇文章追溯了许多与逻辑有关的哲学问题在过去几十年中的发展过程。我认为这种多样性以许多方式适合认知的现实。此外，在这些论文中表明的理论与实践的结合，也反映了我们的生活一天一天改变的世界的现实，这是因为新的社会过程的设计由于新的技术工具而成为可能的。“人与机器”之间旧有的固定的边界似乎开始流动，因此，目前理论的一个目标就应该是把握“认知混合物”的实质。而且最终，这种多样性甚至可能反映将要出现的关于人类大脑行为的现实，这里许多模块在明显很简单的任务中相互作用。所有这些宏大的观点和更宽泛的目的，一些读者听起来可能会有点儿畏惧。如果是那样，我希望这一部分的论文内容也能自成一体，不失品味。

① 本文将在本丛书第四卷翻译出版——刘新文。

11 走向一种计算语义学*

王　轶/译　傅庆芳/校

11.1 简　　介

在通常的模型论语义学中，语言表达式被赋予集合论指称而未考虑计算复杂性。然而，有理由初步假定，至少自然语言的基本部分对应于容易学习的简单程序。探究这样的观点需要一种"程序式地"思考通常语义指称的方法。类似于之前 van Benthem（1984b）的文章，在数学语言学（Hopcroft and Ullman，1979）中得到广泛发展的自动机是这里的基本概念。因此，形式语法的一个主要支撑就在于为语义学服务。

前面提到的文章中所采用的主要例子就是对广义量词的计算，这种量词可以看成是个体域 E 的两个子集 A，B 之间的关系 Q（图 11-1）。

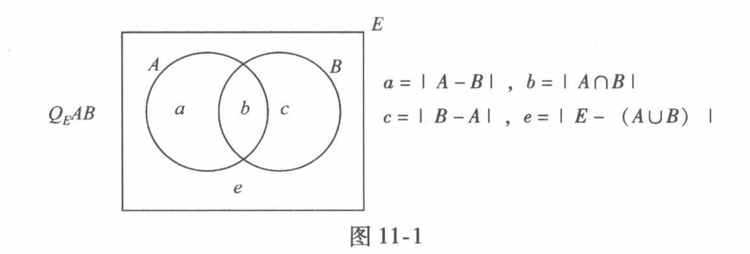


图 11-1

Q 的自动机检索 E 中的所有个体，不妨以符号 a，b，c，e 标记它们所属的四个相关"槽"（或者自动机也可以在实际个体上执行 A，B-测试），当 E 被完全枚举时

* Toward a Computational Semantics. In：Gärdenfors P. *Generalized Quantifiers：Linguistic and Logical Approaches*. Dordrecht：Reidel. 1987：31 ~71

给出接受或拒绝结果。

事实上，在对量词 Q 的通常假定下，数量性（$Q_E AB$ 只依赖于基数 a，b，c，e）、外延性（$Q_E AB$ 只依赖于 $A \cup B$）、保守性（$Q_E AB$ 成立当且仅当 $Q_E A$（$B \cap A$））都只与标签“a”和“b”有关。当然，由此可以引出许多推广。

例1　有穷状态机器计算所有 A 都是 B，如图11-2所示。

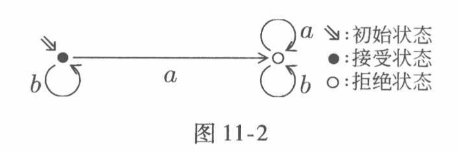


图11-2

例2　下推存储自动机计算多数 A 是 B 图11-3。

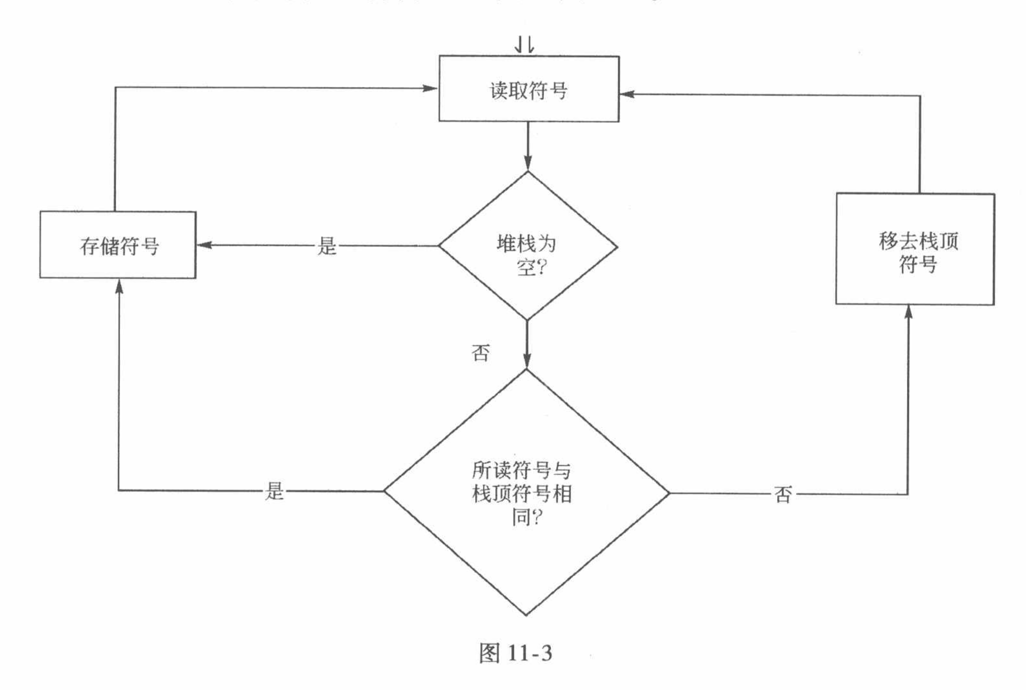


图11-3

识别：在任意一个序列读取完毕后，如果堆栈仅包含符号 b。

例3　树型自动机计算如果 A，那么 B（在“可能世界树中的所有最靠近树根（模拟“优势点”）的 A-世界都是 B-世界”的意义下）。

从树叶向上向树根移动，根据如下指令在结点上标记 +/ -（“接受”/“拒绝”）：

检查当前结点的特征：

- 如果是 A，那么，如果所读符号是 B：标记 +
  否则：标记 -
- 如果不是 A，那么，如果所有子结点都已经标记 +：标记 +
  否则：标记 -

以图 11-4 为例。

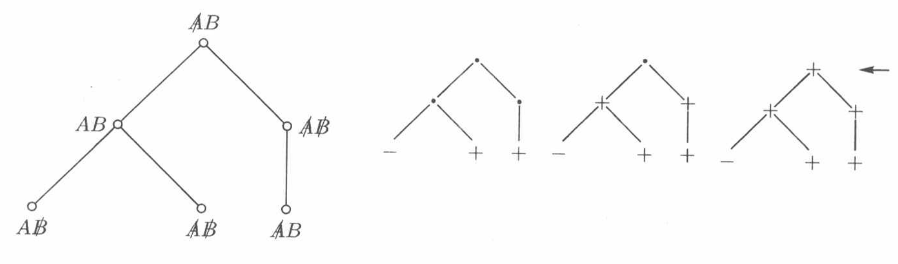


图 11-4

第三种情况所计算的关系不是“数量性”的，因为域中被考察个体的类型对结果很关键：条件词与量词相似，但并不完全等同。

本文对数量性与非数量性自动机都会进行研究，且将从前者开始。

11.2　有穷状态机器

11.2.1　置换不变性

使用有穷状态机器的方法，许多量词已经可以在最低级的自动机分层中进行计算。前面例子中的所有，不仅可以看做计算有些、并非、并非所有等的一个范例，如果允许超过两个状态，对 1 个，2 个，3 个，…，所有但除了 1 个，…，3 ~9，…也是如此。

数量性的一个直接结果是这台自动机所接受的“语言”（*E*-描述）的置换闭包。例如，如果 *abbaaba* 被接受，则所有由 4 个 *a* 和 3 个 *b* 组成的符号串也同样被接受。在已经给出的量词所有的迁移图中，这条性质由机器的置换不变性本身就可以得到：如果读取某个由 *a*，*b* 组成的符号串使机器从状态 q_1 变为状态 q_2，则读取该符号串的任意一个置换也会导致同样的迁移。

定理 1　置换封闭的正则语言恰好是那些可被某个置换不变的有穷状态机器所识别的语言。

证明：置换不变的机器显然识别置换封闭的语言（观察一下从初始状态到接受状态的路线）。

反过来，令 L 为一置换封闭的正则语言。定义符号串之间的等价关系 $\sim_L$ 如下：

$$s \sim Lt \qquad \text{如果对所有符号串 } u, s^\frown u \in L \Leftrightarrow t^\frown u \in L。$$

等价类 $\ulcorner s \urcorner$ 只有有穷多个（对正则语言而言，是这样的），可以视为“状态”，并约定将迁移记为

$$\ulcorner s \urcorner \xrightarrow[a]{} \ulcorner s^\frown \langle a \rangle \urcorner 。$$

接受状态 $\ulcorner s \urcorner$ 满足 $s \in L$；初始状态为 $\ulcorner \langle \rangle \urcorner$ 。由尼罗德定理，这台自动机恰好识别 L 中的符号串。另外，如果 L 是置换封闭的，那么该自动机甚至还是置换不变的：

令 α 为一序列 $\langle a_1, \cdots, a_k \rangle$，可使状态 $\ulcorner s \urcorner$ 变为 $\ulcorner s^\frown \alpha \urcorner$ 。现在令 α'为 α 的任意一个置换，它将使状态 $\ulcorner s \urcorner$ 变为 $\ulcorner s^\frown \alpha' \urcorner$ ，这个状态等价于 $\ulcorner s^\frown \alpha \urcorner$ （至此我们已经证明完毕）。该等价可由 $s^\frown \alpha \sim_L s^\frown \alpha'$得到：令 u 为任意一个符号串，$s^\frown \alpha'{}^\frown u$ 是 $s^\frown \alpha^\frown u$ 的置换，并因此 $s^\frown \alpha'{}^\frown u \in L \Leftrightarrow s^\frown \alpha^\frown u \in L$。 ■

自然语言也有关于量词的“通常”用法的例子，此时检索的顺序非常重要，如“每第三个囚犯被砍了头”和“每写 100 字的手稿将可挣得一元钱”。此外还有所谓的“旁系”用法，似乎用上了并行枚举：“这个角落的多数女生与那个角落的多数男生彼此厌恶。”自动机似乎也肯定能处理这类问题，但这里就不再继续了（另外一个比这些更“动态”的例子：对“五位作家写出百首诗歌”的所谓的“累积”读法）。

11.2.2 一阶量词

前面的例子都是一阶的，只是在计算的状态数量上不同而已（例如，一个要求至少有三个状态）。然而，也存在其他有穷状态的量词。

例 4 有穷状态机器计算偶数个 A 是 B（图 11-5）。

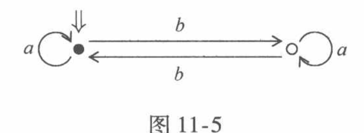


图 11-5

与之前图形明显不同的是这里出现了“双环”，用来与所需周期保持同步。一阶量词缺少这样的装置（除单环以外）：其相应的机器可转变为非循环机器。

定理 2 一阶量词恰好可以由置换不变的非循环有穷状态机器所计算。

该定理的证明在数树中进行表达时，采用了一阶量词的特殊几何形式（van Benthem，1984b）。关于量词（如同在数树中所展示的那样）的真值模式与自动机表达之间的类似，这只不过是一个例子。另一个例子是这些模式的各种“齐次性”概念（van Benthem，1986）①，它们可以对应于状态数量可变的有穷状态可计算性。

11.2.3 可测语言

上面的一阶特性有一个独立的动机，本文将之与 McNaughton 和 Papert（1971）的主要概念联系在一起加以说明。他们的著作专著致力于所谓的可测语言——其作者以此主张特殊的心理相关。

首先需要给出一些定义。语言 L 是“k-可测的”（$k\geqslant1$），如果它对如下等价条件封闭：

$s\sim_k t$ 如果(i) s，t 长度$\leqslant2k$ 且完全相同。

或者

(ii) s，t 长度 > $2k$ 且有相同的。

(a) 长度为 k 的始段；

(b) 长度为 k 的尾段；

(c) 首末元素之间的长度为 k 的中间段的“出现集”。

例如，$111000\sim_2 11110000$，$1100100\sim_2 1100100100$。直观的想法是，识别这种语言只需要固定长度子序列的“局部测试”。然后，一个语言是“局部可测的”，如果存在 k 使得它是 k-可测的。最后，一个“可测的”语言是由局部可测的语言重复使用布尔运算和排序（这些显然是能行的运算）得到的。

一些特殊的量词，如对当方阵的四个元素（所有、某些、没有、并非所有），是局部可测的，事实上是 1-可测的。另一方面，至少两个已经变成不是局部可测的了：

序列 $a^k abaa^k$ 不在其语言中，但与它 $\sim_k$-等价的 $a^k aba^k baa^k$ 却在。

然而，该量词表示为序列“至少一个（at least one），至少一个”却是可测的。一般的情形如下：

定理 3 可测语言恰好是那些拥有非循环有穷状态识别器的语言。

证明：首先是对包含（⊇）的情形。非循环自动机所接受的符号串的集合可以表述为所接受“轨迹”的有穷析取（一个布尔运算），每个接受状态刚好接

① 原文中为“van Benthem. 1985a”，有误——译者注。

受一个“轨迹”。因为不存在非单位环，所以每个这样的状态都只接受轨迹的有穷集合（另一个析取），每个轨迹形如下面以正则标记给出的例子：

$$a \cdot b \cdot a^{*} \cdot b \cdot c^{*}$$

它是如下两种基本类型组成的序列（又是一个可容许的运算）：

- 单个符号 a（单元集语言是1-可测的）
- “齐次”语言 a^{*}（也是1-可测的）。

反过来，对于包含于（⊆）的情形，可以利用“非循环语言”的一些闭包性质。非循环语言对如下条件封闭：

（1）补：

将接受状态与拒绝状态颠倒过来都不会引入循环。

（2）交：

按通常方式从两个单独的（非循环的）自动机构造一个“乘积自动机[①]”不会产生循环。

因此，我们有了布尔闭包。此外，我们还有对如下条件的闭包。

（3）排序：

证明：令 A_1 非循环且识别 L_1，A_2 非循环且识别 L_2。将 A_2 的不交备份附加到 A_1 的每个识别状态上，A_2 的备份中的初始状态连接在 A_1 的识别状态后面。新的识别状态将仅仅在那些 A_2 备份中。新的自动机没有循环。而且它刚好可以识别 L_1，L_2——只不过非确定地加以识别而已。

因此，所有可识别的序列显然都在 L_1，L_2 中。

反过来，L_1，L_2 中的任意一个序列都可以通过明智的步骤，选择正确的时机进入 A_2 备份而被识别（图11-6）。

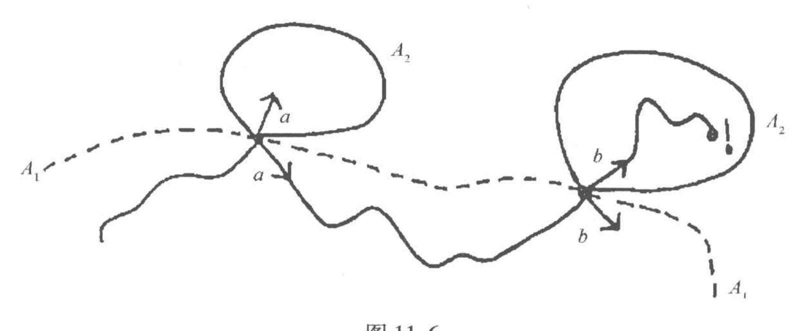


图11-6

① 乘积自动机是将一些自动机相连接的产物，其状态数是原来自动机状态数的乘积——译者注。

要实现确定性的识别，还需要最后一个引理[①]。 ■

（4）可被非循环自动机非确定地加以识别的语言同时也有一个确定性的非循环识别器。

证明：同一语言的确定性的“幂集自动机”的通常构造不会引入新的循环。[②]（回忆一下：在旧的自动机中，$X_1 \xrightarrow{a} X_2$，如果 X_2 是从 X_1 中某个状态通过读取 a 而可及的所有状态的集合。那么，循环 $X_1 \to X_2 \to \cdots \to X_1$ 也将总是预设单个状态之间非平凡循环的存在。） ■

我们讨论的这四点已经考虑了可测语言定义中的递归步骤。只剩如下基本步骤：

引理 1 任意一个 k-可测语言都是非循环可识别的（$k \geqslant 1$）。

证明：每个这样的语言都可以表述为被接受的初等情形的有穷并（布尔运算，因此可容许）。被接受的初等情形由如下三条给出：

- 长度为 k 的固定初始序列；
- 长度为 k 的固定收尾序列；
- k-序列的某个“内部集”。

（此外，可能还存在某些长度 $\leqslant 2k$ 的孤立的单个序列：每个这样的序列显然有非循环的识别器。）现在，满足上述三条的任意一个序列都在可被非循环识别的三种语言的交（同样是布尔运算）之中，

- 固定表达式 $\in$ 后接任意序列：这是对两个非循环语言“仅 $\in$”和“所有序列”的排序。
- 任意序列后接固定表达式 $\in$：类似。
- 如下四项之排序的有穷交：“所有非空序列”（非循环），“一个单一表达式 $\in$”（非循环），“所有非空序列”（这迫使“内部集”中所有 k-序列的出现），以及内部集外 k-序列的类似表达式的补。 ■

至此完成了定理的证明。 ■

特别地，由该定理可以得到：

推论 1 一阶量词恰好对应于置换封闭的可测语言。

最后是一个受日瓦茨的一个问题的启发而得到的结果。日瓦茨观察到基本的逻辑量词都是局部可测的，但其他量词几乎都不是（是排序和布尔运算才使得其

---

① 指的是接下来的第（4）点——译者注。

② 构造幂集自动机是将非确定性有穷状态自动机转变为相同语言的确定性有穷状态自动机的典型方法——译者注。

他一些一阶量词局部可测）。在数树中使用组合推理，可以得到如下定理。

定理4　置换封闭的 k 可测语言 L 恰好可以在数树中通过任意这样的形状所表达：由对当方阵中量词的析取所定义的“平面锥形”中的顶端三角形。

证明：这里给出仅有两个符号的字母表的两个例子。首先考虑树的第 $2k+2$ 层，在每个位置上都以条目 +/ - 标记：

$$a^{2k+2}, - \quad \cdots \quad a^{k+1}, b^{k+1} \quad \cdots \quad -, b^{2k+2}$$

中间位置的条目决定了所有至少有 $k+1$ 处 a 和 b 的出现的序列对该语言的（不）属于关系。要理解这一点，可以将 $a^{k+1}b^{k+1}$ 写成 a^kabb^k，然后观察任意 a，b 是如何插入以得到其 $\sim_k$-等价序列 $a^kaa^*b^*bb^k$ 的。

然后在同一层，考察在 a^j，b^i（$i \leqslant k$）处的任意一个条目。这决定了该语言包含所有具有额外符号 a 的序列，因为 $a^{k+1}a^*a^{k-i+1}b^i{}_{\sim k}a^{k+1}a^*a^*a^{k-i+1}b^i$。但同样地，当 $k \geqslant 1 > 0$ 时，增加符号 b 也不会导致变化，这由等式 $ba^k(ba^k)^*a^m \sim_k ba^k(ba^k)^*(ba^k)^*a^m$ 保证（使用前面的结论可以不管符号 a 的增加）。 ■

11.2.4　深化主题

在这一领域有各种各样的深化主题。例如，上面的结果对任意有穷字母表也同样成立。例如，非循环自动机因此可以识别具有如下描述类型的语言的有穷并：“a_i 出现的次数等于 n_i/至少为 n_i（$1 \leqslant i \leqslant k$）。”

另一个有趣的情形是单符号字母表：前面的情况似乎可以归约为这种情形的“复合”。所有单符号语言都是置换封闭的，并因此恰好由它们的帕瑞克－元组（van Benthem，1984b）所刻画：可以得到它们的自然数“半线性”集的典范表达式（实际上是归约到此情形的通常的正则集合记法——因为我们可以将所有克里尼星号的嵌套出现归约为单一层级）。

另一个一般的兴趣点是将量词上由不同目的而独立产生的语义限制与计算它们的机器的特殊性质进行对比。例如，单调性（即 QAB，$B \subseteq B'$ 蕴涵 QAB'）将以如下方式出现：

> 只要符号串 α 使机器从状态 s_1 走到 s_2，且 s_2 是接受状态，那么从 α 通过替换符号 a 为 b 得到的任意符号串 α'，也会使机器从 s_1 走向某个接受状态。

其证明可以使用尼罗德表达式（参见11.2.1节）。以此方法，如果给定的有穷状态可计算量词是单调的，则其单调性问题是可判定的。

11.3 下推存储自动机

计算高阶量词通常需要使用带存储器的机器，而最简单的情形是使用下推存储自动机。于是我们的第一个问题就变成了：通过这种方法，量词增加了多少新的表达能力，如用符号 a，b 出现次数的数量关系来衡量。van Benthem（1984b）已给出：

定理5 下推存储自动机可计算的二元量词恰好对应于纯可加一阶普列斯博格算术可定义的 a，b 上的关系。

这条叙述仍然留下了广泛的理论可能性，其中只有一小部分已经在自然语言中得到了实现。早前的一个例子多数说明了一种向“比例性”发展的一般趋势。“比例性”这一概念似乎还潜藏于直观上最为可行的读法，如*许多*、*没有多少*。因此，上面提到的文章中便加上了额外的限制，得到如下典型结论。

定理6 （前文出现过的）双线性连续量词恰好在如下的“对当方阵”（$n \geqslant 0$）之中：

$$\text{至少}\frac{1}{n+1},\qquad \text{至多}\frac{n}{n+1}$$

$$\text{多于}\frac{n}{n+1},\qquad \text{少于}\frac{1}{n+1}$$

事实上，将这些额外限制加在自动机上可能会更好一些（关于对下推存储自动机行为的一些合理限制可参见11.8节）。例如，回到更一般的语义限制：

> 下推存储自动机何时可识别*置换封闭*的语言？*单调*的语言？并且，这些性质是*可判定*的吗？

该复杂性领域的一条显著特征就是许多这样的问题事实上是可判定的，因为普列斯博格算术是完整算术（根据哥德尔不完全性定理，它是不可判定的，而且事实上是非常复杂的）的一个可判定的子理论。例如，一个表示为下推存储自动机 M_Q 的量词，我们可以能行地判定它的可加等价式 μ_Q，并且检验，如是否具有性质：

$\forall aba'b'((a+b=a'+b' \wedge a' \leqslant a \wedge \mu_Q(a,b)) \to \mu_Q(a',b'))$（单调性）

$\forall ab(\mu_{Q_1}(a,b) \leftrightarrow \mu_{Q_2}(a,b))$（等价性）

算术的完整表达力只会涉及在意义上需要*乘法*的量词（或其他语言表达式）。这事实上已经体现在对某些词的读法之中，如*许多*或修饰语*非常*。但这方面的研究还很不充分。

当前领域的另一可能的延伸则更为可行。上述对下推可计算性的刻画仅仅在双符号字母表中有效。更高阶的、非上下文无关的情形甚至在可加算术中便已出现。例如，“$a=b=c$”：表达符号 a，b，c 出现次数相同的所有序列所构成的（上下文敏感的）语言。这种情形在通常的语言中会很自然地出现吗？

例 5　多元限定词（Keenan & Moss，1985）。像“更多的 A 比 B 是 C”（more A than B are C）这样的结构需要一个六元字母表，并至少假定类似如下保守性的某种适当形式（图 11-7）。

$$QAB,\ C \Leftrightarrow QAB,\ C \cap (A \cup B)$$

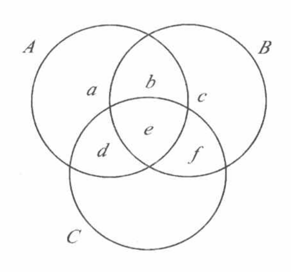


图 11-7

虽然 $d > f$，这里的数量条件也仍然是下推可计算的。类似地，“相同的 A 与 B 是 C”（as many A as B are C）就变成 $d=f$。仅仅是叠置一下，“相同的 A 与 B 与 C 是 D”（as many A as B as C are D）却导致更复杂的类型，并且肯定更有理由怀疑它是否符合语法。

尽管如此，仍然应该清楚这里并不依赖于下推可计算性的一般限制：本文更倾向于指出语义学中何处会出现复杂性的“临界点”。

无论如何，从现在开始本文将不重点研究更复杂的机器行为，而是致力于使用简单机器处理比现在的符号线性序列更为复杂的数据。

11.4　树形自动机

11.4.1　设定格式

许多表达式是在“结构化的”域上进行运算的。例如，在 11.1 节中，内涵算子在可能世界图上进行计算。这在语义学中是频繁发生的现象：有一个形如关系图的语义域，自动机以某种顺序进行检索（一个非内涵的例子：当计算度量形容词时，考虑比较顺序；或者当计算所属表达式（*my*，'*s*）时，考虑某个“所属

顺序”)(有穷)。非循环图，或者甚至仅仅是有穷树是允许相当直接的检索方式的一种重要情形。此时，自动机可以从底部树叶开始，以很显然的归纳方式向上到达顶端结点。树形结构被广泛采用，在语义建模中也是如此，因此，我们这里将研究这种特殊情形，把它当做是我们整个研究方案可行性分析的一个先导实例(但到最后我们当然可以处理任意的图)。

从线性序列到树的类似转变已经在数学语言学中采用（Perrault，1984）。然而这两种情形并不完全相似，因为语法结构树通常有一个固定的（一元、二元、也许三元的）分枝模式集——而对于语义结构，想来并不需要这样的限制。此外，后代结点的从左至右的顺序并未带有语义信息，而在语法中却可能有。

在树上作为语义用途的最简单的一类自动机是这样运作的。有一个装置判定结点是否携带某些特征，还有一个有穷状态机器检查直接后代是否已经到达最终状态，最后是一个设备打印已经被检索过的结点的状态标记。全部过程如下：

- 从树的底部树叶开始逐层检索，
- 当检查到某个结点时，测试其特征，以判定在哪个状态中开始使用有穷状态自动机检索其直接后代（更准确地说，是检索前一轮运行结束后留下来的最终状态标记的字符串），
- 自动机到达的最终状态打印于当前结点。

于是，这里存在一个“条件程序”：“如果特征$_1$，那么执行 M_1；如果特征$_2$，那么执行 M_2；等等。”于是，自动机 M 可能只是组件 M_1，M_2，…的不交并。

例 6　计算性质“交错”：

$$\forall x(Ax \rightarrow \forall y(R^+ xy \rightarrow \neg Ay)) \wedge \forall x(\neg Ax \rightarrow \forall y(R^+ xy \rightarrow Ay))。$$

这里的量词作用在树的结点上，可以带有特征（A）。“R”表达对结点的支配，“R^+”是直接支配。

我们的机器有三个状态：

a_1（“接受，在顶部结点为 A 时”）

a_2（“接受，在顶部结点为$\neg A$ 时”）

b　（“拒绝”）

它的图形是这样的（以 q^* 表示状态 q 的标记）(图 11-8)。

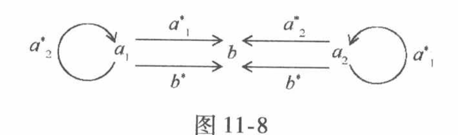


图 11-8

这里 b 是一个吸收状态。初始约定为："具有特征 A，从 a_1 开始；没有特征 A，从 a_2 开始。"

11.4.2　另一途径

通常还可以对自动机的上述设定加以改变，得到一些有意思的变体。例如，每到达新的一层，我们可以让机器首先检索所有直接前驱上的最终状态标记（从某个固定初始状态开始），然后再观察当前结点的特征，以决定"退出状态"。

在原来的格式中可以识别的树的任意一个性质，在新的格式中仍然可以识别。因为，给定（旧式）机器 M 的"条目特征"，在新的格式下，机器从哪里开始并不会受到影响：它总是从相同的初始状态离开——但是，我们可以去"翻译"它的最终状态。因此，可以取新的自动机的状态为 M 中状态的 n 元组（n 是旧状态的总数）。迁移的处理方法是很显然的：类似于坐标那样，复制已读标记的旧的迁移。然后，最终状态根据当前的输入，从所有可能的初始状态开始，对原来的 M 的所有输出进行编码。因此，最终的约定仅需令当前结点的特征选出它先前的条目约定所给定的坐标上的最终状态。事实上，这确实不能完全遵循前面的模式，因为打印的标记并不一对一地映到新的状态上。但无论如何，将"状态"从"辅助输出符号"中分离似乎是一条合理的策略——并因此将沿着这条路继续走下去。

采用这种更自由的视角，反向模拟也是可能的。状态现在变成了二元组（旧状态，初始特征），迁移跟原来一样在第一坐标上计算。我们从（初始状态，已读特征）进入机器，然后使用先前的"退出约定"来决定要打印的最终（状态）标记。

11.5　识别与递归

11.5.1　二阶定义

任意给定的树形自动机 M，对于 M 所接受的树的类中的那些树，M 显然可以识别它们的确定性质 π_M。（这里我们假定采用 11.4.1 节的原初格式。）这个性质还能以更明确的方式进行描述吗？至少在高阶逻辑的片断中，存在直接描述这种机器行为的方式，它仅仅使用如下形式的语句：

$$\exists Q_1 \cdots \exists Q_k \phi(R, S, A_1, \cdots, A_n, Q_1, \cdots, Q_k),$$

其中"Q_1"，…，"Q_k"是一元集合变元，ϕ 是包含支配顺序 R、某个线性序 S、

A_1，…，A_n（视为“特征性质”）以及 Q_1，…，Q_k（现在看做“附加性质”）的一阶语句。这样的语句称为一元 $\sum_1^1$ 语句。

定理 7 对任意有穷状态树形自动机 M，它所能计算的性质（π_M）是一元 $\sum_1^1$ 的。

证明： 我们的任务仅仅是检验 11.4 节中解释过的所有那些是否可以在这种形式下表达。下面是主要步骤。

（i）树刚好具有结构类型（T，R，A_1，…，A_n），这种结构总共具有 2^n 个“特征”（或称为“结点描述”）。每个特征通过“条目约定”，在 M 中都有相关联的状态。

记法：特征集 F，状态集 Q，对任意 $f \in F$，存在关联的 $q(f) \in Q$。

（ii）线性序 S 表达了枚举整棵树的一种特殊方法，它为任给结点 x 的所有直接前驱排定一个顺序。 ■

定义 $F_x(y)$:= “y 是 x 的直接前驱中 S-最先的”，

$L_x(y)$:= “y 是 x 的直接前驱中 S-最后的”，

$N_x(y_1, y_2)$:= “y_1, y_2 是 x 的直接前驱中的结点，且 y_1 是 y_2 的 S – 直接前驱”。

（iii）现在，对任意状态 $q \in Q$，取两个一元谓词符号，

q^*x（直观上，“x 最终打印上 Q-标记”）

qx（直观上，“在检查 x 后，M 立刻进入状态 Q”）。

注意：那些 q^* 和 q 分别都完全划分了 T。

（iv）“底部树叶”：注意到：$\forall x(\neg \exists yRxy \rightarrow \bigvee_{f\in F}(f(x) \wedge q(f)^*(x)))$（这里的初始状态也是最终状态，因为没有前驱）。

（v）“爬树”：注意到：$\forall x(\exists yRxy \rightarrow \bigvee_{f\in F}(f(x) \wedge \bigvee_{q\in Q}(\mu(q(f), x, q) \wedge q^*x)))$。其中 $\mu(q_1, x, q_2)$ 是说，从状态 q_1 开始，M 在检索了 x 的所有直接前驱之后，停于状态 q_2。如要定义它，假定 $M[q_i, q_j^*]$ 为 M 在状态 q_i 中读取标记 q_j^* 后所进入的状态。然后我们仅仅写出 M 的迁移图：

$$\exists y(F_x(y) \wedge \bigvee_{q\in Q}(q^*(y) \wedge M[q_1, q^*](y))) \wedge$$
$$\forall y_1 y_2(N_x(y_1, y_2) \rightarrow \bigvee_{q,q'\in Q}(q(y_1) \wedge q'^*(y_2) \wedge M[q, q'^*](y_2))) \wedge$$
$$\exists y(L_x(y) \wedge q_2(y))。$$

（vi）“顶端成功”：说的是：在顶端结点中，q^* 对某个接受状态 $q \in Q$ 成立。

π_M 现在可以表达为所有这些（一阶）陈述的合取，前面冠以作用在一元谓词 q，q^*（$q \in Q$）上的存在量词。

如果需要，上面公式 π_M 中的线性序 S 也可被存在量词加以约束。

如果机器不是只能检查给定结点的直接前驱，而是它的所有前驱的话，则有必要进行一个比较大的变动。在那种情况下会出现许多“访问”，且全局 q/q^* -方法将会失效。一种解决办法是假设在每个结点上“局部地”存在某个适当的谓词 q（表达 M 的检查）。这样通过等价式

$$\forall x \exists Q^{(1)} \phi(x, Q) \leftrightarrow \exists R^{(2)} \forall x \phi(x, \text{‘}\lambda y.\ Rxy\text{’})$$

二阶逻辑又可以转变为 Σ_1^1 语句。但要注意，这将引入更多元谓词上的二阶量化，而不仅仅是集合上的。

11.5.2　展开递归

上面的描述仍然不能看做是对机器 M 识别什么的一个真正的“解释”：它仅仅重新陈述了识别过程。什么才是更令人满意的解决方法呢？例如，如果 M 是非循环的，检验前驱状态上的某个一阶条件，我们还想根据树的顺序和特征谓词（如那些在前面的例子中所出现的），得到 π_M 的某个显式的一阶定义。这已经可能是相当困难的了。

例7　（1）考察具有如下行为的机器 M。

- 如果某结点具有特征 A，那么它以接受该特征而停止当且仅当它的前驱都不被接受。
- 如果该结点没有特征 A，那么 M 接受它当且仅当它的某个前驱被接受。

描述 π_M 并不容易（尽管通过首先观察小的树，我们可以得到一个直观印象）。

（2）对于更复杂的（尽管仍是一阶的）递归，困难也进一步增加。例如

- 如果特征 A，则接受当且仅当恰有一个前驱被接受，
- 否则，接受当且仅当没有前驱被接受。

一般性的问题在于：我们想将 π_M 的递归隐含定义转变为显式定义，并且使用与递归陈述相同的语言。一般性模式是这样的：

$$q_1(x) \leftrightarrow \bigvee_{f \in F}(f(x) \wedge \text{“}x \text{ 的前驱中状态 } q_1, \cdots, q_n \text{ 出现的一阶条件”})$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$q_n(x) \leftrightarrow (\text{类似})$$

这是结点上的最终状态谓词的一个并发递归定义，通过对树中的（良基）前驱关系施加递归（当然 π_M 将是“顶端结点有某个接受状态谓词”的断言）。

11.5.3　从模态逻辑的视角看

现在考察最简单的可能情形，也就是前驱上仅有基本量词（$\forall$，$\exists$）的单

行递归。这两个基本量词可以看做模态算子（□，◇）：一种很有用的类比。例如，例1中的（1）有这样的模态形式（以“*Acc*”表示接受）：

$$Acc \leftrightarrow (A \wedge \Box \neg Acc) \vee (\neg A \wedge \Diamond Acc)$$

这种视角指向了模态逻辑的一个相关结论，即德漾-萨宾不动点定理（Smoryński, 1984）。这个定理是说，存在能行程序 π 获取如下模态公式模式的不动点：

$$p \leftrightarrow \phi(p, \vec{q})$$

（p 在 ϕ 中仅出现于至少一个模态算子的辖域内：这加强了所需要的递归。）亦即，π（ϕ）是一个仅带参数 $\vec{q}$ 的模态公式，使得如下等价式在所有有穷树上有效：

$$\pi(\phi) \leftrightarrow \phi(\pi(\phi), \vec{q})。$$

注记　这里需要一个重要的条件：模态算子作用于结点的所有前驱，而不仅仅是直接前驱（参见11.5.1节）。在本节余下的部分，我们也将对所有的机器采用这一假设（我们将在11.6节回到这个问题）。

计算 π（ϕ）的准确方法如下：

（i）对所有模态公式 $\Box C$（p），有（以“T”表示真）：

$$\Box C(T) \leftrightarrow \Box C(\Box C(T))$$

（ii）对递归式 $p \leftrightarrow \phi$（p）$= B$［$\Box C$（p）］（其中 $B = B$［r，$\vec{q}$］是一个不含 p 的模态公式，并以公式 r 替换 $\Box C$（p）），解决方法是

$$\phi(B[T])$$

（iii）对递归式 $p \leftrightarrow \phi$（p）$= B$［$\Box C_1$（p），…，$\Box C_k$（p）］，解决方法可通过反复应用（2），并使用额外命题变元而得到。

例8　对前面的例1中的（1）（11.5.2节），可以得到

$$Acc \leftrightarrow (A \wedge \Box \neg Acc) \vee (\neg A \wedge \neg \Box \neg Acc);$$

且 $B =$（$A \wedge r$）$\vee$（$\neg A \wedge \neg r$）

$$C = \neg Acc。$$

于是，B［T］$=$（$A \wedge T$）$\vee$（$\neg A \wedge \neg T$）$\leftrightarrow A$，

$$\phi(B[T]) = (A \wedge \Box \neg A) \vee (\neg A \wedge \neg \Box \neg A)$$

是最终解决方法。

通过直接的语义推理检验这些解决方法是很有启发的：π_M 是所有顶端结点满足这条模态析取式的树的类。

11.5.4　扩充模态框架

然而，我们的问题比原先的德漾-萨宾定理走得更远。因为，我们希望接受

前驱上施加任意一阶量词，而不仅仅是标准的那些——例 1 中的（2）为证。事实上，德漾已经证明这样的扩充是可能的（Smoryński，1985）。这里关键是要看到 11.5.3 节程序中的第（1）步对结点 x 的前驱上的所有满足如下条件的（称为世袭的）量词 Q 都起作用：

$$\text{如果 } Q_x A \text{ 且 } Rxy\text{,那么 } Q_y A\text{。} \qquad (\text{“}Q \to \Box Q\text{”})$$

世袭量词的例子：“在所有的前驱中”（□）、“在至多 k 个前驱中”。反例如：“在至少 k 个前驱中”、“在多数前驱中”（但要注意，对任意量词 Q，$\Box Q$ 是世袭的）。

断言 在良基序（包含了所有的有穷树）上，等价式 $QT \leftrightarrow QQT$ 在任意结点上都有效。

证明： 假设 QT 在 x 上成立。那么 QT 在 x 的所有前驱 y 上成立（世袭性）。所以，在 x 的前驱上，QT 和 T 定义了相同的集合。因此，由代入得到在 x 上 QQT 成立（Q 是前驱上的一个量词）。

然后假定在 x 上 $\neg QT$ 成立。令 y 是在由 x 及其所有 QT 不成立的前驱所组成的非空集合上的 R-极小元。于是 $\neg QT$ 和 $\Box QT$ 在 y 上成立。同样通过代入，有 $\neg QQT$ 在 y 上成立。由世袭性得，$\neg QQT$ 在 x 上也成立。 ■

现在，任意一阶量词都有形如至多 k 个（不）是的布尔定义；因而可以采用不动点算法的第（II）步，就跟前面类似。

例 9 根据这种方法，可得例 1 中（2）-递归的解决方法如下：

$$Acc \leftrightarrow (A \wedge ①Acc) \vee (\neg A \wedge \Box \neg Acc)$$

（其中，“①”表示恰有一个前驱）。

相应的显式条件如下：

$$(\neg A \wedge \Box A) \vee (A \wedge ①(\neg A \wedge \Box A) \wedge \neg \Diamond(\neg A \wedge \Box A))\text{。}$$

同样地，独立检验该解决方法是很有用的。

最后，要在最普遍的情况下解决我们前面的问题，就需要等式集上的多不动点解决方法。似乎又可以相对简单地反复使用单行情形（基于布洛斯的观察），并因此得到我们想要的结果：

定理 8 非循环有穷状态树形自动机可以识别树的顺序和结点特征的一阶性质。

11.5.5 进一步扩充及限度

前面的结果并没有穷尽这方面的所有问题。例如，我们想确定不动点定理的确切界限。例如，它并不适用于非世袭量词，如在多数前驱中（μ）。

例 10（德漾）：等式

$$p \leftrightarrow \neg \mu p$$

在其自身的语言中没有解决方法。因为，在框架（ℕ，>）上，它定义了子集 p = 所有偶数（令 μ 在 0 处为假）。然而偶数集无法仅仅用 μ，T，⊥，¬，∧来定义。■

相同的例子说明，在允许对 R 显式引用的语言（不同于模态语言）中使用一阶量词，同样可以使不动点结果不再适用。要看清这一点，考察等式

$$Px \leftrightarrow \neg \exists y(R^+ xy \wedge Py)$$

（R^+ 同 11.4.1 节）；在（ℕ，>）上考虑时，就会出现相同的情况。

但是，偶数在这个结构中并不是纯粹一阶（R，=）可定义的。

从目前的观点看，更紧迫的问题是其他有穷状态可计算的量词在不动点定理中的表现。例如，考察偶数多个前驱（∈）。

例 11 等式 $p \leftrightarrow \in p$ 描述了所有顶端结点有偶数多个直接前驱的有穷树的集合 p。

首先，考虑顶端结点有偶数（如说 $2n$）多个直接前驱的任意一棵树；其中 k 个结点上 p 有效，其他 $2n-k$ 个不是。

情形（i）：k 是偶数。

于是，顶端结点下面的"p-结点"的总数一定是偶数，因为它是这样的和：k 个 p-结点（偶数）+ 这 k 个结点下面的 p-结点的总数（k 个偶数）+ $2n-k$（这也是偶数）个结点下面的 p-结点的总数（$2n-k$ 个奇数）。三个被加数都是偶数。

情形（ii）：k 是奇数。

这次三个被加数变成：奇数 + 偶数（奇数多个偶数的和）+ 奇数（奇数多个奇数的和），总和仍是偶数。

另一方面，如果顶端结点有奇数个直接前驱，类似地算下来，结果总是有奇数个 p-结点在下面。所以根据上面的等式，p 在前一种类型的树中将总是为真，而后一种类型中总为假。■

注意这一论述（跟前面的不一样）依赖于我们使用有穷树，而不仅仅是有穷非循环图。此外，很明显在语言中并未产生不动点解决方法。

例 12 在结构（ℕ，>）上，等式 $p \leftrightarrow \in p$ 定义了子集 $p = \{0\}$（根据前面的刻画）。但是，语言 ∈，T，⊥，¬，∧中并无公式定义这个单元集（在此形式化中每个不矛盾的公式都定义了ℕ在至少一个 2^N"周期"下的子集）。

尽管如此，上面的不动点在相对接近于最少见的 ∈ 形式化的语言中还是可以

定义的。例如，加上简单的模态词可将 $\{0\}$ 作为模态公式$\Box\bot$的扩充。上面的一般不动点可定义为“$\in^{+}T$”；其中“$\in^{+}$”是$\in$的仅作用于直接后继的变体。

因此，一般性问题依然存在。是不是所有的使用前驱上的任意有穷状态量词的有穷树递归，总是可以在与此相同的形式化中显式地解决？

11.5.6　一般不动点

作为总结，这里给出不动点可定义性问题的另一视角（仍然归功于德漾）。

令 Q 为前驱上的任意一个量词。令 Q^{end} 为树叶结点中的陈述 $Q\phi$ 的（不动的）真值。使用 Q^{end}，我们的主要问题至少存在“局部的”解决方法：

定理 9　在深度$\leqslant n$ 的树上，等式 $p\leftrightarrow Qp$ 有解决方法 $p=Q^{n}Q^{\text{end}}$。

证明： 施归纳于 n。在树叶结点中，$Q\phi\leftrightarrow Q\psi$ 对所有 ϕ，ψ 成立，并因此特别地，$Q^{\text{end}}\leftrightarrow QQ^{\text{end}}$。这就说明了 $n=0$ 的情形。然后，对深度 $n+1$，关键步骤是：$Q^{n+1}Q^{\text{end}}\leftrightarrow QQ^{n}Q^{\text{end}}\leftrightarrow QQQ^{n}Q^{\text{end}}$（根据归纳假设以及所有前驱都在深度$\leqslant n$ 的树中的事实）$\leftrightarrow QQ^{n+1}Q^{\text{end}}$。 ■

这样的局部解决方法在一般情形下可能是错误的。

例如，前文自然数上的并非多数的例子（11.5.5 节），$Q^{\text{end}}=T$，且 $Q^{1}Q^{\text{end}}=\neg\mu T$ 事实上在第 1 层（即 $\{0,1\}$）上定义了 p。然而它在第 2 层便已经失败，因为第 2 层中 μT 和 p 为真（但在这层中，$\neg\mu\neg\mu T$ 等仍然成立）。

现在，等式 $p\leftrightarrow Qp$ 的一般性解决方法可以定义为：$p=Q^{*}$。其中，Q^{*} 在结点 x 上为真，当且仅当 $Q^{d(x)}Q^{\text{end}}$在 x 上为真（这里，$d(x)$ 是 x 的深度，也就是从 x 到达树叶结点的最长分枝的长度）。

这样前面几节的问题可以重述如下：在哪些用以定义量词 Q 的语言中，Q^{*} 有显式定义？

11.6　树的可计算性质

11.6.1　识别模态一阶性质

有穷树上的有穷状态可计算性的一般界限早在 11.5.1 节就已被发现：所有可计算性质都必须是（一元）Σ_1^1 的。

很显然反过来的问题就是，在Σ_1^1 的语言中可定义的所有性质是否都是可计算的（自动控制和逻辑领域的先驱者 Büchi（1960）已经发现了线性符号序列上的一个关于有穷状态自动机的问题，这是Σ_1^1 的树类似物）。这里不会给出这一

问题的任何解决方法。我们仅考虑特殊情况，亦即将问题限制在关于树的顺序 R 和特征谓词 A 的一阶语句上。

很显然这里可以使用归纳法，观察简单可计算情形 π（R，A，x）(其中“x”表示树的顶端结点)，然后产生更复杂的情形。首先可以识别的是：

（i）原子情形 $\pi = Ax$。

自动机如图 11-9 所示。

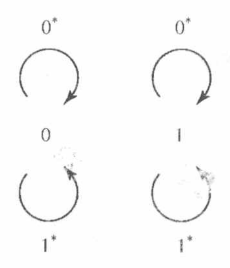


图 11-9　自动机

其中，条目约定为“$A\to 1$，$\neg A\to 0$”（1 是接受状态）。然后，存在满足如下条件的闭包：

（ii）逆 $\neg\pi$（x）(通过交换接受状态和拒绝状态)。

（iii）合取 π_1（x）$\wedge\pi_2$（x）(通过某个适当的乘积自动机来计算)。

（iv）最后，x 的前驱上存在一种可计算的受限量化形式（其中，Q 是 11.2 节意义下的任意有穷状态可计算量词)。

证明：令 M 计算 π（x），且 $M_Q Q$ 成立。接下来要构造的机器将计算如下条件：

$$Q\ \{y \mid Rxy\}\ \{y \mid Rxy \wedge \pi(y)\}$$

根据 M 的状态 s 和 M_Q 的状态 i 构造新的状态（s，i）。新的迁移将具有如下形式：

状态	读取符号	新状态
s，i	t^*，j	u，k

新的符号在这里是这样构成的：由 M 的状态的状态标记，加上真值 $j=0$ 或 1——目前为止用于对 M_Q 的拒绝和接受状态进行编码（这是 11.4.2 节中允许更高自由度输出的一个例子)。于是，迁移约定如下：

- u 是 M 在状态 s 下读取 $t*$ 后所进入的状态；
- k 是 M_Q 在状态 i 读取符号 b（如果 t 在 M 中被接受）或 a（如果 t 在 M 中被拒绝）后所进入的状态。

这样，M，M_Q 就连接在一起了——M_Q 处理 M 的输出。接受状态将是那些接

受 M_Q - 组件的状态。 ■

由此得到的受限形式化（当翻译到一阶谓词逻辑中时）使人（再次）联想到模态逻辑的那些形式化（van Benthem, 1984a）。对于其他情形，我们已经证明了：

定理 10　树的所有模态一阶性质都是有穷状态可计算的。

但这绝不是所能达到的最好结果，如“向上有向”性质，如“任意一个 A 结点都至少受一个 B 结点支配”，也可以计算（参见 11.6.2 节）。①事实上，这里有一个猜想：

猜想　树的所有一阶性质都是有穷状态可计算的。

11.6.2　重新考虑

前面的分析需要一个重要的条件。主要定理的证明在之前的两种格式——“检查所有的前驱”和“检查所有的直接前驱”下是不受影响的。然而一般的可定义性却受此影响，证据如下：

例 13　计算 $\forall x\ (Ax \rightarrow \exists y\ (Ryx \wedge By))$。

在直接前驱的格式中，这条向上看的性质可以用很显然的方法识别，只要使用如下三个状态：

- 接受$_1$（在带有特征 $\neg A$, B 的结点中，不管下面是什么结点）；
- 接受$_2$（在带有特征 $\neg A$，$\neg B$，并且所有直接前驱接受$_1$ 或者接受$_2$ 的结点中）；
- 拒绝（在所有其他结点中，包括所有带有特征 A 的结点）。

但是，当检索所有前驱的时候，这一程序不起作用（对比接受$_2$）。事实上，此时上述性质根本就不可计算！

证明：假设有穷状态机器 M 计算它。考虑如下的树族 T_i：

$\neg A, \neg B\ (x)$

|

$\neg A, B\ (y)$

/　…　\

$A, \neg B\ (z_1)$　　$A, \neg B\ (z_i)$

它们每一个都有上面的性质，并因此被 M 接受。现在，M 的计算在所有底部结点 z_j（$1 \leqslant j \leqslant i$）上产生了相同的状态，但对 y，x 却可能是变化的（取决于 i）。

① 根据作者的建议，已将原文本句之后的一句话删除——译者注。

在任何情况下，y 仅可支配有穷多个结点。因此，对 i_1，i_2 使得 $i_1 < i_2$，当处理 T_{i_1}，T_{i_2} 时，M 在 y 的状态是相同的。然后对比 T_{i_2} 和切断其中 y 与 z_{i_1+1}，…，z_{i_2} 的连接所得到的树 T'。（z_{i_1+1}，…，z_{i_2} 仍然连接到顶端结点 x。）当处理 T' 时，M 对 x 下的那些结点所赋予的状态跟在 T_{i_2} 中相同——并因此 x 的状态也必然相同。也就是说，T' 将被识别：尽管它缺少上面的一阶性质。 ■

事实上，类似的问题对“向下有向”的模态性质也同样会出现，例如

$$\forall x(Ax \rightarrow \exists y(R^+ xy \wedge By))$$

它也无法在第二种格式中被计算。我们猜测这是一个非对称的情况：“任意一个前驱”这一格式中可计算的任何性质也仍然在“直接前驱”格式中可计算；但反过来不成立。

这一观察说明我们对原先机器无拘束的探索是有意义的。因此，之前在某个适当的形式化中探索这种情形的不动点定理（参见 11.5.3～11.5.6 节）也是有价值的。

例如，11.5.6 节中的一般不动点解决方法在这里也仍然成立（因为它的证明独立于两种格式的选择）。

但那里得到的局部解决方法在一般情形下也仍然会是不正确的。

例 14 根据等式 $p \leftrightarrow Qp$，考虑（$\mathbb{N}$，$>$）上的 $Q =$ “$\exists \neg$”。

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ + & - & + & -:p \end{array}$$

例如，到深度 2 为止，$Q^2 Q^{end} = \exists \neg \exists \neg \bot$（$= \exists \forall \bot$）是 p 的正确定义；但到第三层，它就不成立了（这里成立的事实上是 $Q^3 Q^{end} = \exists \forall T$）。

当然，如果选择了另一种格式，p 可能是全局可定义的，亦即通过 $p \leftrightarrow \neg_{\Box} \bot$。这样的统一解决方法在当前选择的格式中是很少的——仅在一些特殊情形下出现（如 $Q = \exists$ 或 $\forall$）。因此，拥有更多局部形式的德漾－萨宾定理变得有意思起来——并且事实上它们是存在的：

命题 1 令 A（p）$= B$（Qp），且 p 仅出现在其中已明确写出的地方。定义 $C =$（BQ）^{end}。在深度 $\leqslant n$ 的树上，如下等价式成立：

$$A^n C \leftrightarrow AA^n C$$

其证明类似于 11.5.6 节中定理的证明。读者可以根据前面的情形检查它的输出。

最后，这些结果也可以在非良基结构中进行研究。此时难点在于，在一些情况下上面的等式并没有唯一解决方法，如一旦允许循环时。但仍然可以对这些情

形进行系统探索（可以对比一下进程代数中递归等式的“卫式”系统的展开；参见 Milner（1980）、Bergstra 和 Klop（1984））。这一主题在本文此处告一段落。

11.7 其他范畴的自动机

因为范畴语言中所有的复合类型都可视为指称了语义函数，所以有可能从一般性的角度来对计算这些的自动机进行观察。但如果这种问题是有价值的，那么应该会有更多引人注目的特定类型表达式的机器模型的例子。我们讨论这样的一些情况。

首先，在“关系”类型（如前文中的量词）之外，还应该考虑更多来自自然语言的“运算”类型，如连接词和形容词。此时，自动机将尽可能自然地表现为传感器而不仅仅是识别器。在最简单的情况下，这样的传感器将不会改变它的输入，而仅仅是从中选择一些项。

例 15 计算非的自动机（图 11-10）。

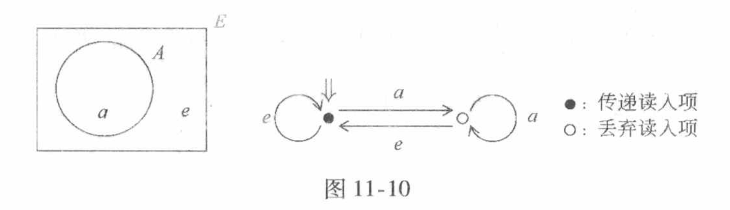


图 11-10

事实上，先前所有的有穷状态自动机也都可以重新翻译为计算运算的装置。

例 16 用于计算所有的自动机（11.1 节）刚好可以传递所有的项 b，直到第一个 a 出现。用于偶数个（11.2 节）的自动机可以传递每第二个 b 以及中间间隔出现的 a。

所以，如果输出独立于个体的表示顺序，置换不变的识别机器就不必再转为顺序无关的传感器。对任意一个符号 a，输出独立于个体的表示顺序需要如下条件：

要么所有 a 箭头终止于通过状态●，要么所有 a 箭头终止于阻止状态○

由此可知顺序无关的运算是很少的，因为只包含两个状态。在所有的连接词中，仅有布尔多项式满足条件（这在此前就将被预见，因为顺序无关类似于前面运算的数量条件：参见 van Benthem（1986）①）。

① 原文为“van Benthem. 1985a”，有误——译者注。

这条大概在各种范畴中被称为逻辑项上的限制，不是没有道理的。这些是更“理论化”的表达式，它们的复杂程度值得使用形式方法进行研究（其他例子如修饰谓词元数的“形式”运算，等等）。但很显然，没有理由预期自动机分层，如区分形容词或副词，因为它们的意义依赖于词汇的内容。

按照前面对量词的处理方法，现在可以自由选择两条途径的扩充。一条是考虑更复杂的自动机。例如，带有下推存储器的传感器可以选取某些项并在其他某处替换它们，这样就重新安排了输入模式。不太清楚这样的设备是否为自然语言的意义所必需。另一条途径导致更复杂的数据。如同在11.4节中那样，运算将不仅需要用于被表示对象的平面序列，还将（至少）作用于树或类图的模式。

一个例子是在某个集合 *A* 中计算 *R*-极大项。例如，当给定某个比较级 *A* - *er*，来确定其最高级 *A-est* 的扩充时。使用11.1节中的树形自动机将不得不丢弃缺少特征 *A* 的结点，当到达 *A* 结点时，将丢弃 *A* 的所有前驱。前面的树形识别器仍然可被用做树形传感器。

树运算的更复杂的情形（很奇怪地）产生于上述最高级下的肯定形容词。例如，存在一种递归方法，恰好可以使“高的”这样的一个度量形容词应用于那些在前驱多于后继（向上次序）的“更高的”-树中的项（所采用的读法是“比大多数更高”）。前文的结果尚不足以计算这条性质；爬这棵树时，我们不仅仅需要“往后看”，还得“向前看”。事实上，这个问题已将出现在线性序列中。在最简单的情况下，一个机器怎样在一个序列上进行运算，而只保留超过它的中点的项？没有一台有穷状态机器可以做到这一点，甚至一台下推存储自动机也还不够：因为在检索序列时似乎需要往返运动。所以，我们是否最终不得不迈向完全的图灵机行为？

前面的结论可能有些武断，因为有一个重要的问题被隐藏起来了，也就是对用于语言表达式相应程序的数据的表达。这里有一个“劳动分工”问题，它可能影响对复杂性的判断。例如，另一种计算上述“高的”的意义的方法是这样的。给定任意个体 x 和一个“更高的”-序，我们可以构造两个集合 $\{y \mid x$ 比 y 高$\}$ 和 $\{y \mid y$ 比 x 高$\}$，然后使用普通的多数-自动机（如11.3节中的）来比较它们的基数。

当前方法的关键主要不是用于支撑这里的特殊分析，而是要使这些关于表达和复杂性的问题服从于整体分析。

11.8　现实主义自动机

语义学对自动机的引入遵守了这样的承诺：对自然语言的事实上的精神处理

和可学习能力问题采用语义上的意义。当然，由此并不显然能够推出当前的方法在这里会比在一般的数学语言学中更无争议。然而，对我们框架的现实主义的解释或修饰进行一些设想还是很有价值的。

11.8.1　可计算性

例如，前面的机器在何种程度上可以作为处理表达式的模型？使用有穷状态机器，已经存在着给状态找到某种意义的问题。在计算实践中，这些状态可能是某个正被执行程序的指令标签的编码。但是，这在我们的情形下看起来并不十分可行。我们来尝试某种简单而直接的方法。

依照普遍的心理假定，假设存在一个固定的有穷的工作存储器以及一个读取新字符的设备。现在这里可能允许各种行为。完全“被动的”读取器仅仅存储新符号（丢掉存储在最底部的符号），稍微主动一点的读取器会决定是否存储（依赖于符号和当前的存储器内容），最终也可能对存储器内容的进行更激烈的重写。最后，在所有情形下，接受/拒绝约定也可能基于当前的存储器内容。这一视角似乎抛弃了对之前有穷状态自动机（11.2 节）的某种额外依赖。

例 17　在字母表 $\{a, b\}$ 上，使用一元存储器进行计算。在这种情况下，存在三种可能的存储器内容（“状态”），即 [ ]，[a]，[b]。其中，[ ] 显然是初始状态；三种状态都可被接受/拒绝。如要计算所有，我们需要使用图 11-11 所示的自动机。

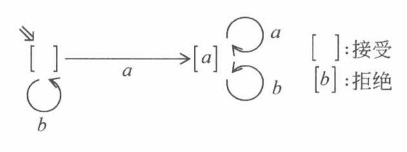


图 11-11

若要计算偶数，则需要注意后一个机器会重写存储器内容（图 11-12）。

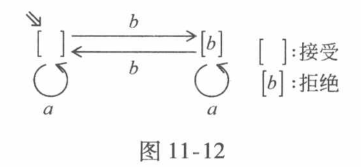


图 11-12

对这些例子更深入的分析显示：

（i）一元存储器情形仅仅产生两个状态的可计算量词；

（ii）所有的一阶量词都是不需要重写存储器就可计算的；

(iii) 后一设备的识别能力刚好跟有穷状态自动机一样（将状态编码为存储器内容，反之亦然）。

接下来对该模式的合理加强是通过在短期存储器上增加一个潜无穷的长期存储器，并通过（有限的）设备进行两者间的迁移。于是 11.3 节中的比例性在诸多限制之下变成可计算的。

例 18 计算至少三分之二。

需要两字符短期存储器，而到长期存储器（下推存储）的迁移是显然的。在短期存储器中仅允许如下重写：

所读字符	短期存储器	行为
a	*aa*，–*a*，–	在短期存储器中存储 *a*
	bb	清空短期存储器
	ab	在短期存储器中的最左边存储 *a*
	–*b*	重写为 *ab*
b	*bb*，–*b*，–	在短期存储器中存储 *b*
	aa，–*a*	在短期存储器中的最右边存储 *b*
	ab	清空短期存储器

这里会出现这样的情况：在每个阶段，都会是要么所有都是 *a*，要么都是 *b* 的齐次堆栈，而工作存储器（可能）包含其他字符的出现。关键的迁移是符号 *a* 在哪里“抵消”两个符号 *b*。通过简单论证，可以得到读取序列中至少存在 *b* 的三分之二的出现，当且仅当短期存储器登记如下：

bb，–*b*，–

因此，这些可能被选做进程的接受“状态”。

所有这样的程序都可以被下推存储自动机模拟。反过来大概不成立，因为我们缺少状态，并且缺少对重写的限制。

“现实主义”自动机与通常的下推存储自动机之间或许最重要的差异，涉及一个到目前为止还没有被讨论过的性质。上面的自动机是确定性的；而不确定性对于下推存储自动机的通常检索（如识别所有的上下文无关语言）则是至关重要的。从现实主义的观点来看，有充分理由研究确定性的子情形——作为一条限制，同时又符合我们对该范围内实际量词表达式的某些想法。

例如，所有的连续双线性量词（11.3 节中已单独讨论），在上述意义下都是确定性可计算的。

然而在我们对语义完全性的考虑之中，毕竟仍然存在允许一定量的非确定性的心理论据。例如，范畴语义学家喜欢将理解一个句子比做完成一个拼图游戏。

玩过这种游戏的人可以证明，取胜之道常常是混合使用对明显匹配块的确定性填充和无明显矛盾情况下的随机填充。这种“愚蠢的”程序事实上可以比全部使用确定性解法更快。

11.8.2　可学习能力

前面的讨论围绕着复杂性问题：什么是“容易计算”。那与之相伴的关于可学习能力（什么是“容易学习”）的主题又如何呢？也许第一个问题的答案可用于第二个：“不那么复杂的程序更容易学习”。（但一个简单的图灵机指令跟如一百页正则重写规则相比又如何呢?）在当前阶段，可能有多种可行的方法，分别强调学习进程本身的不同方面。（进一步的思考参见11.9节。）

此外，在此设置下必须回到对表达——我们在此基础上进行计算——的选择。显然，寻找用于处理世界之知识的最具情报价值的表达占据着学习的很大一部分（或许这些甚至是被选定的，以便实现最少的计算）。与此问题相联系，本文所采用的方法也可以不要在语言学之外的模型上，而是在比方说对话表达结构上进行发展。

最后，成功的学习意味着识别与产生所研究情形的能力。在数学语言学中，识别与产生之间的这种对偶已经被充分研究。然而它在语义学中也有意义，使我们知道了模型构造的许多不同的语义学方法（如“语义表”等）。

所以，计算语义学可以进行全方位的研究。

11.9　附录：关于学习理论

本节讨论语义意义的学习能力怎样才能在本文的精神中使用数学方法来加以处理。这里的指导性想法来自Osherson和Weinster（1985)(尽管最终选择了不同的方向)。

作为一个学习模型，假设我们通过被告知成立与失败的例子，学习了某个语言表达式的意义。在这些例子的基础上，我们假设某个统一的意义（也许在孩提时代就需要)，并在此后使用（服从于进一步的例子修正)。如果该进程是正则的，那么它会以这样的学习函数的形式出现：对数据的每个有穷序列，生成一个关于其内在一般意义的假设。如果所有这些都工作正常，那么对我们感兴趣的每种类型的表达式，该函数都应在浏览过其语义表现的某个有穷片段之后产生正确的假设。

在此路线上还存在许多数学选择，Osherson、Stob和Weinstein（1986）已经仔细探索过这个问题（然而，该模型本身可以追溯到Gold在19世纪60年代的工作)。他们更侧重于语法意义下的语言学习（首先假设一些文法）——但他们

的许多观点具有一般的递归论本质，因此适用于广泛的其他情形（包括当前的情形）。例如，可被成功“学习”的东西依赖于满足如下条件的数据上的假设：

- 人们是否只能理解所学概念的肯定的例子，还是肯定和否定的例子（如同前文提到的）都可以？
- 所接收数据的顺序是否有关系/类似地，重复数据有关系吗？

此外，答案还将依赖于关于学习函数（的复杂性）的假设：什么可被图灵机，以及更简单的设备所计算。最后，还有各种因识别质量要求的不同而得到的产物。例如，学习函数是否还应该拒绝，或至少不能正确识别，不在我们预期的类中的意义数据的任意一个序列？

显然，这里存在各种各样的的问题——从所建议的学习函数到被识别的语言/意义类以及反过来的情况。一个有趣的方向是从人的学习函数的自然假设开始，然后确定在什么地方需要对人所能学习的“自然语言/意义”加以限制。

在此附录中，我们仅观察一个非常简单的特殊情况——特殊到连进行一般分析的一些核心工具（如“Blum 和 Blum 引理”）都未被采用。但即使如此，还是会出现联系到与前文主题相关联的有趣的东西。

我们将注意力集中到学习量词——在数树（van Benthem，1984b）中作为进行时信息的关于其真/假模式的数据。于是，肯定和否定信息都被提供。此外，我们假定小的情形的信息将在整体上组成大的情形的信息——于是很理想地，我们在树模式上从顶端结点开始一层一层地进行检索。事实上，知道了这个固定的枚举方式，仅仅拥有量词 Q 的肯定情形就可以自动填充其否定情形。

例 19 （所有的树模式）：对于量词 QAB，数树表达了满足 $a = |A \cap B|$，$b = |A \cap B|$ 的所有可能的配置 a，b

$|A| = 0$　　　　0，0

1　　　　1，0　0，0

2　　　　2，0　1，1　0，2

3　　　　3，0　2，1　1，2　0，3

等等。

例如，所有的模式是（其中以 + 表示是，－表示否）。

+

－　+

－　－　+

－　－　－　+

⋮

这就得到如下的“学习序列”：

$$+,\ -,\ +,\ -,\ -,\ +,\ -,\ -,\ -,\ +,\ \cdots$$

在最一般的情况下，学习函数将会是，从数树中后继结点的是/否答案的有穷序列，到量词（或它们的适当名字）上的任意一个映射 f。

因为仅存在可数多个这样的有穷序列，f 最多可以识别可数多个量词。但是反过来，对任意可数量词类 $X = \{Q_1, Q_2, \cdots\}$，通过下面的规则，也存在识别它的某个学习函数 f_X。

“对任意序列 $\in$，f_X（$\in$）是数树模式与 $\in$ 一致的枚举中的第一个 Q_i；如果这样的 Q_i 不存在，则 f_X 无定义”

于是，量词的可数类恰好可以通过未加限制的学习函数（可能是部分函数）加以学习。注意，上述学习函数是谨慎的：每个临时假设都与目前为止的数据一致。从这里开始我们将假定这条性质。

为了构造更多的结构，似乎可以要求可学习族是有穷模型上可判定量词的递归可枚举集。在该情形下，上面的学习函数将变成（普遍）递归的。事实上，为了这个结论，只需要假设所有要学习的量词都有递归可枚举的被接受结点的模式（于是要计算 f_X（$\in$），可以用通常的对角线方法来枚举所有的 Q_i-值：选取数树模式与 $\in$ 一致的第一个量词）。反过来也成立。如果 f 是递归的，那么它的值域是对某些有穷序列的能行枚举，并因此是递归可枚举的。此外，对出现在这里的每个量词（以编码后的形式出现）而言，它的被接受结点的类也还是能行可枚举的（在不断增加的深度中，根据不断增加的序列变项的有穷集计算 f——利用结点 x 属于 Q_i 当且仅当 f 将 Q_i 赋值为某个在 x-位置为是的序列 $\in$（这里需要谨慎性））。还可以进一步简化——但上面的描述足以形成一般的直观印象了。

现在，通过引入前文的自动机分层，我们来考虑学习函数的某个良结构。例如，最简单的一种学习装置是一个以状态表达有穷多个可能猜想的有穷状态机器。

例 20　11.1 节中的所有机器。令接收状态表达全称量词（处处为真），拒绝状态为它的否定。于是，这台机器正确识别族 $\{Q_1, Q_2\}$。但是，它还将产生该族之外的不正确的识别（因为，任意非 Q_1 的量词的模式最终将接收到 Q_2）。还可以令拒绝状态表达“没有假设”。那样的话 $\{Q_1\}$ 将会是唯一被识别的族。

例 21　11.2.2 节中的偶数多个机器。这里也同样会出现很多种情况。例如，以接受状态表达某个假设 Q，则 Q 将被赋予由（在数树中任意分配的）有穷偶数多个是-标记组成的任意量词模式。

这些例子暗示置换不变不是目前想要的（不像在 11.2.1 节中）：数据的顺序是很重要的。此外，我们已经转变为识别无穷序列：具有其自身特性的一个领域（van Benthem，1984b）。并且最重要的是，自动机现在在高一阶的层次上运作，所以会说：什么该使我们意识到当下的类推？

这说明当把这个问题倒过来考虑，我们可以得到更多。考察量词所有的数树模式，其学习序列已经在前面的例子中给出。

什么样的自动机恰好可以识别这个序列？似乎需要下推自动机，它可以选择存储或擦除否－标记的序列，并确保下一序列刚好比前一序列多一个标记。在其最显然的形式下，这需要两个堆栈（一个用于比较，一个用于记录）。然而，带两个堆栈的下推存储自动机具有图灵机的能力：我们终究已经到达了最复杂的情形。

所以，什么才是这里的计算良结构的恰当概念？例如，我们仍想说所有的一阶量词基本上都与前面的例子有相同的复杂性。（考虑它们的弗雷斯临界点（van Benthem，1984b）：在对应的学习序列中，难点总是在于在固定的环境中识别某个－或＋区间的一步增长。）另一方面，例如，对于多数更高阶的情形，当检查它的学习序列

$$(-) - + - - + - - + + - - - + + - - - + + + \cdots$$

时，（直观上讲）需要使用多于两个堆栈。最后，上面的自动机也都可以用于识别量词的类。例如，当自动机唯一地识别一个个量词 Q_1，…，Q_n 时，$\{Q_1, \cdots, Q_n\}$ 也可通过如下方法加以识别：

首先，跟随序列直到与 Q_1，…，Q_n 之间的所有区别都已出现的第一深度：这可以在某个初始有穷状态部分中被登记。其次，使用适当的自动机 $M(Q_1)$，…，$M(Q_n)$ 在以此方法到达的最终状态上继续运行。

前面的讨论强调了两种层次上对自动机的不同使用：作为学习机器或由其假设的语义程序。例如，计算一个一阶量词可能具有有穷状态复杂性——而对此特殊量词进行处理的学习本质上却可能是更复杂的模式识别问题。即使如此，学习机器的内部机制与其猜想的结构之间有哪些联系却依然是个问题。

例如，学习机器能不能识别：给定的一个学习序列是否对应于一个有穷状态可计算的量词？如果可以，识别为哪一个量词？

根据前面的一般性结论，答案是肯定的——因为这是可判定集的一个递归可枚举的类。然而，证明中所给出的学习函数是相当抽象的。另一方面，在看过如细胞自动机（Wolfram，1984）的计算机模拟的仅仅一点进步之后，研究模式识别的科学家们似乎便已肯定地预知其行为表现。然而在这样的情形下，学习任务更可能是这样：假定某个简单的系统隐藏于被发现的进步中，识别为哪一个。

这一视角提出了识别速度的问题。例如，如果我们知道给定的序列集合由某

个N-状态的有穷状态机器产生，那么在某个有穷长度之前，有穷多个可能性彼此之间的所有区别必然都已出现。这一长度是否可以估计？

一般说来，显然的猜想（就是N本身）并不成立：

例22　（1个符号，3个状态）见图11-13。



图11-13

机器I识别：〈〉，a，a^3，a^4，…，而机器II识别〈〉，a，a^3，a^5，…。

命题2　如果两个带至多N个状态的有穷自动机，分别识别不同的语言，那么它们的区别将出现在长度至多为$2N$的某个字符串上。

证明：在Arbib（1969）第3章第32项中，已经证明了N-状态有穷自动机中的任意两个不等价的状态都可以通过某个长度至多为N的字符串而加以区分。现在，将我们的两个有穷自动机合起来看做一个（$2N$-状态的）自动机，结论成立。■

我们可以将这个结果用于前面二元量词的情形。回想一下机器状态是怎样出现于量词的数树表达中的（van Benthem，1986）：作为生成相同向下子树的结点。如果仅有有穷多种子树的类型出现，那么Q通过某个有穷状态机器可计算。

命题3　如果Q通过某个有穷N-状态机器可计算，那么它所有的状态都已出现于深度为N的顶端三角形之中。

证明：这由如下断言可以得到：如果仅有m（$m \leqslant N$）种类型出现于深度为$N+1$的顶端三角形中，那么仅有m种类型出现于整棵数树中。证明可通过施归纳于N得到。

- $N=1$。如果顶端模式类似于：$\begin{matrix} & t_1 & \\ t_1 & & t_1 \end{matrix}$，那么整棵数树都有模式$t_1$（因为$t_1$“不断繁殖”）。

- $N+1 \rightarrow N+2$。情形i：深度为$N+1$的顶端三角形包含仅有m（$m \leqslant N$①）种类型的出现。由归纳假设，一共只有m种类型出现。情形ii：深度为$N+$

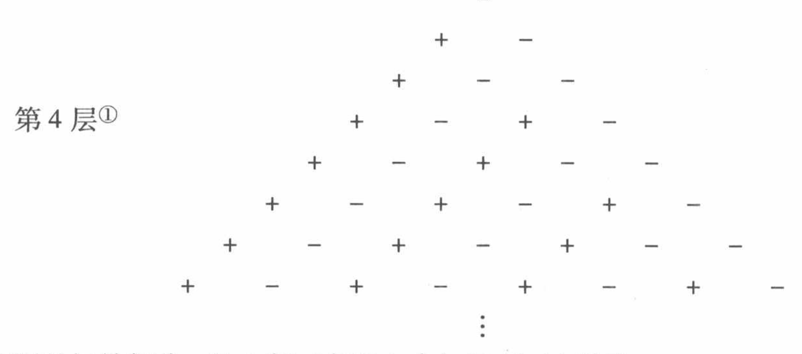
① 原文此处误做小写字母“n”——译者注。

1 的顶端三角形包含 $N+1$ 种类型的出现。于是在 $N+2$ – 三角形中，所有出现的类型都有类型来自于这 $N+1$ 种可能性的两个直接后继结点。所以，再次根据繁殖性，整棵数树的模式在向下的方向中是固定的，仅显示这 $N+1$ 种类型。 ■

注记 根据正则语言的泵引理，可以使用更精简的图形（但更快）证明相同的结论。

现在以构造深度为 $2N$ 的数树为例，将前面的识别方法加以应用。

例 23 考虑如下的 4 – 状态有穷状态量词的数树模式。



对于图的初始部分，取上部三角形本身如图 11-14 所示。

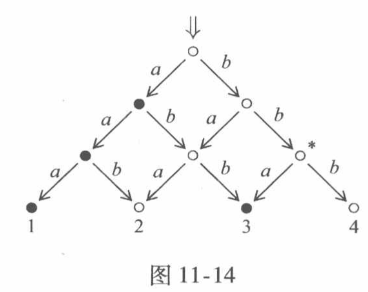


图 11-14

在最终行上仍然需要找到迁移箭头。

通过对比产生的深度为 4 的向下子树，我们现在可以将该图[②]完成，如图 11-15 所示。

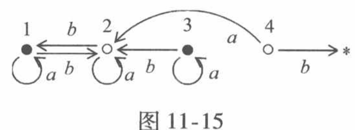


图 11-15

① 原文误将其标至第 5 层——译者注。

② 原文中的图遗漏了从结点 2 到结点 1 的 b 箭头——译者注。

这可以简化为等价的 4 状态机器（图 11-16）。①

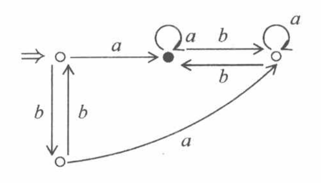


图 11-16

对应的量词是（“至少一个 a，且偶数个 b”）：

QAB　当且仅当　$A-B\neq\emptyset$ 且 $A\cap B$ 的基数为偶数。

另一条考虑这些临时猜想的途径是通过正则语言的尼罗德表达式（参见 11.2.1 节）。尼罗德学习机也可以在上述设定中以如下方式运行。在每个阶段，它知道 Q 产出的某个有穷集 A，并且如果在 A 的范围中对树结点的识别并非 Q-可分辨的，那么就可以猜测它是对应的自动机。此外，存在很明显的 a，b 迁移函数（事实上，我们得稍加仔细一些，对固定的“对比深度”创造不同的近似值）。现在，假设某个有穷状态自动机隐藏于已被发现的 Q-模式中，尼罗德学习机迟早会到达一个稳定的猜测。通过对比的方法，跟尼罗德学习机在非有穷状态量词“恰好一半”（它仅接受数树结点 x，x）上的持续摆动进行比较。对下推可计算量词之猜想的类似生成程序也是很有意思的。事实上，有穷状态估算的异常迅速的变化也许迫使我们假定某个更高阶的自动机在运行。什么样的判定机制才能描述它呢？

当然，这个学习和假设的模型仍然相当粗糙。更细致的学习文法模型可以参考 Winston（1984）、Charniak 和 McDermott（1985）的文章——它们也可以按本文的语义侧重点进行改造。

致　　谢

我要感谢 D. H. J. 德漾，与他关于 11.5 节主题的通信令人振奋，这也是我在文中多次提到他的贡献的原因。

关于广义量词的 Lund Workshop（1985 年 5 月 9～11 日）的许多成员提供了有趣的建议和批评，尤其是 M. 比尔维奇和 L. 约翰森。

在图宾根的一次关于这方面工作的报告（1986 年 7 月）中也得到了来自 H.

① 原文将图中接受状态●与最右边的拒绝状态○颠倒过来了——译者注。

坎普、D. 牛特、S. 彼得斯和 H. 沃戈尔另一轮有用的评论。

最后，F. 日瓦茨一直都是问题与灵感的来源。

参考文献

Arbib M. 1969. *Theories of Abstract Automata.* New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs

Bergstra J, Klop J. 1984. The Algebra of Recursively Defined Processes and the Algebra of Regular Processes. In: Paredaens J, ed. *Proceedings 11th ICALP, Antwerpen* 1989. Springer Lecture Notes in Computer Science 172, 82 ~ 95

Büchi J. 1960. Weak Second-Order Arithmetic and Finite Automata. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, 6: 66 ~ 92

Charniak E, McDermott D. 1985. *Introduction to Artificial Intelligence.* 1979. *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation.* Reading (Mass.): Addison-Wesley

Hopcroft J, Ullman J. 1979. Introduction to Automata Theory. Languages and Computation. Mass: Addition-Wesley, Reading

Keenan E, Moss L. 1985. Generalized Quantifiers and the Expressive Power of Natural Language. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Generalized Quantifiers in Natural Language.* Vol. 4. Dordrecht: Foris. GRASS-series. 73 ~ 124

McNaughton W, Papert S. 1971. *Counter-Free Automata.* Cambridge (Mass.): MIT Press

Milner R. 1980. *A Calculus of Communicating Systems.* Springer Lecture Notes in Computer Science, 92

Osherson D, Stob M , Weinstein S. 1986. *Systems that Learn.* Boston: MIT Press

Osherson D, Weinstern S. 1985. Identification in the Limit of First-Order Structures. *Journal of Philosophical Logic*, 15: 55 ~ 81

Perrault R. 1984. *On the Mathematical Properties of Linguistic Theories.* Report 84-18. Stanford: Center for the study of Language and Information

Smoryński C. 1984. Modal Logic and Self-Reference. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. *Handbook of Philosophical Logic.* Vol. II. Dordrecht: Reidel. 441 ~ 495

Smoryński C. 1985. *Self-Reference and Modal Logic.* Berlin: Springer

van Benthem J. 1984a. Modal Correspondence Theory. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. *Handbook of Philosophical Logic.* Vol. II. Dordrecht: Reidel. 167 ~ 247

van Benthem J. 1984b. *Semantic Automata.* report. Stanford: Center for the Study of Language and Information. Also appear in de Jongh D, et al., eds. 1987. *Studies in Discourse Representation Theory and Theory of Generalized Quantifiers.* Chap 1. Walter de Gruyter, 1 ~ 25

van Benthem J. 1986. *Essays in Logical Semantics.* Studies in Linguistics and Philosophy. Dordrecht: Reidel

Winston P. 1984. *Artificial Intelligence.* Massachusetts: Addison-Wesley

Wolfram S. 1984. Cellular Automata as Models of Complexity. *Nature*, 311

12 意义：解释与推理*

王　铁/译　张立英/校

12.1　意义理论与形式语言的语义学

当前哲学中出现了许多不同的宽泛意义上的“意义理论”，有些是“真值条件的”，有些则是“证实主义的”；有的更面向本体，有的则更偏认识论。本文试图将这些似乎常常由非常有限的具体例子所引出的天才的视角，与自然语言逻辑语义学的最新成果进行对比。

事实上，当前一些主流的意义理论（如达米特、马丁洛夫和普拉维茨的证明论方法，或者洛伦岑和辛梯卡的博弈论方法——这两种方法都在本次会议①中提出）深受仅仅在形式语言中行之有效的意义情境的影响。特别地，使用这些方法，形式解释的某些格式可加以推广（尤其是塔斯基模式及其后来的改进）以获得普遍有效性。但形式语言语义的某些理论特征似乎也逐渐成为规范性原则，如解释规则与推理规则之间的紧密关联（很显然地，如在根岑自然推演演算中）。这一策略并不必然导致错误。例如，很一般地，有许多理由可以支持意义与推理（即证明、否证，简言之：演绎探究）之间有很深联系的想法。但这样的原则仅仅在形式逻辑中取得成功还不够，它需要一般性的论据。

本文在坚持上述相互联系论题的同时，将会对意义的形式语言模型的另一特征，也就是关于给语言表达式赋予意义以及在推理中进行处理的所谓一元预设，加以批评。

---

* Meaning: Interpretation and Inference. *Synthese*. 1987，73（3）：451～470

① 指1985年6月在美国佛罗伦萨举行的主题为“意义理论”的研讨会。主办单位为佛罗伦萨科学史与科学哲学中心（The Florence Center for the History and Philosophy of Science），组织者为M. 皮亚泰利－帕尔玛里尼——译者注。

总体上看，谓词逻辑的塔斯基语义学是形式语言“解释机制”最有影响力的模型。当然，对此也有许多改进，从而将诸如内涵的或上下文相关的表达式纳入到该模式之中，但这些只不过是证明了该方法的适用性而已（van Benthem，1985b）。其实，我们根本没有理由否认这种方法的吸引力以及它所取得的成功。然而值得注意的是塔斯基模式在如下多个方面所表现出的一元特征，对于语言表达式 ϵ、模型 M 和解释函数 I（$\epsilon \xrightarrow{I} M$）：

> 一个语言形式既用做解释机制（“$M \models \epsilon$”）且以后也还用做推理机制（“$\epsilon_1 \models \epsilon_2$”：即“从 ϵ_1 得到 ϵ_2”）。

此外，在根岑演算或贝特表列中，此模式中逻辑常元的真值条件与推理规则之间有惊人的相似（这一事实引发了许多意义深远的逻辑研究）。

然后，

> 一种格式的解释统领了所有表达式的语义进程；

最后，

> 一种模型就足以提供必要的指称，这些指称大概可以相当统一地加以定义（如使用集合论实体）。

类似的一元假定也可以在逻辑推理的通常论述中找到。本文将通过对比的方法来检索种类丰富的自然语言语义学，以期获得解释与推理之间、通过此前的一元方式无法发现的未知相互作用。这种比较的目的并不是要引发过度的争论。因为将自然语言语义学看成是某个人的关于一般意义理论的范例，这充其量不过是一个无端假设而已。我将在文章最后回顾这一情形。

12.2 自然语言解释

显然，自然语言在很多方面不同于形式语言。但是否连解释的基本原则也不同呢？深信在此问题上并无不同已经成为强大的内在动机。例如，蒙塔古语法也许是形式语义学迄今为止最成功的范例（Montague，1974）。事实上，在形式语义学编程的某些版本中，自然语言解释通过某种适当形式的翻译，被归约为形式语言解释。但即使这样的程序有其用途，这种视角也掩盖了我们这里想要研究的自然语言的更多异常特征。所以，我们宁愿在由前一节内容得到的如下三个简单标题之下，考虑自然语言的所谓“直接解释”。

12.2.1 语言构造的选择

准确地说，在语言表达中是什么在被解释？根据简单的例子，答案似乎是：

表层形式，如原子语句“菲斯耶笑了”，“爱丽丝取笑菲斯耶”。有时候，这些还不足以消除某些不明确之处，如带辖域的，像“菲斯耶身边总是有两个女孩”。在这样的情况下，表层形式加上它们的推演历史是最显然的解释机制。更进一步，一旦词项与代词之间的指代关系变得很重要，就会要求回指加注的推演历史。

这些是语义学中众所周知的无法更改的事实。我们现在要说的不过是：是否应该根据这种深化过程来假定一个复杂的“最坏情形”解释机制（如某个非常精细的“逻辑形式”；参见 van Eyck（1985）），还是将其视为存在多种类似机制的证据，并将此类机制的（也许是分层的）结构本身作为语义研究的主题？后一观点似乎更富成果。

12.2.2　指称的选择

被提出来用于语言结构的指称之中也可能会发现类似的多样性。范围是从同样相当多样的“静态”项——个体、集合、性质、真值等到更“动态”的项，如程序、自动机等（关于更动态项的问题，可以参见 van Benthem（1986：第八章）。只有在抛弃掉一元假定之后，表达式的所有语言范畴都接收到类似种类的指称，我们才能够预期这种不同。当然，事实上更可能出现的情况是，如“菲斯耶”指称到一个小男孩，“两个”指称到某个计数程序，“说”指称到涉及文本中某个特定段落之意图的一个高阶语篇指令。该观点需要加以强调，因为可以辩称当前的意义理论仅关注于表达式的一个范畴（例如，语句联结词上的证明论传统，或者 Putnam（1975）针对普通名词的“陈规说”方法）。

当前语义研究的另一个显著特征是，一旦选择了某种特殊的指称，就进入下一阶段的查询。一般说来，并非所有来自某个范围的指称都可用于解释自然语言项；存在着一般性的限制。一个有名的例子是 Keenan 和 Stavi（1981）对所研究的限定词表达式的所谓“保守性”。另一个例子是，作为将可计算性和可学习性问题引入逻辑语义学的方法，寻找 van Benthem（1986）对基本量词的“计算简单的”程序。可以预期这样的问题与一般的意义理论关系密切。我们为什么要采用我们所采用的那些意义，又是什么保证了系统的可学习性和相对稳定性？

12.2.3　解释格式的选择

近年来，（在适当的上下文环境中）将指称赋予语言表达式的朴素的蒙塔古格式，已经通过对实际解释的更敏感的解读得以加强，如 Hintikka（1979）的博弈论语义学、Kamp（1984）的语篇表示语义学以及 Barwise 和 Perry（1983）的

情境语义学。不管这些解读具体有何不同，它们都关注在使用语言时获取和扩充解释的更动态的特征。于是，在解释的形式语言模型中虽未实际排斥，却也至少未加鼓励的大量问题，出现在这些意义理论中。例如，塔斯基模式倾向于将语义理解视为在给定模型中对给定表达式进行赋值（即“识别”问题）的能力，而在现实中，它同样可视为对给定表达式生成模型，或随着语篇进行而改变模型的能力。

所以，在当前的语言和意义哲学中，语义学中即使是对当下行为的一般性检索，所遇到的各种方法与问题也都会比通常的讨论多很多。

12.3　一个具体的例子：范畴语义学

为了从一般性角度给出更具体的例子，这里将大致描述语言解释的一个范例。尽管不像前文所提倡的那么丰富，但正如所承诺的那样，它已经生成了关于解释和推理的一些新型的问题。

考虑具有基本类型 e（“实体”）和 t（“真值”）的范畴文法。复杂类型（a, b）通过著名的函数解释（“从 a 类型对象到 b 类型对象的函数”）以通常的方式形成。

例 1　t（语句），e（专有名词），(t, t)（一元语句算子），(e, t)（不及物动词，普通名词），$(t, (t, t))$（二元语句连接词），$(e, (e, t))$（及物动词），$((e, t), t)$（名词短语），$((e, t), ((e, t), t))$（限定词），$((e, t), (e, t))$（副词，形容词）。

主要的复合规则为：

表达式：X　+　Y　$\Rightarrow$　XY

类型：a, b　　a　　　b

或：　　a　　a, b　　b

这里采用该系统的通常语义学，对每个范畴 a，以适当的语义域 D_a 作为解释的域。

关于推理，我们可以在所有范畴中定义逻辑蕴涵 $\subseteq$ 的概念。首先考虑语义域中的实体

D_e：$x \subseteq y$ 当且仅当 x，y 是相同的个体，

D_t：$x \subseteq y$ 当且仅当 x 的真值小于等于 y 的真值，

$D_{(a, b)}$：$x \subseteq y$ 当且仅当对 D_a 中的所有实体 z，$x(z) \subseteq x(y)$（$x(y)$ 是在 D_b 中的的函数值）。

于是，对相同范畴中的语言表达式 X，Y，$X \subseteq Y$ 当且仅当该关系在所有模型中的指称都成立。这个概念为语句间的后承、谓词间的包含等提供了一个普遍的推广（当然，对于固定的模型 M 和解释函数 I，也可以“局部地”用 $\subseteq$ 表示一个模型内指称的包含）。这个简单的演算已经阐明了自然语言解释和推理的许多新的特征；另一例子如下。

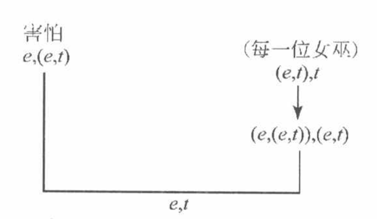
11.2 节中提到的多种解释选项并不会导致混乱：这种多样性是系统化的。此结论加强了当前的另一倾向。形式语义学中出现了一种新的趋势：区分不同的人类语言，并分别在语言内和语言间研究语言的一般机理。毕竟，语言学的主要目的并不是研究词条的太过具体的意义（或对语法性的非常具体的判断），而是理解语言的一般性原则。下面是某种程度在此意义上进行研究的一个机制（van Benthem，1986：第七章）。

范畴改变

与前面的范畴文法不同，根据解释的需要，自然语言表达式可以许多不同的类型出现。例如，虚词“并非”不仅可以作为语句的否定（类型 (t, t)），还可以作为不及物动词的否定（类型 $((e, t), (e, t))$），甚至名词短语的否定（类型 $((e, t), t), ((e, t), t))$ 或更高阶的否定。庆幸的是，我们有生成这些范畴改变的简单规则。例如，这些“并非”的类型都可从基本语句类型反复应用如下所谓的吉奇规则而得到：

对任意的 c，从类型 a, b 到类型 $(c, a), (c, b)$。

另一个重要的例子关注及物动词在复杂的直接对象中的表现。在最简单的情形下，这样的动词属于类型 $e, (e, t)$（“爱丽丝取笑菲斯耶”），但又如何对类似“爱丽丝害怕每一位女巫”这样的语句进行赋值？蒙塔古本人付出的代价是将及物动词类型膨胀为 $((e, t), t), (e, t)$，这影响到范畴赋值系统的每个地方。然而使用吉奇规则，我们仅需使直接对象名词短语“提升到以下情况”。



最后一个重要的语言学例子关注对形如 DNR（“限定词、普通名词、关系从句”）的主语名词短语的分析。通常的蒙塔古分析如下：

D　　N　　R

$$\dfrac{p,(p,t) \qquad \dfrac{p \qquad p,p}{p}}{p,t}$$

其中，$p=(e,t)$ 表示“属性”。

但是，在某些语言中，有很强的语法证据支持将 DNR 组合为（DN）R，而不是上面的 D(NR)。再次使用“改变类型”，上面的分析也有一个复合模式

D　　N　　R

$$\dfrac{p,(p,t) \qquad p}{p,t}$$

$$\downarrow$$

$$\dfrac{(p,p),(p,t) \qquad p,p}{p,t}$$

事实上，我们真正想要的并不是上面这个（后文会加以解释），而是如下

D　　N　　R

$$\begin{array}{cc} p,(p,t) & p \\ \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$\dfrac{\dfrac{((p,p),p),((p,p),(p,t)) \qquad (p,p),p}{(p,p),(p,t)} \qquad p,p}{p,t}$$

这里 N 经历了一种新的类型改变，其一般形式有时被称为蒙塔古规则：

对任意的 b，从类型 a 到类型 $(a,b),b$。

自然语言中这种范畴改变机制的进一步细节，可以参见 van Benthem（1986）第七章。这一领域中的基本成果（归功于五旬间的兰贝克）是，根据函数类型 (a,b) 与蕴涵式 $a\rightarrow b$ 之间的相似性，可将这些迁移描述为某种逻辑定律。自然推演树采用通常的蕴涵引入和消去规则，用在这里是一种很方便的格式。

例 2　名词短语结构的三种推演。$p,(p,t) \quad p \quad p,p \;\Rightarrow\; p,t$

蒙塔古式：

$$\dfrac{p,(p,t) \qquad \dfrac{p \qquad p,p}{p}}{p,t}$$

可选方案（1）

$$*$$

$p,(p,t)\quad p \qquad p \quad p,p$

$p,t \qquad p$

t 消去 $*$

p,t

可选方案（2）

$$*$$

$p \quad p,p$

$p,(p,t) \qquad p$

p,t 消去 $*$

$(p,p),(p,t) \qquad p,p$

p,t

兰贝克系统决不是普通的逻辑演算，因为它的“结构规则”与一般的不同。尤其是，在条件化的每一步，“前提”的恰好一处出现可被消去（此外，至少有一个前提可以保留下来）。这是有道理的：平凡的逻辑式 $a\ a \Rightarrow a$（“消除冗余”）对于类型序列的归约不是有效的。如果希望准确叙述的话，该自然推演系统描述了前提出现（而不是前提本身）的逻辑。

在上述类型改变规则的意义之下也存在着一个系统。例如，吉奇和蒙塔古规则显然对应于将一种类型表达式的指称“提升”到另一种的自然指令。这些通过 λ-项可以进行最优美的表达。

例 3　吉奇规则：

$$x_{a,b} \mapsto \lambda y_{c,a} \cdot \lambda y_c \cdot x_{a,b}(y_{c,a}(y_c))。$$

蒙塔古规则：

$$x_a \mapsto \lambda y_{a,b} \cdot y_{a,b}(x_a)。$$

一般说来，上述自然推演演算中的任意推演都可以通过这样的 λ-方式能行地加以表述：分离规则对应于函数贴合，条件化对应于 λ-提取。对前面的三种 DNR 树，这就产生了如下读法（经过简化）：

蒙塔古式：

“D”（“R”（“N”））

可选方案（1）

λy_p · “D”（“N”）（“R”（y_p））

可选方案（2）

还是“D”（“R”（“N”））。

后面两个是不等价的。例如，第二种读法会将“每个哭泣的小孩都是麻烦事”解释为“每个小孩都是一个哭泣的麻烦事”。

说明了为何解释中的灵活度事实上会是如此系统化的，也就完成了对自然语言中范畴改变的一个非常粗略的概览。

12.4 自然语言推理

通过对自然语言中推理的研究，借用形式语言结论的趋势更加强烈。毕竟形式语言是逻辑学家首创的用于分析推理的工具。然而更关注实际使用的语言也可以学到东西，在我们这里同样如此。事实上，存在一种有时被称为“自然逻辑”的理想，它将语言构造直接用做推理机制。这种理想（或预设）可在弗雷格之前的经典逻辑中加以了解，通过它可以发现现代语义学的某些有趣的相似性（van Benthem，1986：第六章）。

根据前面的章节，“自然逻辑”本身当然不能作为单一的机制，因为解释的语言构造中已经有了太多种类，不过我们还是不得不弄清楚每一种是否可作为适当的解释机制。此外，目前为止无须惊讶，自然语言推理本身似乎已经涵盖了许多复杂性迥异的推理形式。下面给出一些例子（并未穷尽所有情形）。

12.4.1 单调性演算

“单调性”现象是一种主要的推理类型，这在经典三段论和现代语义学中皆有例证。例如，在语句“每个孩子都喜欢莜莉亚”中，词项“莜莉亚”出现在“向上单调”的位置；这使我们可以通过替换“莜莉亚”为具有其扩张的（适当）词项，从而推出更多的语句，如“每个孩子都喜欢（莜莉亚或莉菲亚）”、“每个孩子都喜欢一个女孩”。类似地，这里的词项“孩子”出现在“向下单调”的位置，可以替换为具有其收缩的表达式：“每个荷兰小孩都喜欢莜莉亚，”“每个婴孩都喜欢莜莉亚。”当然，这些词项本身并非向上或向下单调的：这样的特征仅出现于冠以限定词“每个”的特殊语句。其他限定词会改变单调性指向；如“某个”（向上，向上）、“没有”（向下，向下）、“并非每个”（向上，向下）、“多数”（一，向上），等等。这些是现代语义学中普遍的、有用的知识，因为单调性是自然语言内和语言间普遍存在的现象。

事实上从语言表层形式，很容易给出单调性推理的系统性论述。一个很方便的格式就是前面的范畴文法。现在需要一种系统化方法来计算（本身可能是很复杂的）语言表达式某些部分的向上/向下“标记”。这样的标记以如下方式出现。首先，存在以如下规则表达的、范畴复合的一般单调性效果：

复合表达式 XY 中的表达式因子在其中有向上的出现。

例 4　“女孩哭了”蕴涵“（女孩或男孩）哭了”，“走路缓慢”蕴涵“走路（缓慢或飞快）”。

此外，反复应用函数可以得到如下嵌套的代数规则（以“+”表示“向上的”，“-”表示“向下的”）：

$$++=--=+,\ +-=-+=-$$

例 5　“漂亮的”在“漂亮的女孩”中向上出现，但在“不漂亮的女孩”中向下出现。

上例还说明了对某些特别词项的特殊单调性效果的需求。这些可被认为是已经在它们的范畴中进行了编码。

例 6　限定词“没有”（no）具有“被标记”的范畴 $(e, {}^{-}t)$，$((e, {}^{-}t), t)$，“每个”（every）具有 $(e, {}^{-}t)$，$((e, {}^{+}t), t)$，“多数”（most）刚好是 (e, t)，$((e, {}^{+}t), t)$，等等。

如果这样的表达式与另一表达式进行复合，它的中项可能会获得一个单调性迹象。证据如下：

例 7　“并非每个孩子都哭”具有一个类树的范畴分析。

并非　　每个　　孩子　　（都）哭

$$\dfrac{\dfrac{t, {}^{-}t \qquad \dfrac{\dfrac{(e, {}^{-}t), ((e, {}^{+}t), t) \qquad e, t}{{}^{+}\qquad\qquad{}^{-}}\ (e, {}^{+}t), t \qquad e, t}{{}^{+}\qquad\qquad{}^{+}}\ t}{{}^{+}\qquad\qquad{}^{-}}}{t}$$

注意对“内部”和“外部”单调性效果（分别标记在类型上面和下面）的表示。最终标记通过前面的嵌套规则进行计算：

+	−	+	−
并非（not）	每个（every）	孩子（child）	都哭（cries）

在类似于上面的树中，任意语法范畴都出现了，而不仅仅是语句类型。因此，单调性标记指出了表达式中任意范畴的向上/向下位置。这种适当的语义推广采用了来自 11.3 节的一般蕴涵概念。例如，X 在 Y 中“向上”出现，是说对所有的解释 ⟦⟧，

如果 $[\![X]\!] \subseteq [\![X]\!]$，那么 $[\![Y]\!] \subseteq [\![(X/X')Y]\!]$。
（该形式化照现在情况仍然是不明确的。本文不再进一步讨论语法和语义的技术细节。）

事实上，前面的例子展示了两种单调性概念的相互影响。如同刚刚所定义的，单调出现是一个语义概念，但在之前的演算中，它却得到一个复合语法说明（通过一个对 +/－标记进行分配的算法）。很容易证明，语法层面的单调出现实际上在某个适当的语义层面也是单调的。该断言的逆，尽管直觉上是显然的，却需要一个被逻辑学家称为“保持定理”的条件。

单调性推理的进一步例子，如在直接对象名词短语上的情形，最好到下一节再加以讨论（因为目前关注的是“范畴改变”）。已经清楚的是，自然语言中的一个重要推理机制怎样才能在文法分析的简单层次，通过文法构造中插入的推理标记进行描述。

12.4.2 词汇推理

某些类型表达式的特殊性导致了一种相当不同的自然语言推理类型。正如在11.2 节所看到的，对于具体语言范畴的解释存在着一般性的限制，并且这些限制（有时）出现在某些推理的有效性中。例如，前面提到的限定词 D 的“保守性”出现在这样普遍有效模式中：

D *XY* 当且仅当 D *X*（*Y* 且 *X*）。

例 8　“所有孩子都哭”当且仅当“所有孩子都是哭的孩子”，“便宜没好（货）”当且仅当“便宜（货）都不是既好又便宜的”。

还有一些一般性原则适用于某些范畴的子范畴。例如，事实上所有形容词 A 都允许如下推理：

“从 *A X* 到 *X*”。

但仅有所谓“绝对的”形容词才满足下面的迁移：

“从 *A X* 到 *A*”。

最后，单一词项可能具有它们的推理特殊性（上文中具体限定词的单调性结果也是一种相关情形）。例如，限定词“某个”，“没有”允许换位：

D *XY* 当且仅当 D *YX*；

连接词“且”，“或”表现出幂等律：

C（*X*，*X*）＝*X*。

这种最低层次推理的其他一些例子也涉及词项，如“并非某个”和“没有”之间的等价关系。虽然所有这些观察肯定都是初步的，但它们说明了我们当前的视角。

所以，推理的另一源泉是语言范畴指称的一般结构以及具体词项的特殊性。于是，“逻辑”不仅成为自然语言推理中的一个非常广泛现象，对普适推理也是如此。

12.4.3　高阶现象

还有一些其他类型的推理出现在11.2节“更高阶的”语言构造之中，如在（可能是回指加注的）推演历史中。例如，语句不同辖域的读法之间存在着推理，并且常常包含被动语态化。

例9　“每个孩子都怕每个女巫”蕴涵且蕴涵于“每个女巫都为每个孩子所害怕”，对“某个”的情形也类似（顺便一提，“每个”和“某个”似乎是仅有的允许这种转变的两个量词，像“至少两个”、“刚好一个”、“大多数”等都不成立）。“某个孩子害怕每个女巫”也蕴涵，但却不蕴涵于“每个女巫都被某个孩子所害怕”。

这些众所周知的结果与前面的例子有很大区别，它们在某些情形下需要明确辖域，且需要被动语态化的解读（然而注意，即使在前面，也已经有明确辖域的情况出现，并且通常已经可以推出一些结论。推理并非一个“全都是或全都不是”的事情）。这里不再继续讨论这些问题。现在需要研究对辖域次序和谓词变形（如被动语态，或反身代词化，等等）进行调整的语法结构规则的推理潜力。

此外，要求指代明确化会产生推理复杂性。例如，朴素的单调性推理已经有其缺陷（正如吉奇通过其著名的“驴子句”所指出的）。

例10　假设每个拥有花园的人都对它进行浇灌。在这个句子中，词项“拥有花园”出现在向下位置。现在又假设每个有房子的人都有花园。于是可以得到每个有房子的人都对它进行浇灌！这里的问题显然在于如何保持“它”所指代的东西，也就是一个回指加注的问题。

事实上，我们根本就不清楚，上面的单调性演算是否可以进行一个简单的扩充以处理所有这些新情形。当然，某些带辖域的问题也可以在所伴随的范畴文法中加以处理，但一般情形下，我们不得不提升到类似于坎普的“对话表达结构”（Kamp，1984；van Eyck，1984）——其逻辑（在当前意义下）尚未完全清楚的层次（图宾根的古恩特纳及其合作者们正在这一方向上进行一些有意思的工作）。

即使如此，这篇概览将会实现我们所宣称的目标。自然语言使用不同层次的表达，包含了各种不同的推理机制。这样看来，如“谓词逻辑”这样的形式语言的范例，是推理类型失掉其特征和语义来源的拼凑。

12.5 解释和推理的相互影响

我们已经观察到的自然语言中解释和推理机制的多样性并不会导致混乱，它展示出相当有趣的系统模式，对此我将给出一些例子。

12.5.1 范畴改变及推理

首先，我们考虑一下当对范畴改变和单调性推理这两种机制（自然语言的一般语义机制的两个主要系统化的例子）进行复合的时候会发生什么以及有效推理怎样受到范畴改变的影响？以 11.3 节的一个重要例子为例，复杂名词短语结构的不同读法是否支持相同的推理，并且这是如何实现的？如果我们的语言能力真的包括了对这两种机制的掌握，那么最好存在对两者的简单复合。

我将通过对一些例子进行注释来说明该问题的一般解决方法。

例 11 直接对象位置中的限定词。

```
 *           害怕          每个         女巫
                          −  +
 e        e,(e, t)     p,(p,t)        p
             +           +            −
 ____________________   ____________________
                                +
       e, t( = p)              p, t
           +                    +
 __________________________________________
                    t
               +
          ___________ 消去 *
              e,t
```

注意条件化的“头”是怎么标记为 + 的。最终结果是正确的标记：

```
+   +   −
害怕每个女巫。
```

例 12 名词短语结构的不同分析。

蒙塔古式：

```
  每个        孩子        哭泣的[1]
             p               p,p
 −   +                        +
p,(p, t)   ______________________
                   p
    +              −
 ___________________________
             +
            p,t
```

---

① 原文为“every child who cries”，按照中文的正常语序翻译为“每个哭泣的孩子”会影响下面的分析，因此这里按照原文语序放置相应词汇——译者注。

结果：

$$\overset{+}{D}\ (\overset{-}{R}\ (N))。$$

注意这里的普通名词没有标记（复合成分 R（N）从限定词得到 - 标记，然后传递到其因子 R。于是可以说 N 被“隔离开” D）。这正如它所应该表现的那样。例如，对于非独立形容词（用法类似于关系短语的形容词）的情形，很容易看出“每个个子高的人”蕴涵“每个（个子高又聪明的）人”，但不必然蕴涵“每个个子高的女人”（个子高的女人在所有人的群体中并不一定是高的）。如果这里要添加额外标记，就不得不作为具有 p，p 因子的特殊词汇进行编码。例如，独立形容词和关系短语一般会有 p^{+}，p，并且会得到新的结果：D^{+}（R^{-}（N^{-}））。

可选方案（1）

$$\cfrac{\cfrac{\overset{-}{p},\underset{+}{\overset{+}{(p,\ t)}}\qquad \underset{-}{p}}{\underset{+}{\overset{+}{p,\ t}}}\qquad\qquad \cfrac{\overset{*}{p}\qquad \underset{+}{p,\ p}}{\underset{+}{p}}}{\cfrac{\overset{}{t}}{p,\ t}\overset{+}{}\ \text{消去}^{*}}$$

结果：

$$\lambda \overset{+}{y_p}\cdot \overset{-}{D}\ (\overset{+}{N})(R\ (y_p))。$$

使用这种不同寻常的读法，事实上已经实现了正确的推理标记。

可选方案（2）

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\overset{-}{p},\underset{+}{\overset{+}{(p,\ t)}}\qquad \cfrac{p\qquad \underset{+}{\overset{*}{p,\ p}}}{\underset{-}{p}}}{\underset{+}{\overset{+}{p,\ t}}}}{\underset{+}{\overset{-}{(p,\ p)},\overset{+}{(p,\ t)}}}\ \text{消去}^{*}\qquad \underset{-}{p,\ p}}{\overset{+}{p,\ t}}$$

注意这里关于在条件化步骤中引入“内部”标记的一个新原则。如果前提 b 被消去从而由 c 得到（b，c），且 b 在 c 的结果中被（“外部”）标记出现，则 b 在

（b，c）中的出现将得到相同的内部标记。于是我们可以在两种单调性标记之间来回变换。

在此情形下，又出现了一开始的结果：

$$\overset{+}{D}\ (\overset{-}{R}\ (N))$$

我的结论是，解释和推理的相互影响可以在自然语言当前的两种机制中完全系统化地进行描述。

备注　关于这种特殊的复合存在着许多更深入的问题。例如，我们可以研究当改变类型并到达被提升的意义时，哪些范畴改变在原初类型的表达式之间保持推理关系成立（这对 11.3 节中的所有兰贝克迁移都不成立。参见 van Benthem（1986）第 7 章，恰好当这些迁移满足其额外推理限制时，它才成立）。一个相关的语言学事实是切其亚的一个结论，与所谓“中项丢弃”现象相联系的类型改变确实保持这样的推理。

12.5.2　其他的相互影响

在比前面具有更少复合本质的自然语言中，存在着许多其他种类的“意义转变”。一个著名的例子就是将个体量词提升为“群体”或“集体”量词的一般可能性，如通过复数性以及各种集体化运算（“互相战斗”，“一起玩”）所显示的那样。接下来的一个问题又变成了前面个体层次上的推理如何转变到集体层次上。这里并没有能起作用的整齐的“归约”规律，但此观点却肯定是很有意思的。

也许这些现象中最显著的是*内涵化*。某些动词产生所谓的“内涵上下文”（“探索”、“相信”、“缺乏”），而这在很长时间以来都是哲学逻辑所重点关注的问题。当下观点所建议的是对如下问题进行更一般性的研究：从普通的外延类型和指称开始，获取内涵化类型和指称的策略。例如，蒙塔古在他的范畴文法中插入了大量的“索引类型”，以阻止如内涵上下文中以任意种类的单调性推理的方式来赋予指称。完全不清楚他的特殊选择是否正确（关于在本文精神中对此问题的一些可选的探索方式，参见 van Benthem（1985a）。

最后，在使用语言的过程中，解释和推理之间还有更“瞬时的”相互影响在运行着。例如，我们常常宣称，对指代联系的理解在某种程度上依赖于使用前面的语篇来推测可能的先行词。这意味着在某一层次上语法表达的推理可能是其他更高层次上解释的必要条件（反过来也显然是可能的）。于是，我们的两个主要概念似乎前所未有地牵扯到了一起，并且是以相当非正统的方式。

12.6　哪个意义模型?

我们已经看到，即使在形式语言分析和自然语言分析达到解释和推理相纠缠的地方，自然语言的情形也更多变且更具挑战性。很容易举出这样的例子，如关于自然语言中“逻辑常项”的本质、解释论证和推理论证之间的联系仍然存在疑问（van Benthem，1986：第六章）。于是 11.1 节中提到的一元预设分散成具有更多模块的许多推理子系统，它们有不同的复杂性且彼此相互影响。

当考虑一般的意义理论时，这会招来多少批评？不过至少，与自然语言基本语法细节保持明智的区别还是很有道理的。例如，即使是“自然逻辑”也不应该基于具体语言的语言特殊性（除非即使在逻辑事实面前，也想成为一个沃尔夫主义者）。并且，如同辛梯卡和彼得斯在本次会议中所强调的，我们“语义能力”的许多方面与更大的语篇或言辞上下文紧密联系，这根本不必在语法中进行系统化理解。

事实上，即使在本文中从我们自己所进行的研究也已经可以看出，推理能力一定程度上依赖于对语法结构的明智忽略。例如，前面提到的许多推理原则（参见 11.4 节）仅仅在某些语法曲解下才有意义。一个相关情形是保守性：

“每个孩子都喜欢莜莉亚”↔

* “每个孩子（是孩子且喜欢莜莉亚）”↔

“每个孩子都是喜欢莜莉亚的孩子”。

另一个情形是换位：

“某个男孩哭了”↔

* “某个哭了的男孩”↔

“某个哭了的人是个男孩”。

因此，即使在更忠诚的自然语言研究中，也会刚好以某个层次的（在这些不同的语法处理之下的）抽象作为开始。并且这也可以成为我们实际语义能力的相当真实的反映。

虽然还没有解决这个主要问题，我们的介绍也至少具有在意义理论的当前讨论（倾向于对更小的例子、难题和疑问集的更细致研究）之中加入一些新问题的价值。

参考文献

Barwise J，Perry J. 1983. *Situations and Attitudes.* Cambridge，Mass：MIT Press/Bradford Books

Hintikka J. 1979. Quantifiers versus Quantification Theory. In：Saarinin E，ed. *Game-Theoretical Se-*

mantics. Dordrecht：Reidel. 49 ~ 79

Kamp H. 1984. A Theory of Truth and Semantic Representation. In：Groenendijk J, Janssen T, Stokhof M, eds. *Truth*, *Interpretation and Information*. Dordrecht：Foris. 1 ~ 41

Keenan E, Stavi Y. 1981. A Semantic Characterization of Natural Language Determiners. *Linguistics and Philosophy*, 9 (1986)：253 ~ 256

Montague R. 1974. *Formal Philosophy*. (edited by R. Thomason) New Haven：Yale University Press

Putnam H. 1975. The Meaning of Meaning. In：*Mind*, *Language and Reality*. Cambridge：Cambridge University Press. 215 ~ 271

van Benthem J. 1985a. The Ubiquity of Logic in Natural Language. In：Leinfellner W, Wuketits F, eds. 1986. *The Tasks of Contemporary Philosophy*. Schriftenreihe der Wittgenstein Gesellschaft. Wien：Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, 177 ~ 186

van Benthem J. 1985b. The Relational Theory of Meaning. *Logique et Analyse*, 29 (1986)：251 ~ 273

van Benthem J. 1986. *Essays in Logical Semantics*. Vol. 29. Dordrecht：Reidel

van Eyck J. 1985. *Aspects of Quantification in Natural Language* [Dissertation]. Philosophical Institute, University of Groningen

13 自然逻辑简史*

张立英/译　傅庆芳/校

13.1　导论：从经典逻辑到现代逻辑

对于像作者这样20世纪60年代阿姆斯特丹最早的逻辑学学生来说，在我们的导论课中出现如下的“标准例子”是用来说明，19世纪的布尔和弗雷格的现代逻辑怎样取代了传统逻辑。德·摩根的著名推理如下：

“*所有的马是动物，所以，所有的马尾巴是动物尾巴*”

这被用来表明“一元谓词”的传统逻辑的不充分，因为二元关系是理解这一推理有效性的关键。学生被训练用标准的一阶逻辑形式得出该推理：

$$\forall x(Hx \rightarrow Ax) \models \forall x((Tx \,\&\, \exists y(Hy \,\&\, Rxy)) \rightarrow (Tx \,\&\, \exists y(Ay \,\&\, Rxy)))$$

更进一步，我们可以理解这一有效一阶推理背后的一般现象如下：语法上，我们在断定“有一个____尾巴”的某个位置用有更大外延的“动物”来替换谓词“马”。而在这一上下文中允许我们进行这种“向上替换”的语义性质如下：

定义　公式 φ（X）是关于谓词向上单调的，如果对任意模型 $\boldsymbol{M}$，如果 $\boldsymbol{M}$，$\boldsymbol{P}$，$s \models \varphi$（X）（这里，我们把语法的谓词 X 解释为集合 $\boldsymbol{P}$，而 s 是长度等于 X 的元数的对象的元组），且 $P \subseteq Q$，则 M，Q，$s \models \varphi$（X）。

该性质在一阶逻辑中是无处不在的，而它在广义量词理论以及在带不动点算子的逻辑关于递归定义的模型论中也成立。①

---

* A Brief History of Natural Logic. In: Lowe B, Ghosh S, eds. *Proceedings Matilal Conference*, *Kolkata* 2007. London: College Publications

① 经常性地，单调性的定义考虑到 φ（X）中 X 的所有出现。但我们的定义在对只有一个特殊出现的情况也成立。以单独出现为基础的版本对考察推理的微细结构来说看起来更自然。单调性推理可以一个接一个出现来执行，而不需要更复杂的“同时进行的替换”。

事实上，有另外一种方式来考虑相同的概念，而且与最初的推理非常接近。[1] 我们可以考虑 φ（P），其中的 P 已经被解释了，然后把该推理看做是用某一具体带更大外延的谓词“Q”替换“P”。虽然可能有点不够严格，但是在实际生活中，大多数人是按这种方式理解向上单调的，所以以下我们也将以这种方式进行讨论。顺便说一下，毫无疑问地，之前的概念还有一个向下的版本，即允许用有较小外延的较强谓词进行替换。例如，如果你不拥有动物，那么你不拥有马。

这一语义表现有其语法的对应部分，就像从一阶公式（Tx & $\exists y$（Hy & Rxy））的谓词“H”的出现中可以看到的那样。我们称 φ（X）中 X 的出现是正的，如果它在否定个数为偶数的域中，或者，换言之，如果公式 φ（X）是仅由以下归纳语法规则所构造出来的：

H-自由公式 | &| ∨| ∀| ∃。

在这一意义下，（Tx & $\exists y$（Hy & Rxy））中“H”的出现是正的，而在自然的扩展的意义下，表达式“马尾巴”中的谓词“马”也是正的。

现在，通过对公式结构的简单归纳很容易看到，语法的正出现蕴涵着语义单调性（一种“可靠性”，如果你这么想的话）。[2] 但是反过来的“完全性”的成立就不那么简单了。然而，完全性是成立的，可参见 20 世纪 50 年代的一个著名模型论结果：

林登定理　一个一阶公式 φ（X）中 X 是语义单调的当且仅当 φ（X）等价于一个仅包含 X 的出现的公式。

林登定理并非对一阶逻辑的所有扩充都成立，但以上的可靠性性质是非常普遍的：正出现在许多高阶逻辑中确实蕴涵单调性，它在自然语言中也是如此。这样，现代逻辑提供了以上推理族的正确形式[3]，而且对这一现象做更广范围探究的重要元定理也支持这点。

13.2　传统逻辑中的周延律

但是上面提到的德·摩根的故事是一种误导，而且从历史观点上说是错误的。像马尾巴的例子这样的推理，是在传统逻辑处理范围之内的，传统逻辑比很

---

① 本节中的考察结果可在 20 世纪 60 年代以来很多作者的作品中找到，如 Prior（1967）、Barwise 和 Cooper（1981）、Sánchez Valencia（2004）的资料。

② 再一次地，针对“否定出现”的结果以及向下单调性易得。

③ 它同样可以处理与之对应的“向下单调”。

多现代批评所宣称的要精巧得多。他们用多种方式抱怨传统逻辑从来没有过的东西，以致到了吉奇猛烈地抨击传统逻辑是“黑暗的王国”这种程度（Geach，1972）。吉奇甚至从传统逻辑中看到了恶魔政治的后果。实际上，单调性推理与亚氏三段论这一主要的传统逻辑工具有紧密的关联。现在，后者经常被看做有关单个量词推理的平庸理论（其形式为一元谓词 A，B 上的 QAB）：最多是一个“一元的一阶逻辑片断”。但是，根据“形式系统”的现代观点去衡量三段论的实际功用一点也不公平：一种把任何种类型的陈述都“一刀切”地分析为量词的一个层次的方法。特别地，A，B 可以是表达任意复杂性（一阶、高阶等）的带深层结构的谓词：它们根本不受限于某一固定的形式语言。这一点值得强调一下。现代有关推理的自下而上的观点，由于包含了公式是由原子公式精确构造而来的这个观点，因而与逻辑历史以及我们真正的推理方法有相当的距离。我们“自上而下”地运作，揭示出一些表层量化模式（越少越好），然后以这些为基础进行推理。[①]

像上面这些观点之前已经有人提出过，我并不想在这里给出一个完整的历史。读者可参考 Curry（1936）、Prior（1967）的论文来了解某些早期的源头，Sánchez Valencia（2004）则有一个更一般的说明。这一节只是一个简单的总结，包括我个人对传统逻辑和现代逻辑边界线的一些私人观点。

后来，在这一个三段论基础系统以外，中世纪经院哲学家发展了所谓的周延律（Doctrine of Distribution），即一个对上下文 φ（P）的一般描述，其中的陈述或者是关于“所有 P 中元素”（all of P）(the Dictum de Omni）的，或者是关于“没有 P 中元素”（none of P）(Dictum de Nullo）的。再一次，这些情境可以是任何类型的语言复杂性，其中表达式 φ 可能包括迭代量词，如“有些人爱所有人”(Someone loves every human)，或者 φ 甚至可以有高阶的结构。事实上，我要断言，对于分析普通的人类推理这个目标，现代一阶/高阶逻辑主要是现代的数学化的“系统考虑”，它们与自然推理并没有任何清楚的连线关系。尽管如此，van Eijck（1982）、van Benthem（1986）、Sánchez Valencia（1991）、Hodges（1998）等都曾很详细地指出周延律是怎样叫做“Dictum de Omni et Nullo”的，其中相应的可接受的推理有两种：向下单调（用较强的谓词代替较弱的），向上单调（用较弱的谓词代替较强的）。传统逻辑以更广范围的表达式研究了这两种现象，没有受一元、二元谓词这样的限制——这又是通过谓词逻辑的有色眼镜去考察历史的结果。

---

① 顺便说一下，自上而下的观点把形式系统看做是分析的工具而不是从原子成分开始的合成工具。这种观点在逻辑教学中也可能是更有效的。

需要明确的是，这不意味着一切都是清楚的。相反，传统逻辑有一个主要的困难：要给出一个复杂语言构造的系统描述，并由此进行推理，特别地，尽管传统逻辑有很多有效的洞察力，但是它还要与一个很好的关于量词迭代的一般性描述作斗争。Dummett（1973）做了很多这样的事：他说弗雷格主要解释了单个的量词，然后通过组合原则来处理所有其他事情。这“解决了使传统逻辑学家困惑了数千年的问题”：然而，仅仅是通过忽视它们。又一次地，当这一问题存在真正的闪光点时，同时存在的是大量虚伪的谎言。实际上，就像 Sánchez Valencia（2004）所说的那样，公平地讲，如果考虑到单调性推理这一领域，则德·摩根的研究代表着一个低点，在他之后会更好，而就像作者半开玩笑时的说法，即使回到之前的莱布尼茨和中世纪，事情也比德·摩根那时好……

因此，也许并不令人惊奇，当现代逻辑到场时，传统逻辑学家感到了某种不公平，因为它攻击的是传统逻辑的漫画夸张版。事实上，直到 20 世纪晚期，才出现把三段论的理论发展为成熟的有关单调推理的尝试，具体可见 Sommers（1982）（可追溯到 20 世纪 60 年代的说法）以及 Englebretsen（1981）的文章。这些作者都宣称这项工作以一种宜人的方式给出有关实际的人类推理的关键结构，这可以与一阶逻辑比较优劣。当然，他们并不是要完全回到过去。例如，萨默斯的书是用现代逻辑的标准形式写的，其给出了语法形式的系统描述，给出了针对计算正和负语法出现的算术演算，同时也概括了像换位法和换质位法这样的传统推理形态的更好的推理模式。虽然这并没有导致逻辑学上反方向的革命，但是这些观点已经在其他领域引起了共鸣，如语言学、计算机科学以及最近的认知科学。我们现在转到那里。

13.3 自然语言和广义量词理论中的单调性

20 世纪 70 年代和 80 年代，与推理分析相关的非常相似的议题出现了。同时，伴随着蒙塔古的领军式工作（Montague，1974）[①]，语言学家和逻辑学家一起把新鲜的目光投向自然语言（有几篇著名的合作论文，包括 Barwise 和 Cooper（1981））。突然间，自然语言对正确的逻辑形式不再是误导，而成了许多令人感兴趣的、有洞见的、带有引人注目的稳固力量的金矿。毕竟，没有人（即使是纯数学家也不例外）曾经严格地把谓词逻辑转换成推理的工具（不过可以看看下面）。特别地，蒙塔古给出了量词表达式 Q 的一个范畴论/类型论分析，且把语

① 这方面的最新内容可参考 van Benthem 和 ter Meulen（1997）著作的各个章节。

言学的名词短语 A 转化为名词短语 QA（表示性质的性质 B）。要想解构这个稍微有些令人望而生畏的措辞，可以从语义上把量词看做代表谓词之间的二元关系，如图 13-1 中的形式。其中，“所有 A 是 B”（all A are B）是说 $A \to B$ 是空的，“有些 A 是 B”（some A are B）则是交集 $A \cap B$ 中至少存在一个个体，而更复杂的“大多数 A 是 B”（most A are B）说的是 $A \cap B$ 中的个体数目要超过 $A - B$ 中的个体数目。而且，除了语句是否合乎语法的判断外，现在有关推理是否有效的判断也被认为与我们对自然语言的理解是相关的，即使语言学家也承认语义理论必须考虑这些问题。

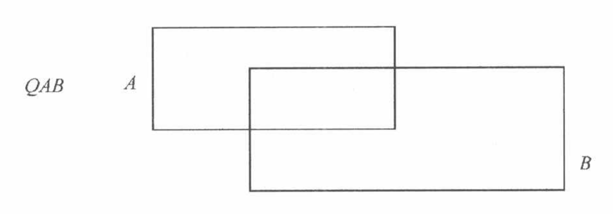


图 13-1

13.3.1　广义量词和单调性

更具语义深度的（研究）由超越蒙塔古语法机制的广义量词理论给出：其研究方案是给出一个人类自然语言关于各种量词功能的多样性图表（Keenan and Westerståhl，1997），同时试图形式化有关表达力的一般规律。再一次地，在所有的量词功能中，单调性被证明发挥着关键作用。这里有一个有影响的例子是由拉杜索发现的，即所谓的“负极性项”，像“根本”（at all）、“一旦”（ever）在语言表达式中表示“否定情境”，允许从谓词到子谓词的向下单调蕴涵：

“如果你一旦感到疼痛，我会医治它”蕴涵

“如果你一旦感到头痛，我会医治它”。

作为一个规则，“负极性项”不出现在向上蕴涵的正情境下。这里有一些关于基础量词单调性的一般性事实：它们在两个变量中可以是向上或是向下的。例如，量词“所有”左侧的变量中是向下单调的，而其右侧的变量则是向上单调的。举例说明其形式：

$$\downarrow \text{MON} \qquad Q\,AB,\ A' \subseteq A\ /\ Q\,A'B$$

$$\text{MON}\uparrow \qquad Q\,AB,\ B' \subseteq B\ /\ Q\,AB'$$

很容易给出其他三种可能的组合。例如，“有些”是 $\uparrow$MON$\uparrow$，而反过来，像“大多数”这样的量词则仅仅是 MON$\uparrow$。其左侧的变量既不“向上”也不“向下”。

13.3.2 保守性

但单调性并不是关于自然语言的量词（以及一般的 *NP*-形式的限定词表达式，像“玛丽的”（Mary's））的唯一关键性质。这里讨论一个进一步的规律，它表明了第一个变量的集合是怎样成为第二个的背景的：

保守性 $Q\ AB$ 当且仅当 $Q\ A\ (B\cap A)$。

保守性似乎是对所有人类语言都成立的。人们也可以把这看做由初始谓词 A 加于谓词 B 上的域限制或功能限制。更一般地，句中的名词给出整个论域中对象的相关定义域，而量词在整个谓词表达式上加入一种一致性。

总而言之，之前的语义性质解释了是什么让特殊的（逻辑）概念如此特别。广义量词理论则标出哪种表达式通过这些测试，且掌握自然语言可以说的东西。接下来，来自 van Benthem（1986）的结果是一个典型的例子，它表明传统量词可以被看做是保守的、推理丰富的语言表达式的最简单层次，其条件是要我们添加一个更技术化的、描述量词造成了最大化差异的条件：

多样性 如果 $A\neq\emptyset$，那么对某些 B 有 $Q\ AB$，对某些 C 有 $\neg\ Q\ AC$。

定理 对当方阵中的“所有”、“有些”、“没有”、“并非所有”（not all）是仅有的同时满足保守性、双重单调性和多样性的量词。

但自然语言量词也可以用其他方式分类，如采用一个对特殊词项的推理性质的更代数类型的分类方式。一个典型的例子就是传统逻辑中已被发现的“换位法”规则：

对称性 $Q\ AB$ 当且仅当 $Q\ BA$

这一性质对有代表性的表达式像“有些”、“至少 n”（at least n）、“没有”、“所有但至多 n”（all but at most n）成立。还存在满足对称性和其他基础性质的所有量词的描述。

以上是一个极其简单的概述。如果想了解更多有关广义量词理论及其研究进程的细节信息，可参考早期资料如 van Benthem（1986）、Keenan 和 Westerståhl（1997），或参考 Peter 和 Westerståhl（2006）。

13.4 20 世纪 80 年代的“自然逻辑”方案

20 世纪 80 年代，对于之前的研究，一个有更一般要旨的想法出现了。自然语言不仅仅是说话和交流的媒介，它自身还有一个“自然逻辑”，即一个可以在自然语言表层形式上直接运行（不需要通常的逻辑公式）的刻画无处不在的推

理形式的系统，且该系统由简单的模块组成。这一思想在 van Benthem（1986）、van Benthem（1987）那里有了更精细的发展。其主要提议我们概述如下。① 主要的成分是三个模块：

（a）单调性推理：即谓词替换；

（b）保守性：即谓词限制；

（c）特殊词项的推理性质的代数法则。

当然，自然语言中还有很多进一步的自然子系统，包括有关集合名词谓项、介词、回指、时态和时间等的推理。系统化的挑战是看看所有这些推理中有多少可以直接在自然语言表层形式上进行，我们将在下面考察其中的一些细节问题。另一个挑战可能是这些子系统怎样在人的头脑中达成和谐的共同运作，我们在下面将回到这个些许被忽略的议题。

然而，要注意的是，对于推理这块蛋糕，这种思考方式与现代一阶逻辑的语法切蛋糕的方式是不同的——它要重划传统逻辑和现代逻辑的边界线。例如，单调性推理相对于一阶谓词逻辑来说既较丰富又不够充分。其不够充分的地方在于，它仅能描述所有有效量词推理中的一部分，而丰富的地方是它没有和任何具体的逻辑系统绑在一起，就像我们上面看到的那样（它对二阶和一阶逻辑同样起作用）。这样，可以考虑一个有趣的问题：过剩的一阶逻辑是否真正需要。我们将在下面给出两个可能的回答。

13.5　组合结构、语法分析和推理顺风车

为了知道自然逻辑的情况，仅仅展示我们前面给出的那种单个量词的推理是不够的。还需说明这些推理在复杂语句中的运作方式，这里，我们给出一般的做法，融合了来自广义量词理论和范畴语法的思想。有关这一演算的根源看来是 van Benthem（1986）的著作，而我们这里的说明主要依据 van Benthem（1991）的观点。

扩展保守性　第一个例子考虑保守性的更广影响。考虑“每个男人爱一个女人”这样的有迭代量词的句子。

$$Q_1A\ R\ Q_2B$$

很显然，谓词 A 和 B 两者都应有限制作用。它们是怎么做到这一点的呢？不难看出，事实上，这可以在很多句法分析形式下计算，我们有

① 后来，Sánchez Valencia（1991）在 C. S. 皮尔士的工作中发现了一个令人感兴趣的“祖先”。

$$Q_1A\ R\ Q_2B \quad \text{当且仅当} \quad Q_1A\ R \cap (AxB)\, Q_2B$$

这是说，第一个谓词限制二元关系 R 的第一个变量，而第二个谓词限制第二个变量。以这个及其他例子为基础，语义以及保守性背后的推理机制或许可以被叫做*谓词限制*，这是自然逻辑的头一个主要的方面。这似乎会在整个自然语言中都起作用：

名词限制相关谓词的功能。

复杂句中的单调性 同样地，要得到单调性推理怎样在复杂句中运作的成熟说明，我们需要有等级语法结构分析的句法理论。仅仅是单一层次的单词串是不行的。例如，除非我们解决了限定词“一些”的辖域问题，否则我们不能说出

“约翰钦佩一些男人和女人”（Johan admires some men and women）

中的“女人”的出现是否是向下单调的。为了消除模棱两可的情况，我们可以应用一个逻辑－友好的语法形式系统，即*范畴语法*来获得一个系统化的单调性演算。作为开端，考虑如下句子：

“没有必死的人能杀死每一条龙” （No mortal man can slay every dragon）

我们能计算出这个语句中所有的谓词标记，但不能仅看表面的值。例如，“龙”是否是负的要看“龙”所出现的表达式的辖域情况。也许读者想核对一下，在对“每一条龙”采取较窄的辖域理解下，该语句的应该读法如下（直观上）：

+	−	−	−	−	−	+
“没有	必死的	人	能	杀死	每一条	龙。”
“No	mortal	man	can	slay	every	dragon.”

例如，这可能得到：“没有必死的荷兰人能杀死每一条龙”或者“没有必死的人能杀死每一个动物”。而如果采取较宽的辖域理解（有些不自然，但仍旧是个不错的实例），这些标记则是这样的：

+	−	−	−	−	+	−
“没有	必死的	人	能	杀死	每一条	龙。”
“No	mortal	man	can	slay	every	dragon.”

如果未经训练而没有看出这些直观，读者可能希望用一阶转化来验证一下。除了谓词，其他表达式一样可以在这里进行标记。例如，我们可以用较弱的量词“没有或几乎没有”（no or almost no）有效地替换量词“没有”。

范畴单调性演算 一般来讲，我们需要一个语言机制依次标记一个表达式的正/负出现，且与其语法分析一致。这可以通过*范畴语法*而简洁地实现，如爱裘凯维茨类型或者更精密的兰贝克类型。兰贝克类型更像一个附加了受限制的

（“单一约束的”）λ 抽象的简单函数贴合系统。如果想了解细节，我们推荐 van Benthem（1991）、Sánchez Valencia（1991）论著。这里，我们只陈述其方案的主要规则。

有两种规则：

（a）有关组合的一般规则：

函数贴合 A（B）中的函数前端 A 中的出现保持其极性，

λ 抽象 $\lambda x \cdot A$ 的主体 A 中的出现保持其极性。

其中，函数前端能阻挡其变量中的单调性标记。注意，例如，“大多数 AB”（most AB）怎样使其左侧的变量变得“不透明”：既不是向上的，也不是向下的。但“大多数 AB”（most AB）对其右侧的变量 B 却可以传递单调性信息，而这推出了我们的演算中又一个重要信息来源：

（b）有关词项的特殊信息：

例如：“所有”的函数类型是 $e^- \to (e^+ \to t)$

下面来说怎样把两种信息组合起来。首先，一般地，一个函数贴合 A（B）可能阻挡其变量 B 中的正的极性标记。例如，在“朋友”左边的“最好的（朋友）”没有标记，因为不存在能得到“最好的女朋友”或“最好的熟人”的推理。形容词“最好的”是高度语境依赖的，它也因此而大出风头。

但有些时候，当函数前端 A 的意思“有帮助”时，单调性标记有可能是向上的。例如，“金发碧眼的朋友”确实蕴涵“金发碧眼的熟人”，因为形容词“金发碧眼的”有一个简单的“分开”的含义来形成一个布尔交“金发碧眼的 $\cap$ B”。更一般地，如果一个函数前端 A 有类型 $a \to b$，且其中变量的类型 a 是有标记的，则在应用 A（B）后其变量 B 的位置将会有同样的极性。这解释了为什么否定转换了极性，而合取仅仅保持原样，如此等等。这样的标记通常来自词汇信息，但这里有一个非常好的转换，它们也可以由类型 $a \to b$ 的 λ 抽象 $\lambda x_a \cdot M_b$ 引入进来，其中类型 a 获得正标记。读者们可能想通过检查其语义来得到一个解释。

这一工作的最终要素是以下计算的自明规则。只要在语法（分析）树上有未中断的串，标记就可以被计算：

（c）极性组合算术：

$++=+$　　$--=+$　　$+-=-$　　$-+=-$

这正是一个使得自然逻辑精确的机制，但其基础范畴结构已经被几个人重新发现了：这是相当自然的！这样，我们发现了自然逻辑的又一个关键点。如果快速推理不起作用，单调性标记可以与人们偏爱的自然语言的语法分析一前一后地起作用。

离题讨论：布尔 λ-演算　对于有技术性倾向的读者，这里是根据布尔类型 λ-演算形式所做的一个总结，该系统是以上大部分讨论背后的基础（van Benthem，1991）。现在表达式有了“标记类型”，然后，我们递归定义在一个表达式中一个子表达式的出现是正的还是负的含义：

出现 x_a 在项 x_a 中的出现是正的。

在应用 $M_{a\to b}$（Na）中，前端 M 的出现是正的。

如果 M 有类型 $a^+\to b$，那么 N 在 $M_{a\to b}$（Na）中的出现是正的。

如果 M 有类型 $a^-\to b$，那么 N 在 $M_{a\to b}$（Na）中的出现是负的。

$\lambda x_a \cdot M_b$ 中的主体 M 的出现是正的，并且其结果类型为 $a^+\to b$。

其余的是之前的计算规则（3），或者（二选一），我们可以以递归定义的形式构造这一性质。很显然，这一定义可以扩展为函数类型和容许对象（或个体）成对形式化的积类型 $a\cdot b$。

元理论：林登定理　这一逻辑研究引发了有关其自身的更多议题。其中之一是上面的语法标记程序的完全性问题。我们能够确定可以通过这种方式找到每一个语义单调推理的位置吗？

是否有林登定理表明每一个语义单调出现在以上的范畴意义上一定是正的？这如果成立，它将会扩展一阶的结果。在范畴单一约束的兰贝克演算中，对这个问题的回答是肯定的。van Benthem（1991）用强力证明了这一模型论结果。但对于像带布尔算子的类型论这种更一般的情况，这一问题仍旧是开放的。关于自然语言的 λ-演算没有内部的一阶/高阶的限制。一阶量词唯一特殊的地方在于它们比其他词项有更多单调性标记，这符合我们之前关于其推理丰富性的观察。

最终仍是深层而不是表层？　我们带着一丝担心对这一节进行总结。当所有的都被说和做了之后，我们的“自然逻辑”成为一个相当现代的系统，它要求对语句进行非常成熟的句法分析——就像逻辑要求从原子层次发展出公式结构那样。这难道不是自然逻辑的“死亡之吻”吗？因为我们本来是要求自然逻辑可以在表层句法结构上起作用。现在，以上分析可以扭转为一种自上而下的方式来起作用（van Eijck，2005）。对一个组成成分的单调性标记，我们唯一需要知道的是语句上的等级结构，而可以把所有其他“边缘部分”都放在一边不分析。即使如此，我必须承认情况并不完全乐观。范畴单调演算确实不是不负责任的表面分析，这很像目前的语言学和逻辑学。它分析的也不仅仅是与自然推理相关的最少内容。作为推理者，我们怎么能够“打了就跑”，或者自然逻辑这一想法只不过是幻想？

13.6 自然逻辑的描述性挑战

到目前为止，关于我们这个阶段的“自然逻辑”范围还存在许多问题。

多元量词 在自然语言中除了以上单独的和迭代的案例外，还有更多的量词模式。贯穿整个20世纪80年代，更多的量词组合不能化归为简单的量词迭代已经是众所周知的。例如，累积形式“十个公司拥有一百架喷气式飞机”（Ten firms own 100 executive jets）或分枝模式“大多数男孩和大多数女孩互相认识”（Most boys and most girls knew each other）。这些都要求新的单调性标记形式，且都要依赖于人们如何理解它们的含义。而且，量词也导致集合谓项（“男孩子们抬起一架钢琴”（The boys lifted the piano）以及整块量化（“教师们喝掉了大部分酒”（the teachers drank most of the wine）），它们的推理行为远不是一般理解的那样——不管是在语言学的语义中还是在现代逻辑中。

其他快速子系统 也许更令人感兴趣的议题是自然语言是否存在其他快速的表层推理系统。我已经提到过，保守性的功能是作为语句中谓词的一般的功能限制机制。我们可以考虑几种其他例子。例如，表达式中的“个体位置”X允许任意的析取式上的分配律：$\varphi(X_1 \vee X_2) \leftrightarrow \varphi(X_1) \vee \varphi(X_2)$。①

交互作用 关于不同的推理系统就说这些。另一个问题当然是这些推理系统怎样和自然语言的其他主要特征相互作用。例如，带有代词的首语重复句可对单调性推理有很大的破坏作用，如以下的例子所示（van Benthem（1986），但该现象的发现可以回到Geach（1972）及更早的时候）：

“每一个有孩子的人都有一个花园(Everyone with a child owns a garden)

每一个有花园的人都给它浇水（Every owner of a garden waters）。因此：

每一个有孩子的人都给它浇水？（Everyone who has a child sprinkles it?）”

这里，代词“它”挑选了错误的前项。有关全句组合的信息在阻止这些错误推理以及保留正确的推理中再一次起着重要作用。

---

① 另一个候选者是2007年在斯坦福RTE讨论班上提出的谓词的不相交性。哪种表达式保持这一点呢？单调性是有关形如“$P \leqslant Q$ 蕴涵 $\varphi(P) \leqslant \varphi(Q)$”的推理。但现在，给定的不是相容的前提，而是不相容的前提（注意 $P \cap Q = \varnothing$ 当且仅当 $P \subseteq \neg Q$），我们想知道在“$P \leqslant \neg Q$ 蕴涵 $\varphi(P) \leqslant \neg\varphi(Q)$”时，会得到什么。在一阶逻辑中，这等于陈述一个公式及其对偶公式（通过启用前缀否定向内转换算子所得到的）之间的类似单调性的推理：“$P \leqslant Q$ 蕴涵 $\varphi(P) \leqslant \varphi^{dual}(Q)$。”我认为可以找到一个一阶语法来保证这一点。更一般地，一阶逻辑中很多经典模型论的保留结果都可以被重新解释作为特殊的推理给出简单的有特殊目标的语法。

不解决辖域问题的推理 最后，这里有一个对表层推理来讲更具有挑战性的问题。如果我们要的推理是与语言表层排列尽可能接近，那么不一定解决量词辖域含混的问题将会是一件好事，并且我们可以从含混的表达式中得到尽可能多的推理。[①] 这是语言通常表现在我们面前的样子。例如，在上面带单调性标记的两个“龙”的例子中，注意无论在哪种辖域读法下，该排列中7个位置中的5个都有相同的标记。我们还能找到使推理不受含混影响的更表层的自然逻辑吗？近来关于带有“未具体化的”（underspecified）语法推理的一连串工作，似乎与此处的问题相关：参考 van Deemter（1996）、van Eijck 和 Jaspars（1996）、Fernando（1997）论著及其后续工作。

13.7 离题讨论：传统逻辑和小的推理语言

最近对自然逻辑的研究又有了另一个方向。我们看到中世纪的逻辑学家开始对多量词的推理进行分类。因此他们意识到像

“有些 P R 所有 Q”（Some P R all Q）蕴涵“所有 Q 被某些 P R”（All Q are R-ed by some P）

这样的推理成立，但反之则不成立。现在，普通语篇中的迭代深度似乎是有限的（至多三层，就像有可能在实际中出现的“你可以在所有的时间欺骗某些人”（You can fool some people all of the time）那样）。这样，达米特对这种组合定义小的有特殊目标的概念，并且试图对其进行公理化是有意义的。Moss（2005）则是沿着改造经院哲学成果这个方向的第一个尝试者，给出了非常吸引人的有效规则集。[②]

除了关注小语言的演绎完全性问题，Pratt（2004）对来自语言的几个小的可判定的片断计算复杂性做了分析。结果有一点令人沮丧，因为会有很高的复杂性，但是，因为这种类型的消息已是司空见惯，所以，这一点在实践上的意义还有待观察。

13.8 从语言到计算

自然逻辑也已经和计算机科学相交叉。

有效率的信息处理 首先，经常被注意到的是，带相关数据库的简单推理通

---

① 这是由语汇－功能语法强调的自然语言观；参考 van Benthem 等（1987）。

② 到目前为止，必须承认像“大多数”（most）这样的高阶量词已被证明不符合规则。

常仅用到谓词逻辑的一小部分，且单调性可以满足其中大部分的需要。相应地，Purdy（1991）及其后继出版物已经接近以上所说的内容。同样地，在自然语言进程方面的现代研究，特别是智能文本分析，看来正在达到相似的目标和结果。范埃克（van Eijck，2005）提出了自语言方面的研究结果，其中他应用了多种程序技术来优化单调性演算及其相关推理形式。若想了解关于现实数据方面大量的实验研究，可以参考 Manning 和 MacCartney（2007）。同样，Nairn、Condoravdi 和 Karttunen（2006）提议用等级标记的极性演算扩充带有叙实性动词（factive verb）[①] 的自然词汇推理的范围。所有这些推理的否真的比一阶逻辑所处理复杂性更小呢？这将是详细复杂性理论所要分析的问题。正像之前提到过的——仲裁仍旧缺席。

插入语：不动点逻辑　计算背景也提出要有一阶逻辑之外的自然构造，如传递闭包（克里尼迭代）和包含不动点算子的递归定义。但单调性在这里仍旧有意义，事实上也很重要。对新谓词 P 来说，一个递归定义 $Px \leftrightarrow \varphi(P)(x)$ 一般并没有意义。但如果 $\varphi(P)$ 相对 P 是语义单调的，那么情况就不一样了（Ebbinghaus and Flum，1996）。这仅仅是技术上的巧合吗？或者从自然逻辑的视角来看，这会意味着什么吗？它可能支持循环定义吗？

人工智能和缺省逻辑："非单调性演算"？　但它与计算机还有其他不那么标准的联系。特别地是"常识推理"，它已经被 J. 麦肯西以及他的学派的在人工智能讨论进行分析了。现在，这不仅涉及单调推理，也涉及非单调推理，其中谓词的相容不需保持结论的真。这把我们带到了缺省逻辑的领域。该领域既包含有着岩石般坚固的结论的经典推理，也包含当加入新信息时就可把结论收回的、可废止推理。例如，通过缺省得到"鸟会飞"，但存在着例外如企鹅倾向于步行……以上单调性演算的一个系统化扩充也将处理基于谓词相容的缺省蕴涵。这将是一个非常令人兴奋的项目。这一领域已存在把实质和缺省条件结合起来的逻辑系统，这可能会提供一个解决问题的方向。

组合、构建和复杂性　我最终的计算话题是回到自然逻辑方案，特别地，在我个人认为，这是 20 世纪 80 年代以及之前都没有被意识到的一个重要的开放性问题。把自然推理分析为一大类简单的快速子系统是不够的！事实上，我们不是一个由单独的信息处理器组成的枯燥集合。所有这些信息必须被组合在一起，一个模块必须能迅速的和其他模块组合在一起。如果是这样，我们的"自然"推理系统将会是怎样的呢？

---

① 叙实性动词是"知道"、"发现"、"明白"、"了解"等呈现主语所知讯息内容的动词——译者注。

这里，一个对整个计划的潜伏的（暗中为害的）挑战出现了。在过去10年中，我自己有关逻辑系统的很多经验已经表明：分离和征服的策略并不总是成立。整个逻辑的复杂性并不是其组成成分的复杂性的最大值。它可以以戏剧化的方式爆炸式地发展，这是因为复杂性的额外来源是组合的本性。事实上，几个自然的例子已经让我们知道可判定的逻辑的看似无害的组合制造了整个推理系统的不可判定性。注意，这并不是在每个例子中都一定会发生的，且“纤维逻辑”技术（Gabbay，1996）提供了很多例子中的解救方案。但危险仍旧存在。

我们的结论如下：除非我们有有关自然逻辑的全局构建其他想法，否则宣布其表现还为时过早，且也没有确实的根据。

13.9 认知科学

最后一个要提到的是实验认知科学，在该领域自然逻辑正越来越受重视。我们明确地知道人脑中的推理并不是一个一元化的现象，而是很多模块之间联合冒险的结果，有些与我们的语言能力相关，有些与瞬时的视觉进程或图示表示（或表征）有关，而其他的则和脑部专门用来计划和执行函数的区域有关（Knauff，2007）。当下的由语言数据（Geurts and van der Slik，2005）假说引导的神经科学实验正开始研究给出大脑的推理情况，如同负担沉重的一阶逻辑相比（如果它一直是有用的话），单调性推理可能会被锁定在大脑的不同部分。

13.10 结论：再一次比较现代逻辑和传统逻辑

对于人类推理中的自然推理系统，自然逻辑提议用一种新的眼光思考问题，而不是用看什么都有“形式系统”的现代逻辑这副眼镜去看问题。基于上面提到的原因，我认为这是值得做的事情。但我们也要清楚，我不认为这是传统逻辑和现代逻辑之间战争的重新开始。如果仅仅通过这样的“小手段”：我所知道的自然逻辑中唯一说得过去的系统是完全用现代逻辑的技术和标准解释的。没有回头路了。

构建和转换　对我来说，现在最令人感兴趣的是构建（architecture）和转换中的任意一个问题。比起传统逻辑，现代逻辑提供了更精细的分析推理工具，而且，考察这些推理在哪里一定会起作用是非常有意思的。对数学推理的分析当然是一个非常清楚的例子。在数学推理中，传统逻辑不能对稠密、连续、有限等做出描述（参考 Friedman（1985）有关康德数学观点的分析）。但是也不存在像德·摩根和很多现代老师所宣称的转换。传统逻辑比很多人想象的要丰富得多，

而且它以非常有吸引力的方式处理了有关自然语言和常识推理的很大一部分内容。当精确的变元处理和复杂的对象群变得不可避免时，一阶逻辑可能会处理这些情况。这样，在我看来，在自然逻辑和现代逻辑之间没有不可避免的冲突。

重新定义问题：混合和融合　但再一次要说的是，人们不能以像“数学就是现代逻辑”、“自然语言就是传统逻辑”这种极端的方式来看待传统逻辑和现代逻辑的和平共存，而更让人感兴趣的并且可能更合适的研究视角是：

自然语言与形式语言的混合以及推理！

举例明之，数学家们从来没有为了支持逻辑形式主义而放弃使用自然语言。只要读一下任何一篇数学论文，或去参加任何数学的研讨会，我们就可以知道这点。真实的情况是数学家们应用两者的混合体，当需要更精确的自然语言时，就动态地加入逻辑概念。这种混合体暗示了：“自然逻辑”和“现代逻辑”可以和睦共处。因为每一个都有它自己的位置。而且在现代逻辑与“系统禁锢”斗争，以及它试图寻找更一般的、基本想法是系统自由的表达式时，它都甚至可能同样地从自然逻辑那学到些什么。例如，单调性看起来是有关人类推理的一个一般想法，而它并不真正依赖任何特别的形式语言和语义。但我也把这当做整个问题的一个转换。我们真正需要理解的是如何用形式概念“自然地扩充”我们的“自然逻辑”，以及理解其他的多少似乎符合我们的认知能力的技术发明。

推理整体论的代价　最后，来做一个猜测，即现代一阶逻辑可能还充当另一个角色。也许现代逻辑是真正整合所有分离的自然推理模块的唯一系统。那么，就像我在构建和模块整合中所说的那样，可能要付出代价。这可能是一阶逻辑不可判定的真正原因：不是因为其子系统导致的困难，而是在于它们的整合。可能通过把不可判定性和铺砖问题及互动公理相链接时，就可以看到这一点（van Benthem，1996），但我将把问题留在这里。

总结一下，如果不总是精确定义的话，自然逻辑似乎是深入人类语言和人类推理的令人鼓舞的研究方案。它帮助我们用新的、意想不到的方式来反思现代逻辑的成就，同时它也提出了关于自身的许多新问题。

参考文献

Barwise J, Cooper R. 1981. Generalized Quantifiers and Natural Language. *Linguistics and Philosophy*, 4: 159 ~219

Bochenski I. 1961. *A History of Formal Logic*. Notre Dame: University of Notre Dame Press

Curry H. 1936. A Mathematical Treatment of the Rules of the Syllogism. *Mind*, 45: 209 ~216

Dummett M. 1973. Frege. *The Philosophy of Language*. London: Duckworth

Ebbinghaus H-D, Flum J. 1996. *Finite Model Theory*. Berlin: Springer

Englebretsen G. 1981. *Three Logicians: Aristotle, Leibniz, Sommers and the Syllogistic.* Assen: Van Gorcum

Fernando T. 1997. Ambiguity under Changing Contexts. *Linguistics and Philosophy*, 20: 575 ~ 606

Friedman M. 1985. Kant's Theory of Geometry. *The Philosophical Review*, XCIV (4): 455 ~ 506

Gabbay D. 1996. *Labeled Deductive Systems.* Oxford: Oxford University Press

Geach P. 1972. *Logic Matters.* Oxford: Blackwell

Geurts B, van der Slik F. 2005. Monotonicity and Processing Load. *Journal of Semantics*, 22 (1): 97 ~ 117

Hodges W. 1998. The Laws of Distribution for Syllogisms. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 39: 221 ~ 230

Keenan E, Westerståhl D. 1997. Quantifiers. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language.* Amsterdam: Elsevier

Knauff M. 2007. How our Brains Reason Logically. Center for Cognitive Science University of Freiburg. In: Hodges H, Hodges W, van Benthem J, eds. *Special Issue of Topoi on "Logic and Psychology"*

Liu F, Zhang J. 2007. *Some Thoughts on Mohist Logic.* Chinese Academy of Social Science, Beijing, and ILLC, University of Amsterdam

Manning Ch, MacCartney B. 2007. Natural Logic for Textual Inference. Departments of Linguistics/Computer Science, Stanford University. To appear at the Workshop on Textual Entailment and Paraphrasing, *ACL* 2007

Montague R. 1974. *Formal Philosophy.* New Haven: Yale University Press

Moss L. 2005. Completeness in Natural Logic: What and How. LSA Linguistics Summer Institute, Haraard University

Nairn R, Condoravdi C, Karttunen L. 2006. Computing Relative Polarity for Textual Inference. Palo Alto Research Center. In: *Proceedings Inference in Computational Semantics*

Peters S, Westerståhl D. 2006. *Quantifiers in Language and Logic.* Oxford: Oxford University Press

Pratt I. 2004. Fragments of Language. *Journal of Logic, Language and Information*, 13 (2): 207 ~ 223

Prior A. 1967. Traditional Logic. In: Edwards P, eds. *The Encyclopedia of Philosophy.* Vol. 5. London: McMillan 34 ~ 45

Purdy W. 1991. A Logic for Natural Language. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 32 (3): 409 ~ 425

Sommers F. 1982. *The Logic of Natural Language.* Oxford: Clarendon Press

Sánchez Valencia V. 1991. *Studies on Natural Logic and Categorial Grammar* [Dissertation]. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Sánchez Valencia V. 2004. The Algebra of Logic. In: Gabbay D, Woods J, eds. *Handbook of the History of Logic.* Amsterdam: Elsevier. 389 ~ 544

van Benthem J. 1986. *Essays in Logical Semantics*. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1987. Meanning: Interpretation and Inference. *Synthese*, 73 (3): 451 ~470

van Benthem J. 1991. *Language in Action, Categories, Lambdas and Dynamic Logic*. Cambridge (Mass.): North-Holland, Amsterdam & MIT Press

van Benthem J, 1996. *Exploring Logical Dynamics*. Stanford: CSLI Publications

van Benthem J, et al. 1987. Stituation, Language and Logic. *Studies in Linguistics and Philosophy*, 34

van Benthem J, ter Meulen A, eds. 1997. *Handbook of Logic and Language*. Amsterdam: Elsevier

van Deemter K. 1996. Towards a Logic of Ambiguous Expressions. In: van Deemter K, Peters S, eds. *Semantic Ambiguity and Underspecification*. Cambridge. 203 ~237

van Eijck J. 1985. *Aspects of Quantification in Natural Language*. [Dissertation]. Philosophical Institute, University of Groningen

van Eijck J. 2005. A Natural Logic for Natural Language. In: ten Cate B, Zeevat H, eds. *The Batumi Proceedings*. FoLLILNAI series, Vol. 4363

van Eijck J, Jaspars J. 1996. Ambiguity and Reasoning. FRACAS Report. CWI Amsterdam, ISSN 0169-118X

附录 又一次谈历史：中国的逻辑

当这篇文章的素材在北京的一个演讲中给出时，一些有趣的巧合显露出来。正如现在越来越为人知的那样，逻辑学同时开始于至少三个地理区域和文化：希腊、印度和中国。这里是一些来自 Liu 和 Zhang（2007）的有关墨家逻辑（公元前5世纪）的例子，墨家是一个很明显由逻辑学家坐镇的学派。下面的推理直接来自《墨经》：

“白马，马也。乘白马，乘马也。”①

这很清楚是向上单调的推理模式。

但这里还有两个更进一步的来自墨家的例子，它们看起来与向上单调的推理模式相反的：②

“盗，人也。多盗，非多人也。”

“车，木也。乘车，非乘木也。”

这两个例子是微妙的，且都让人注意到逻辑中更深一层的有趣现象。第一个例子不满足向上的单调性看起来是因为一个量词的“语境依赖”。如果“多”的意思是“多于一个固定的起点值 N”，则两个变量都是向上单调的。但如果我们

① 来自《墨经·小取》——译者注。

② 这两个例子也来自《墨经·小取》——译者注。

意思是“多于一个固定的起点值 N”，则两个变量都是向上单调的。但如果我们假定的标准是依赖于谓词（看起来更像这样），则“多”在两个变量中都不是向上单调的。[①] 为了处理正确和不正确的推理，则需要情境管理的动态机制。换言之，整个计划的精确参数有待确定。第二个例子看起来是内涵性的。“乘车”可以被外延地读为“被（车）运送”，那么结论可以通过向上单调性得到。但我们墨家的同行肯定想表达一些更微妙的事情。从内涵的角度看，人乘车（车作为运输工具）。如果以这种方式来解读，上面陈述的推理则不是有效的，因为人不会乘木制品。对如上的单调性机制的提炼，使它们从过去到现在都一直是有效的。

比起与此类似的推理，墨家逻辑还有很多更微妙的特点，包括对克里特岛人悖论的看法，还有非常妙的关于如下交谈的语用悖论的看法（至少对本文作者来说这是新的）：

告诉某人“你永远不能获悉任何事”永远不能成功。

有时会涌出有点沃夫假说式的问题：我们怎么辨认其他不同文化的人是否是同行。我要说，依据伟大的历史工作（Bochenski，1961），不存在这样的问题：只有逻辑家才担心这么疯狂的事情！

① 另一种形式的语境依赖在以下帕洛阿尔托的 PARC 讨论会上提出的例子中起作用：“他用言辞攻击总统”蕴涵“他攻击总统”吗？结论暗示着（不正确的）身体的攻击。

14 自然语言和计算中的语义平行问题*

傅庆芳/译　张立英/校

14.1 收　敛　性

近年来，逻辑学、语言学、哲学和计算机科学等不同学科中许多重要问题的研究十分相似这一想法正越来越受到关注。这里的主要凝聚力之一是对推理的共同兴趣，不管是人类还是机器所做的推理。由于推理很自然地是逻辑学最重要的领域研究——因此，在某种意义上，有一些贯穿以上诸多学科的逻辑线索。之所以说是在“某种意义上”，是因为更新的发展要求有一个广阔的包含许多推理类型的逻辑视角：既与推理机制有关，也与推理机制中信息的表示形式有关。比起标准逻辑所理想地追求的（或者至少是有意识地研究的）那些东西，这个逻辑视角下当然存在更多的介于理想和现实之间的东西。

近来的这些发展给现存逻辑理论带来两种迹象。一方面，它们为在更广泛地应用以数学或具体的哲学分支为基础的这种更狭窄背景下发展出来的观念和技术提供了更多可能性。另一方面，真正的机遇可能存在于逻辑学内由这些更新的关注引发的新研究范围中。在某种程度上，我们正在所谓的逻辑语义学中见证后一现象，逻辑语义学的动机源自哲学和语言学以及近来与计算机科学间的交汇和相互作用（这方面的事例和综述可参见 van Benthem（1986a）或 van Benthem（1988）等论著）。

或许，最让人感兴趣的是那些与基本的有效后承概念的理解有关的新研究范围——在解释弗雷格谓词逻辑的塔斯基语义学中，基本的有效后承概念通常被断然地奉为理解有效后承的法典。尤其从计算的观点看，可以证明存在许多与有效推理不同的微细结构，是得到广泛认可的。在本文中，我们将会考察这类问题的

* Semantic Parallels in Natural Language and Computation. In：Ebbinghaus H-D，et al.，eds. *Logic Colloquium*. Granada 1987. Amsterdam：North-Holland. 1989. 331 ~ 375

两个主要主题，即通过模型的极小化实现逻辑推理的局部“增强”的技术（14.2节），以及解释和论证中逐步前进的信息处理方式的更普遍的动态性（14.3节）。本文的目的，是提供一个一致的范式支持这些领域中近来的某些发展，同时讨论这些发展对逻辑学的普遍影响价值。

目前，对推理的研究应该包含什么内容这个问题，不管逻辑学的短期观点的讨论结果是什么，其长期观点似乎是对一个更丰富概念的回归。当然，逻辑史上也出现过这种对更丰富概念的回归。这方面令人感兴趣的一个例子是B. 鲍尔察诺（van Benthem，1985c），他仍然把这个学科的任务定义为，研究人类在各种智力活动中使用到的推理范式的多样性。如果赞成鲍尔察诺的定义，就会导致几种有效后承概念的逻辑研究，它们在形式性质上相互区分，也不用对任何特殊的演算尽责。同时，那当然也是着手处理这里所讨论的新近发展的一种正确方法。

对于所讨论的主题，本文也有若干技术方面的贡献。首先关注的是极小模型。我们提供一种关于模型类上极小化算子的数学分析方法（14.2.2.3节），同时也考察几个极小模型在其中起主要作用的特殊系统。许多类似的系统可以在逻辑程序设计和抽象数据类型的领域（14.2.3节）中找到。我们发展了与早期科学哲学中所谓的科学理论中理论术语的拉姆兹可消除性相似的理论（14.2.3.2节），并说明这种新的理论如何得以把极小模型合并进来（14.2.3.3节）。然而，主要的例子是人工智能领域近来发展出来的限定概念，这可以看做是对霍恩子句的形式系统进行极小的埃尔布朗建模的语义概括。在限定的一般推理性质和更传统的条件句逻辑之间，可以找到一个技术连接点（14.2.2.2节）。同时，我们也考虑把界限的推理化归为标准一阶逻辑的可能性，当有这种可能时，还考虑确定一个关于该问题的高度复杂性（14.2.2.4节）。

然后，还有若干关于动态语义学的结果。我们提供了几种把已有动态语义学化归为（仍然是）标准的（“静态的”）一阶逻辑的化归方法（14.3.1.2节和14.3.2.1节）。同时，我们也提出了把所谓“抽象信息结构”和已有模型类，尤其是关系代数（14.3.2.3节）和命题动态逻辑（14.3.2.4节），连接起来的几点建议。尤其值得一提的是，命题动态逻辑系统似乎为研究如何处理命题的动态模式提供了有希望的工具。

14.2　极　小　性

14.2.1　非标准推理

标准意义上的逻辑有效推理允许我们从一个在所有模型上都为真的前提集推

导出结论。这是一个重要和安全的过程。但是，当我们不得不以少量的精确信息为前提时，通过这种方法得到的结论的数量是很少的。因此，我们可以发现在认知活动中还存在一些其他机制，允许我们进行某些更深层次的"涉及上下文的"的推理。其中的一个普遍机制是保证某种*完全性*：所陈述的前提提供给我们相关事情的"全部的事实"（当然，为了保持与司法问题的相似性，如果有可能的话，"只有事实"）。在语言哲学中，这一现象被P. 格赖斯所觉察，他的"量的准则"表示说话时我们应该陈述完全的信息（即提供与当前事情相关的所有信息）。这里有一个该约定如何起作用的具体例子。如果我的同伴在某次谈话中告诉我巴士拉或者在伊朗或者在伊拉克，那么我就可以认为除此以外她并不知道更具体的位置了。因此，我可以得出结论：她并不知道巴士拉是在伊拉克——尽管从逻辑上得不出这个结论（当然，可能她只是*假装*不知道：但是在一般的谈话中，不会出现这种情况）。下面再举一个有较少认知倾向的例子。如果我被告知发生A事件是由于B事件，我将倾向于假定：对说话者而言，B是导致A发生的*唯一*原因。同样地，这里不存在逻辑必然性，而只是一种假设，即说话者已经提供给我相关的完全信息。

这些例子仍然是相当模糊的——同时实际上，反复出现的批评认为，类似于格赖斯"量的准则"的语用原则可以适用于太多目的。然而，在这里已经可以观察到非标准推理的两种令人感兴趣的特征。首先，通过给定某些与我们的前提"状态"有关的一般假定，我们*增加*可得到推理的数量。其次，这样做的代价是我们不得不提高警惕，因为增加的结论是*可废止的*，且很可能由于进一步的证据而不得不被最终放弃（我有可能随后获悉导致A的另一个可能的原因）。后一种现象，通常被称做与"单调性"相对的*非单调性*，或者所谓的标准逻辑中推理的累积性。

使上述过程更精确的方法之一在于随后对标准*语义图*的改善。一段文本（故事、证明或者程序），通常不是它的通常逻辑意义上的所有模型，而只是与它的一个预期模型有关，或者至少是与一个有严格限制的预期模型类有关。这样的一个理由似乎在于某种一般原理的作用，它允许我们充分利用具体信息的*缺席和出席*：

　　这个世界是*最小的*，

　　或者至少存在一个*极小情况*证实我们的数据。

那么，当然了，比起我们的数据的所有可想象模型，更多的结论会恰好只在极小模型上有效（通常来讲是这样的）。这一观点证明是可用精确的数学手段处理的，而且实际上，它贯穿一个计算装置中用于执行推理的若干技术设想。当涉及语言哲学和科学哲学这些更广泛的背景时，我们将会考虑几个例子。

如上观点在*逻辑程序设计*中是非常重要的。例如，PROLOG程序就被设想用

来描述一个所谓的关于它们的判定的“极小埃尔布朗模型”（Lloyd，1985）；同时，关于逻辑程序设计更一般的语义学观点，可参见 Meseguer 和 Goguen（1985）。事实上，这类模型已经表现出极小性的两个性质。首先，除了用程序语言明确命名的个体或对象以外，它们不包含任何个体或对象。其次，除了被程序（“否定表示失败”）明显地强制执行的事实以外，它们也不包含任何关于这些对象的事实。这两个性质各自都非常有趣。个体极小性给出我们对象的一个极小描绘、它可以被转换成一个所谓的“归纳”原理：

如果有一种性质是用我们的语言可命名的所有对象所共有的，

那么它是普遍真的。

事实上，这接近于普通数学意义上的归纳。这里的可废止性表明形成对象的进一步操作的增加可能会在实际上削弱归纳方法（因为人们不得不证明更多的“归纳步骤”）。这在普通数学中也是真的。此外，事实上，谓词极小性更接近于我们上面所给的原始例子。根据 PROLOG，推理价值在于把阅读一段程序当做是它自身的“完成”。这里的条件 P 不仅被所有可能得到的前件所蕴涵，同时其自身也蕴涵这些前件的析取式（除了明确陈述的理由以外，其他都不是 P 的理由）。

此外，考虑自然语言中类似的现象是值得的。例如，许多的蕴涵像上面的条件那样发挥作用。当医生说如果你按照他所说的去做你就会康复时，他所说的不仅仅是一个诺言，同时也是一个威胁（“仅当”）：“如果你不做……，你就不会……”（巧合的是，在司法论证中可以发现相类似的约定，即所谓的“一个反面的论证”（a contrario）。这看起来像从$\neg A \rightarrow \neg B$ 推导出 $A \rightarrow B$ 的形式谬误：事实上却与前面的范式相似）。但是在这里也会出现个体极小性。例如，对问题的回答通常被认为是“穷尽可能的”（Groenendijk and Stokhof，1985）。例如，对话

“谁在哭？”

“约翰和玛丽”

其中的答案通常被认为是一张完整的清单，尽管直接的逻辑信息只是“约翰在哭和玛丽在哭”。而且，对于该现象还有一个更复杂的答案，如“一个女孩”——这提示人们确实有一个人在哭，并且这个人是一个女孩。换句话说，我们被鼓励形成一个这个答案为真的极小模型。

计算机科学中出现精确形式的极小模型的另一个地方是人工智能领域。这里又一次地，我们假定智能主体的行为是在不完全信息基础上进行的推理，不管他们是有生命的还是机械的。特别地，许多引导我们进行活动的实际规则包含一个其他情况均相同的子句：其他情况都是相同的，做这个或那个都将会产生如此这般的效果（Shoham，1988）。确保没有“其他事情”发生了改变，通常会需要关于这个世界状态的无穷信息量：某种我们无法得到的东西。反过来，我们倾向于

假定没有干扰因素，只要它们不是明确地出现。另一方面，在被迫走向反面之前，我们都会假定目前的情况不是特例，而是一种"正常的"情况。尽管这种策略明显是可废止的，但是确实非常合理：它有成功的可能（根据正常情况对特殊情况的相对定义）。

在司法程序和伦理学（Aqvist，1984）中，其他情况均相同规则是相当普遍的。此外，这个规则在科学哲学中也普遍出现，它与反事实陈述或者某种描述性质的术语（"可溶解的""易燃的"）相关联（Sosa，1975）。因此，我们正在考虑的策略并非只是一条小小的自欺捷径，更是一种必然性（即使在科学生活中也是如此）。

某些源自人工智能领域的熟悉的例子，为扩张之前极小性概念的一种基本语义方法提供了动机，这主要归因于 McCarthy（1980）。排除像企鹅这样的特例，所有的鸟都会飞。特威蒂是鸟：现在的问题是特威蒂会飞吗？从逻辑上讲，不能从这里推出任何结论。但在实际中，我们会想得出特威蒂会飞这样的结论。这里的一个解决办法是假定如下的形式化表达式：

$$\forall x(Bx \wedge \neg abx) \rightarrow (Fx)$$

$$Bt$$

也就是说"不是不正常的"的鸟会飞。现在，当用包含不正常谓词的极小外延的描述模型理解上面的语句时，特威蒂将不会是不正常的，所以它会飞。然而在通常情况下，对应于不同的可废止规则，会存在更多的描述不正常情况的谓词。那么，就可能存在真正的模糊性，如同在另一个著名的例子中所显现的那样：

贵格会教徒是和平主义者：$\forall x\ (Qx \wedge \neg ab_1x) \rightarrow Px$

共和党人不是和平主义者：$\forall x\ (Rx \wedge \neg ab_2x) \rightarrow \neg Px$

尼克松是贵格会教徒　　：Qn

尼克松是共和党人　　　：Rn

现在，尼克松是不是和平主义者呢？这里有两个不可比较的极小模型：一个是"ab_1"是空集而"ab_2"只包含尼克松；另一个的情况则刚好相反。那么，这可能反映了这里的一种真正直觉上的不确定性。另一方面，也可能存在这样的情况：即应当优先极小化不正常情况的谓词（对此，我们有非常清楚的顺序）。因此，我们可以通过按优先顺序排列的规则打破各种情况均同的状态。

存在关于如上情况的极小模型的一个一般的技术概念，它对任何谓词逻辑公式都是有意义的（不仅对逻辑程序中的霍恩子句有意义），同时也允许如上极小模型的多样性。这就是 McCarthy（1980）所谓的限定，在后面我们还会有更详细的讨论。我们可以把限定看做是对逻辑程序的极小模型语义的概括，并在其中考虑关于某个前提集的所有模型，且它们的子模型（在某种情况下）不再能证实

那些前提。

同样地，观察之前科学哲学中曾有过的类似尝试是有用的。哲学家们已经把这种更弱的后承概念看做某个证据对假设的证实而进行过研究。例如，一个全称概括句$\forall xPx$，如果它不能被逻辑地推出，那么也至少可以通过观察到的如下例子：Pa，Pb，……而得到证实。有趣的是，Hempel（1965）建议对该例进行如下解释：当观察证据时，我们倾向于形成一个该证据成立的极小模型，全称句在其中也是有效的（同样地，当然存在非单调性：一个已经被很好地证实的规律最终可以被新的证据反驳）。这种特别的相似性同之前提到的鲍尔察诺的研究极其一致，他的主要逻辑工作事实上是所谓的“知识学”。鲍尔察诺发现：存在着有各种不同逻辑性质的合理的论证形式，在科学思考中尤其是如此。证实本身就恰好是这方面的一个例子。另一个例子将会是对科学假设的事实的解释。例如，我们这里可能会想要另一种极小性，也就是只使用某种由与推导结论相关的前提组成的极小集合。在这种情况下，也会存在非单调性：因为增加一些不相关的前提会干扰一个推理的解释力。这个观察强调了非单调行为的许多可能的来源：这是非标准推理的表明症状，而不是本质。

更一般地，根据这种观点，对某种特定的推理模式的选择，不管是单调的还是非单调的，都将由某种特定的应用意图来决定。在某种情境下适用的推理模式，没有必要在另一种情境下也同样适用（例如，在实际政治中，如果许多人不是一直非单调地跳跃到某个不成立的结论，那么他们可能会更健康）。因此，人类理性变成“参数化的”：在用某个推理模式进行理性推理之前，我们不得不选择一个有意义的推理模式。这个态度也与人工智能领域中现有理论的两个主要性质相符合（上面提到的限定就是其中一个例子）。它们有时打算描述智力行为，但是有些时候也会设计一些智能系统。至少后面这种目的要求对智力工具进行有意识的选择。

在这节接下来的几部分内容中，我们将会更具体地讨论极小性建模过程中某些技术的执行情况，并且指出各种相互关系和开放的问题。

14.2.2　限定逻辑

14.2.2.1　极小模型

谓词逻辑公式集Σ（或者，实际上是任何公式集）的个体极小模型是满足如下条件的模型M：

（1）$M \models \Sigma$；

（2）不存在任何$M' \subsetneq M$，使得$M' \models \Sigma$。

同样地，谓词极小模型是那些关于Σ的只要减少其谓词外延就会丢失Σ的真的模型M（这个概念类似于经济学中的“帕累托最优”原则）。更一般地，我们也可以考虑一些只有某些谓词是通过这种方式极小化的模型。

检验这个概念是否恰当的一个方法，是把它应用到之前穷尽对问题回答的论题上。可以很自然地假定，在这种情况下，根据Q-极小模型的描述理解答案，其中Q是与提问相关的谓词。因此，$Cj \wedge Cm$的C-极小模型正好就是只有约翰和玛丽在哭的模型。同样地，$\exists x(Gx \wedge Cx)$的C-极小模型是那些正好只有一个女孩形成“哭”的整个外延的模型（这种简单的分析方法回避了Groenendijk和Stokhof（1985）复杂的“极小化广义量词”分析。此处的关键点，也可以说是复杂性在提问中而不在答案中）。顺便提一句，这里的主张不是说答案是在这种极小化意义上不变地取得的。例如，在目前的解释下，“没有女孩”和“没有男孩”这两个回答都表明没有人在哭。当然，这明显地不合乎理性：这两个回答的意思只不过是分别说明有$\neg\exists x(Gx \wedge Cx)$和$\neg\exists x(Bx \wedge Cx)$，如果用标准术语分别表达的话，更一般地，在限定的应用中，至于哪些谓词将被极小化，人们总是要决定是更语言学的还是更计算的，这不是形式理论所能规定的。

注记　自然语言（和许多程序设计语言）应用中的真正的一般性质，可能最终是某种更高的类型论的形式，而不是普通的一阶逻辑。但请注意，上面的“极小模型”的定义已经毫不费力地适用于更高阶的公式集Σ中了。

极小模型自身已经成为数学研究的一个有趣对象。事实上，一旦考虑无穷结构，我们会发现极小模型的行为中充满令人吃惊的地方。例如，整数是它们自己的一阶理论的谓词极小模型，且整数的一阶理论是无界的离散的线性序（去掉其中任何一对有序对都会破坏线性）。但是，它们不是自己一阶理论的个体极小模型：偶数的真子结构也恰好具有同样的性质。事实上，这个序理论根本没有个体极小模型。另一方面，现在一个理论陈述的经典小改动正在发挥作用。如果增加两个表示直接的前驱和后继的斯科伦函数，那么整数，被看成是扩张的相似类型的一个结构，将变成它们序理论（已经扩张进了两个相关的定义）的一个极小模型。这反映了一个普遍现象。伴随着函数符号，子模型将不得不对相对应的运算封闭：这增加了一个模型成为极小模型的几率。我们将不在这里继续沿着这个数学方向进一步追问，这将要求与文献中的其他极小模型概念（如“素模型”，参见Chang和Keisler（1973）进行比较。

至于语义后承，现在有几种可选择的观点，分别定义如下：

$\Sigma \models_{ind} \varphi$ 仅当 φ 在Σ的所有个体极小模型上都是真的

$\Sigma \models_{pre} \varphi$ 仅当 φ 在Σ的所有谓词极小模型上都是真的

$\Sigma \models_* \varphi$ 仅当 φ 在 Σ 的所有既是个体极小模型又是谓词极小模型的结构上都是真的。

这些新的概念保留了经典后承概念主要性质中的一些性质，但是同时也失去了某些性质。我们将以 $\models_*$ 的情况为例进行说明。

- $\Sigma \models_* \varphi \quad \Rightarrow \quad \Sigma \models_* \varphi \vee \psi$

等价于，一个可能的“弱化了的后承”。但是不能是一个“强化的前件”

- $\Sigma \models_* \varphi \quad \nRightarrow \quad \Sigma, \alpha \models_* \varphi$

这就是之前提到的非单调性：加上 α 后的 Σ 的极小模型可能通过 Σ 自身的极小模型转换而来。同样地，我们失去了经典意义上有效的“真值传递”

- $\Sigma \models_* \varphi, \quad \varphi \models_* \psi \quad \nRightarrow \quad \Sigma \models_* \psi$

一个反例是：$\Sigma = \exists x Px \wedge \exists x \neg Px$，$\varphi = \exists x Px$，$\psi = \forall x Px$。另一方面，我们保留经典接受的前提上的运算，如置换或等式的收缩。

同经典后承 $\models$ 相比，$\models_*$ 的一般性质实际上会不会也有所增加呢？如同我们在后面将会看到的那样，答案是否定的。

在继续讨论一般的限定逻辑之前，强调这种情况下推理的新性质或许是有用的。尽管某种特定的推理模式通常是无效的，但是某些陈述的类型仍可能是可接受的。例如，某些增加的前提在用于定义极小性的模型关系下是保持的，事实上，单调性对它们是有效的。因此，

对于全称公式 α，有

$$\Sigma \models_{ind} \varphi \quad \Rightarrow \quad \Sigma, \alpha \models_{ind} \varphi。$$

因为如果 M 是 $\Sigma + \alpha$ 的个体极小模型，M' 是 M 的子模型，M' 证实 Σ，那么 M' 也证实 α（根据子模型下全称陈述的保持性），所以有 $M' = M$。这证明 M 本身也是 Σ 的个体极小模型，因此根据假设有 $M \models \varphi$。 ■

根据相似的论证可得：对于增加了否定的公式，即通过使用 $\wedge$、$\vee$、$\forall$、$\exists$ 构造的原子公式（和等式）的否定式，$\Sigma \models_{pre}$ 是单调的。

因此，极小推理可能会要求对关于前提的语法“微细结构”给予更密切的关注。

14.2.2.2　条件句逻辑

作为一个谓词逻辑后承概念，限定是非常复杂的。例如，因为通常的皮亚诺公理（甚至减去归纳）的唯一极小模型由标准的自然数组成，这些前提下的极小后承与实际的算术真一致：因此，根据塔斯基定理，可推出不可公理化性（也可能更糟糕）。

另一方面，还存在一个一般的限定逻辑，它不涉及具体的谓词逻辑形式，而

仅涉及简单的（至多）布尔结构。这些推理的例子是前面作为传递性或弱化结论的那类推理模式。这就提出了限定的命题逻辑可能会是什么样的问题。限定的命题逻辑系统不是没有意义的：尤其是因为经典规则的坍塌通常可以通过更精确的代替品进行弥补。例如，如下的传递形式是事实上有效的：

$$\Sigma \models_* \varphi, \Sigma, \varphi \models_* \psi \quad \Rightarrow \quad \Sigma \models_* \psi$$

另外，考虑论证中循序渐进的阶段是有意义的。

事实上，对于极小后承概念的有效推理模式的进一步研究，表明它们与之前的在条件句逻辑下发展出来的推理系统有惊人的相似性（Lewis，1973）。条件句逻辑最初研究所谓的反事实判断，如“如果 A 成立，那么 B 可能成立”（同样地，这里的（非单调）概念同科学哲学有很密切的联系（Harper，et al.，1981）。例如，条件句逻辑的基本公理（Burgess，1981；Veltman，1986）如下：

（i）$\varphi \Rightarrow \varphi$

（ii）$\varphi \Rightarrow \psi$，$\varphi \Rightarrow \chi$　推出　$\varphi \Rightarrow \psi \wedge \chi$

（iii）$\varphi \Rightarrow \psi$，$\chi \Rightarrow \psi$　推出　$\varphi \vee \chi \Rightarrow \psi$

（iv）$\varphi \Rightarrow \psi$　推出　$\varphi \Rightarrow \psi \vee \chi$

（v）$\varphi \Rightarrow \psi$，$\varphi \Rightarrow \chi$　推出　$\varphi \wedge \psi \Rightarrow \chi$

相对于前面所讲的三种极小后承概念，这五个公理中除最后一个以外的其他公理都是有效的。关于最后一个公理的有效性，人们不得不假定一个模型的全域，其中任何前提集上的子模型关系都是良基的。例如，所有有穷模型的全域就是这样的（关于这一要求的可行性，可以比较 Shoham（1988）的观点）。更多有效的规则性证明可以从这些公理推导出来。

例 1　精确的传递性是可推导的：

$\varphi \wedge \neg \psi \Rightarrow \varphi \wedge \neg \psi$	（i）	
$\varphi \wedge \neg \psi \Rightarrow \neg \psi$	（iv）$\varphi \wedge \psi \Rightarrow \chi$	（假设）
$\varphi \wedge \neg \psi \Rightarrow \neg \psi \vee \chi$	（iv）$\varphi \wedge \psi \Rightarrow \neg \psi \vee \chi$	（iv）
$(\varphi \wedge \neg \psi) \vee (\varphi \wedge \psi) \Rightarrow \neg \psi \vee \chi$		（iii）
	即　$\varphi \Rightarrow \neg \psi \vee \chi$	
	又有　$\varphi \Rightarrow \psi$	（假设）
	因此　$\varphi \Rightarrow \psi \wedge (\neg \psi \vee \chi)$	（ii）
	由此得 $\varphi \Rightarrow \chi$	（iv）

注意整个证明过程中对布尔等式的使用。

离题　顺便提一下，这里有另一种考察极小条件句逻辑的计算方法。上面的推理呈现了一个关于经典蕴涵→和非经典蕴涵⇒的普通布尔规则的混合。

例如，公理（iv）也可以被看成是

$$\varphi \Rightarrow \psi, \psi \to \chi \text{ 推出 } \varphi \Rightarrow \chi$$

且其余规则是关于结合了⇒的→序的上界与下界的。

简单的经典推理规则和非单调的缺省规则间的相互作用，令人联想到所谓语义网中的情形。在语义网中，关键问题之一是构造可靠的和可计算易处理的推理算法。或许，条件句逻辑也可以是推理算法的一种有用模型。

另一方面，无法在极小条件句逻辑中推导出的规则被证明在限定中也是典型无效的。从一个更一般的角度看，这种对应关系并不令人吃惊。在限定方面的文献中存在着一种倾向，即对模型间的其他序关系而不是只对上述涉及子模型的概念进行极小化（比较前面涉及优先化限定的著作，参见 Lifschitz（1985）或者 Shoham（1988）的著作）。同时，事实上，如上序中只有某些一般性质与判断命题的限定模式的有效性有关。但是随后，我们正好退回到条件陈述句的可能世界语义学，根据 D. 路易斯和 R. 斯托尔内克的理论：

> 模型是结构（W, R, w），其中的 w 是真实的世界，我们从 w 的角度观察 W 中其他世界，对所有其他世界，R 按其与 w 的相似性程度进行排序（从技术上讲，R 是严格偏序关系）。那么，至少在有穷模型上（无穷的情况多少更微妙些），条件句是按如下方式计算真值的：

$\varphi \Rightarrow \psi$ 在 w 上是真的，仅当所有对 R-最近的世界证实前件 φ 且也证实后承 ψ。这解释了限定和条件句逻辑的一般相似性。但仍遗留下了若干更具体的问题。例如，之前基本的条件句逻辑相对于前面抽象模型中的有效性是完全的（Burgess，1981）。但是，上面定义的极小性可以作为路易斯语义理论的一个合适的具体模型吗？例如，在如下猜想的意义上：

> 一个条件句推理 $\varphi \Rightarrow \psi$ 在极小条件句逻辑中是可推导的，当且仅当，在命题符号代表一元谓词逻辑公式的语言中，它作为一个限定的后承 $\varphi \models_{*} \psi$ 是有效的？

在能把命题符号合适地翻译成一元语句条件下，根据有上面子模型关系的有穷模型，这里将会需要给出一个对路易斯模型的抽象表示。

这个角度下的另一个问题将涉及被极小化的特殊关系的特殊逻辑。根据条件句逻辑，我们知道在严格偏序上增加条件可能会产生额外的有效性。例如，使得 R 关系成为线性的会使所谓的“条件排中律”有效：

$$\varphi \Rightarrow \psi \vee \varphi \Rightarrow \neg \psi$$

因此，限定的其他形式也有可能导致更弱的或更强的一般逻辑。

对于上面猜想的证明，至少可以引用一个可供参考的结果（为了方便，注意力将会被限制在个体极小性上）：

命题1 对于任何从 $A_1 \Rightarrow B_1$，…，$A_n \Rightarrow B_n$ 到 $C \Rightarrow D$ 的命题推理，下面两个断言等价：

（1）在极小条件句逻辑中，从 $A_i \Rightarrow B_i$（$1 \leqslant i \leqslant n$）可以推出 $C \Rightarrow D$；

（2）对每一个用带等词的一元谓词逻辑语句替换命题符号的代入 σ 以及该语言中的每一个语句 φ，

如果对所有的 i（$1 \leqslant i \leqslant n$）有 φ，σ（A_i）$\models_{ind}\sigma$（B_i），那么 φ，σ（C）$\models_{ind}\sigma$（D）。

证明：从（1）到（2）。这是对极小条件句逻辑中推导长度的一个直接归纳。增加的前提 φ 并不会影响之前可靠的论证（注意对这里带等词的一元谓词逻辑，我们只讨论在语义可满足性方面不发生任何变化的有穷模型）。

从（2）到（1）。假设不能从 $A_i \Rightarrow B_i$ 推出 $C \Rightarrow D$。那么存在某个有穷的可能世界模型 W，W 包含一个 w，任何 $A_i \Rightarrow B_i$ 公式在 w 上是真的，然而 $C \Rightarrow D$ 在 w 上是假的。对于世界上相关的二元序 <（“与 w 有更多的相似性”），我们可以把这个反模型看做由根据斯托尔内克－路易斯语义求出的条件陈述句和命题的真值所组成的某个有穷的有序集。

现在，对每一个世界 v 取不同的一元谓词 $P_v x$，且令

$$\alpha_v(x) := P_v x \wedge \bigwedge_{u \in W, u \neq v} \neg P_u x$$

令正好有 u_1，…，$u_n \leqslant v$。规定

$$\beta_v := \exists x_1 \cdots \exists x_n (\alpha_{u1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \alpha u_n(x_n) \wedge \forall y(y = x_1 \vee \cdots \vee y = x_n))$$

此外，令

$$\varphi := \bigvee_{v \in W} \beta_v$$

最后令 σ 为代入，且给每一个命题符号 p 指派如下公式

$$\bigvee_{v \in [p]} \beta_v$$

■

断言1 令 M 是一个一元谓词逻辑结构，其中的某个世界 v 证实 β_v 是真的。那么，对每一个纯命题公式 α，M $\models \sigma$（α）当且仅当 σ 在 v 上是真的。

证明：对于命题符号 α，根据代入 σ 的定义，可以得到 M$\models\sigma$（α）。反过来，假设 $\alpha = p$ 在 v 上是假的。因此，σ（p）是公式 β_u 的析取支，且有 $u \neq v$。根据定义，足够可以得到这样的 β_u 不包括 β_v。

论证的剩余部分是对布尔算子的常规归纳。 ■

所期望的结论可以从后面的断言中得到：

断言2 （i）对所有的 i（$1 \leqslant i \leqslant n$），$\varphi$，$\sigma$（$A_i$）$\models_{ind}\sigma$（$B_i$）；

(ii) 并非 φ，$\sigma(C) \models_{ind} \sigma(D)$。

证明：(i) 令 M 是 $\varphi \wedge \sigma(A_i)$ 的极小模型。因为 φ 是真的，则 M 证实某个 β_v。因此，由断言 (i) 可得，$\sigma(A_i)$ 的真推出 A_i 在世界 v 上也是真的。另外，v 是一个 A_i 在其中为真的 <-极小世界。因为如果 A_i 在某个 $<v$ 的世界 u 上是真的，那么显然我们可以得到一个证实 β_u 的 M 的真子模型，因此得到 $\sigma(A_i)$，这与 M 自身的极小性相矛盾。所以，根据 $A_i \Rightarrow B_i$ 在原有的可能世界模型 W 上是真的，可得 B_i 在 v 上也是真的。由此得出，$\sigma(B_i)$ 在 M 上也是真的。

(ii) 因为 $C \Rightarrow D$ 在可能世界模型 W 上是假的，所以一定存在一个 <-极小世界 v 使得 C 成立而 D 不成立。现在取 β_v 的明显的极小模型 M。同前面的证明一样，M 证实 $\sigma(C)$ 而使 $\sigma(D)$ 为假。这足够表明 M 是 $\varphi \wedge \sigma(C)$ 的极小模型。因此，假设存在某个真子模型 M' 也可以证实 $\varphi \wedge \sigma(C)$：即 β_u 和 $\sigma(C)$ 都成立。那么根据公式 β 的定义，u 一定是 v 的一个 <-真前驱，且 C 在 u 上真。但是这与 W 中 v 的 C 极小性相矛盾。■

注记 上面的刻画从本质上描述了一个更一般的限定形式，其中可比较的模型的全域能通过某个在先的条件 φ 进行限制。

这里的证明源自 F. 斐尔曼的一个论证，是对本文早期版本的一个回应。

最后，我们回到之前的问题，即为什么限定也不能证实不在经典逻辑中出现的新的推理模式？这里，我们所指的“推理模式”是指如下形式的图式：

$$“\varphi_1 \Rightarrow \psi_1, \cdots, \varphi_n \Rightarrow \psi_n \quad 推出 \quad \varphi \Rightarrow \psi”。$$

这里的 φ 和 ψ 都是布尔形式——同之前所有例子中的情形一样，并且“$\Rightarrow$”代表正在考虑的特殊的后承概念（因此，在某种意义上，我们正在讨论的是有效后承的霍恩子句逻辑）。

现在，如果这种图式不是经典有效的，那么随后的一个后承也不可能是有效的：

$$(\varphi_1 \rightarrow \psi_1) \wedge \cdots \wedge (\varphi_n \rightarrow \psi_n) \models \varphi \rightarrow \psi$$

反之，这个图式会是可推导的。所以，存在某个赋值 V，使得所有的 $\varphi_i \rightarrow \psi_i$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$ 为真而 $\varphi \rightarrow \psi$ 为假。现在，考虑上面图式中公式对变元符号的代入 σ：

$$\sigma(p) = \mathrm{T} \text{ 仅当 } V(p) = 1$$
$$\bot \text{ 仅当 } V(p) = 0$$

那么，可以容易证明：所有的 $\varphi_i \Rightarrow \psi_i$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$ 是有效的后承，而 $\varphi \Rightarrow \psi$ 不是有效的后承。但是，对于 T 和 ⊥ 的布尔组合来说，限定后承与经典后承是一致的。因此，上面的图式对于限定的后承来说也不是有效的。

我们已经证明了如下命题。

命题2　限定后承的所有有效的霍恩子句规则在经典逻辑中也是有效的。

注记　关于这一点要注意的是：在逻辑系统的元性质层面上，确实会出现非单调性，这在很长时间里都是众所周知的。一个著名例子是直觉主义逻辑，它就满足所谓的析取性质：

$$\text{如果} \vdash_I \varphi \vee \psi\text{，那么} \vdash_I \varphi \text{ 或者 } \vdash_I \psi$$

然而，更强的经典逻辑系统却丢失了这一性质：

$$\vdash_C p \vee \neg p\text{，但} \vdash_C p \text{ 和 } \vdash_C \neg p \text{ 却都不成立。}$$

14.2.2.3　极小性的动态性

现在，我们讨论限定的另一个性质。如前面所说的那样，我们通常是用不同的模式获取命题。例如，对问题的回答，既可以被看成是“字面意义的”，也可被看成是“穷尽可能的”①。同样地，对于普通的陈述句，我们可以类似地进行常规的或者“极小的”处理。（事实上，极小化模式自身至少有三种类型。）这里是对这种情况的几点说明，我们可把它们当成是为讨论14.3节的“动态性”所做的准备。

一个模型类可以被看成是一个信息状态，且把“真的世界”限定它的范围内。获取命题 φ 的通常方式会导致这些状态的如下转换：

$$X \mapsto X \cap \mathrm{MOD}(\varphi)\text{。}$$

因此，一般来讲，每一个相继出现的新前提都会减少我们的无知，或者也可以说会增加我们的知识。在这种情况下，各种逻辑算子会获得新的特质。其中一个例子就是把“合取看做组合”（conjunction as composition）：

$$\begin{aligned} X \cap \mathrm{MOD}(\varphi \wedge \psi) &= X \cap (\mathrm{MOD}(\varphi) \cap \mathrm{MOD}(\psi)) \\ &= X \cap (\mathrm{MOD}(\varphi)) \cap \mathrm{MOD}(\psi)\text{。} \end{aligned}$$

在这里，我们只对那些所谓的经典转换 τ 的一般性质感兴趣。这些性质由如下规定给出：

$$\text{对于某个给定的模型类 } F, \lambda X.\ X \cap F$$

可以很容易看出如下两个性质是必要的：

(1) $\tau(X) \subseteq X$　　（内向性）

(2) $\tau(\cup\{X_i \mid i \in I\}) = \cup\{\tau(X_i) \mid i \in I\}$　　（连续性）

它们同时也是充分的：

① 如果你问：“谁通过了考试？”我说“约翰和玛丽”。那么从字面上来讲，你只听到约翰和玛丽通过了考试，但是根据“穷尽可能”的方式，你知道只有他们两个人通过了考试——译者注。

集合上所有的内向且连续的算子，都可以通过与某个固定的（“信息”）集的交集表示。

论证如下：定义 F 为 $\{x \mid \tau(\{x\}) = \{x\}\}$。那么 $\tau(X) = \tau(\cup\{\{x\} \mid x \in X\}) = \cup\{\tau(\{x\}) \mid x \in X\} = X \cap F$。 ■

当然，当这些算子被某一具体语言的公式定义时，它们可能会有许多额外的结构性质。但是，目前的分析提供了经典的转换模式与第二种非经典的转换模式间很好的比较。通过下面的描述，我们知道限定理论可能发生什么样的变化。现在模型的全域有一个比较序 R。同前面一样，从某个特定的信息状态 X 开始，我们再次把注意力限制在 $X \cap \text{MOD}(\varphi)$ 上，但是接下来只涉及这里所有的 R-极小项。因此，知识状态上的另一个基本转换是下面的极小化：

$$\mu(X) = \{x \in X \mid \neg \exists y \in X\, Ryx\}。$$

我们也可以确定这个新过程的基本性质吗?

这里同样有一些明显的特征：

(1) $\mu(X) \subseteq X$（内向性）

然而，对于之前的连续性，只有一个方向成立。

(2) $\mu(\cup\{X_i \mid i \in I\}) \subseteq \cup\{\mu(X_i) \mid i \in I\}$

（这里不成立的那个方向实际上与单调性等价。）

作为补偿，我们也确实有一个新的性质，即，

(3) $\cap\{\mu(X_i) \mid i \in I\} \subseteq \mu(\cup\{X_i \mid i \in I\})$。

此外，这三个条件是充分的：

> 满足 (1) (2) (3) 性质的集合上的任何运算都可以表示为某个合适的模型关系 R 的极小化算子。

为了表明这一点，定义如下模型间的关系：

$$Rxy \text{ 当且仅当 } y \notin \mu(\{x, y\})。$$

因此我们有：对所有 X, $\mu(X) = \{x \in X \mid \neg \exists y \in X\, Ryx\}$。

证明：从左到右。令 $x \in \mu(X)$, $y \in X$。那么由(2)可得, $x \in \mu(\{x, y\} \cup (X - \{x, y\})) \subseteq \mu(\{x, y\}) \cup \mu(X - \{x, y\})$。再根据(1)可得, $x \in \mu(\{x, y\})$，因此由定义可得 $\neg Ryx$。

从右到左。令 $x \in X$, 并且 $\neg \exists y \in X\, Ryx$。所以对所有的 $y \in X$, 有 $x \in \mu(\{x, y\})$, 即 $x \in \cap\{\mu(\{x, y\}) \mid y \in X\}$。再由 (3) 可得，$x \in \mu \cup (\{x, y\} \mid y \in X\})$, 即 $x \in \mu(X)$。 ■

极小化还有若干其他有趣的性质，可以从上面的性质中推导出来。这里一个简便方法是在一个有如下公理的模态逻辑中进行必要的演算，具体公理如下：

(1)$\mu p \to p$

(2)$\mu(p \vee q) \to \mu p \vee \mu q$

(3)$\mu p \wedge \mu q \to \mu(p \vee q)$

这个模态逻辑的形式演绎推理过程会产生各种有用的定理。

例 2

(i)

$p \wedge \mu q \to \mu(p \wedge q)$:

$\mu q \to \mu((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)) \to$(由(2)[①])$\mu(p \wedge q) \vee \mu(\neg p \wedge q)$, 所以

$(p \wedge \mu q) \to (p \wedge \mu(p \wedge q)) \vee (p \wedge \mu(\neg p \wedge q))$ 但是又有

$\mu(\neg p \wedge q) \to$(由(1))$\neg p \wedge q \to \neg p$ 所以

$p \wedge \mu q \to p \wedge \mu(p \wedge q) \to \mu(p \wedge q)$ ■

(ii)

$\mu p \to \mu\mu p$:

$\mu p \wedge \mu p \to \mu(\mu p \wedge p)$ 由(i)得，并且有

$\mu p \wedge p \leftrightarrow \mu p$ 由(i)得，所以有

$\mu p \to \mu\mu p$ ■

我们可以推导出一个明显的关于模态算子 μ 的可能世界语义。但是，或许最简单的观察结果恰好如下：

μ 可以被极小模态逻辑 K 中的如下定义充分刻画：

$$\mu p := p \wedge \Box \neg p。$$

我们可以以一些涉及经典转换 τ 与极小化算子 μ 之的相互作用的事实作为结束。下面的等式会使大多数迭代坍塌：

$\tau\tau(X) = \tau(X)$

$\mu\mu(X) = \mu(X)$

$\tau\mu(X) = \tau(X) \cap \mu(X)$

$\tau\mu\tau(X) = \mu\tau(X)$

$\mu\tau(X) = \tau\mu(X)$

仍然可以在上面的模态逻辑中给出它们的证明。

例 3 最后一个等式可以改写成下面的等价式

---

① 原文为(3)，应该是笔误——译者注。

$$\mu(\mu p \wedge q) \leftrightarrow \mu p \wedge q。$$

这里，→是根据（1）得到的，←是根据前面的例子得到的：

$$Mp \wedge q \rightarrow \mu\mu p \wedge q \rightarrow \mu(\mu p \wedge q)。$$ ■

因此，根据目前观点得到的转换知识状态上唯一不等价的模式正好就是我们所期望的：

$$\tau, \mu \text{ 和 } \mu\tau。$$

14.2.2.4 一阶归约

如同我们所看到的那样，关于谓词逻辑语句的限定推理是相当复杂的，其原因在于这种推理的本质是二阶的。使用前提集Σ上的极小模型，相当于使用一个合并后的二阶公式的标准模型。对于个体限定来说，其二阶公式如下：

$$\forall X((\exists y Xy \wedge \Sigma^{X}) \leftrightarrow \forall y\, Xy),$$

其中，Σ^{X} 是Σ关于子域 X 的相对化[①]（对于语言中函数符号的出现，我们在这里要多加注意）。谓词限定的相应公式是（为了书写方便，这里的Σ只包含一元谓词符号 P）：

$\forall X(\forall y(Xy \rightarrow Py) \rightarrow (\Sigma(X) \leftrightarrow \forall y(Py \rightarrow Xy)))$，其中 $\Sigma(X)$ 是通过用 X 替换Σ中的 P 得到的。

这两个二阶公式都是相对简单的，即所谓的一元 Π_1^1-语句——但是它们的标准后承概念也已经相当复杂。

利夫奇兹曾经指出我们没有必要担心这种复杂性，如果我们能表明：所有的或者大多数的限定的自然应用，使用的前提是属于公式的某些更窄的语法类。这是因为它们的限定公式事实上等价于一阶公式。因此，我们仍然可以用标准的推理系统模拟限定。同时，他也确实设法隔离出了一大类这样的谓词限定公式（Lifschitz，1985a，1985b）。一个有用的一般结论是：如果 P 在Σ中只是正的出现，那么Σ上关于 P 的限定会定义一个一阶的极小模型类。这包括如下情况：

$$\forall x(Qx \rightarrow Px) \text{ 受约束于 } \forall x(Qx \leftrightarrow Px),$$

$$\exists x(\neg Qx \wedge Px) \text{ 受约束于 } \exists x(\neg Qx \wedge \forall y(Py \leftrightarrow y = x))。$$

个体极小性中也存在类似的问题。对此，也可用一般的逻辑术语表达如下：

- 关于限定的一元 Π_1^1-语句，其"一阶可定义性"的复杂性是什么？
- 保证存在一个（n 步能行地可得的）一阶等价式的前提Σ，其大的语法类会是什么？巧合的是，这些工作与前面模态逻辑中的工作相关。

① 即把Σ限制在 X 上——译者注。

可能世界结构上的模态公理通常可以被看成是一元Π_1^1-语句，并且这些公理的可能的一阶性也已得到广泛研究（van Benthem，1984，1985a）。例如，我们知道的一般问题是：对于任何一个有一阶等价式的一元Π_1^1-语句，其复杂性是否高于算术的复杂性。即使如此，也确实存在大量的可以用有效语法描述的一阶公式类。同时，用这方面的相似性还可以证明下面的结果。

命题3 对于任何有如下语法形式

$$\exists x_1 \cdots \exists x_m \forall y_1 \cdots \forall y_n (\text{无量词的矩阵})$$

的一阶公式Σ，其个体限定是一阶的。

证明：根据这种公式的明显的保持性，它的极小模型可枚举为一个有穷模型的组成的有穷集，且大小不超过m。 ■

尽管这个命题很简单，但是在实际应用限定理论的一大类情形中，我们可以通过它得到一个有效的推论。

推论1 所有带等词的一元谓词逻辑公式Σ的个体限定是一阶的。

证明：该语言中的所有公式都具有上面语法形式下的标准形式。 ■

这些公式的一阶性不再是通过其他量词前缀（如$\forall\exists$）得到保证。所以，我们不得不用更精确的分析确定一阶性的范围。

注记 关于限定的一阶可定义性，存在一个有趣的界限。对于某些一阶公式Σ，普通模型和极小模型是一致的。例如，$\forall x\ (Qx \leftrightarrow Px)$ 只有P谓词极小模型，对所有根据剩余词汇精确定义的极小化谓词，也同样如此。但是关于这个现象还存在进一步的例子，以Σ为例：

“<是离散的、无界的严格线性序，它有直接的前驱和后继，并且

$\forall x \forall y\ (x < y \wedge \neg\ \exists z\ (x < z \wedge z < y)) \rightarrow (Qx \leftrightarrow \neg\ Py)$”。

Σ的模型是由整数的副本组成的线性序，P被解释成奇数或偶数。这些模型都是P-极小的；尽管如此，仅仅根据Σ基础上的<关系，P是不可定义的。（例如，在纯整数的序理论中，奇数并不是明确可定义的。）对于那些自动地有P-谓词极小性的一阶公式Σ（P），是否会存在一个好的刻画？

尽管找出模态逻辑中的一阶性（公式）的通常是相当复杂的，但是还存在一种自然的专门方法。在许多情况下，一元Π_1^1-语句$\forall X\varphi$（X）的一阶等价式，会以一阶代入实例φ（ψ）的合取式形式出现。现在，有这种一阶等价式的二阶公式类是递归可枚举的。因为它可以枚举出一阶实例的所有可能的有穷合取支，并检查每种情形下是否都满足：

$$\varphi(\psi_1) \wedge \cdots \wedge \varphi(\psi_n) \models \forall X \varphi(X)。$$

（注意另一个方向是自动成立的。）因为谓词变元 X 没有出现在这个式子的左边，所以它的后承等价于（递归可枚举的）标准的一阶后承

$$\varphi(\psi_1) \wedge \cdots \wedge \varphi(\psi_n) \models \varphi(X)。$$ ■

然而，很有可能这个性质不是可判定的。

同样地，也可以把上述考虑转换成限定中的情形。

这次，我们将会考虑有极小化谓词的情形。

命题 4　有一个一阶谓词的限定是不可判定的，事实上，甚至不是一个一阶公式的算术性质。

证明：我们把算术真能行地化归为谓词限定的一阶性。然后，根据塔斯基定理就可以得到这个命题。 ■

令有一个没有归纳公理的皮亚诺算术，它是包含 < 关系的一阶理论。在此基础上，考虑它的一个有穷关系的表达式 PA^-。令 φ 是这种形式下任意的算术语句。此外，令 N 是一个新的不曾在 PA^- 中出现过的一元谓词符号。

断言 3　下面的两个断言等价。

（1）$\mathrm{N} \models \varphi$（即 φ 是算术真的）

（2）下面的语句 Φ 有一个一阶的谓词限定：

〈$PA^- \wedge \neg \varphi \wedge$ ′N 包含 0，且是在 < ′上 S- 封闭的和共尾的〉

证明：（1）⇒（2）。令 $\mathrm{N} \models \varphi$。假设 D 是 Φ 的任意模型。因为有 $D \models PA^-$，所以 D 包含 N 的某个初始副本，且以整数 Z 的副本为尾部（因为 $D \models \neg \varphi$，这里的尾部一定是非空的）。现在，N 在 D 中的外延一定至少与 Z 的一个副本相交（由共尾性可得）。然后，从 N 的外延中去除一个 N 点以及 Z 的副本的所有前驱，则只剩下 Φ 是真的。这表明 Φ 根本就没有谓词极小模型，因此，它的谓词限定是根据假这个一阶语句定义的。

（2）⇒（1）。令 Φ 有一个一阶谓词限定，如 α。假设 $\mathrm{N} \not\models \varphi$，则推出矛盾。因为包含 N 自身的模型 D 是 Φ 的模型，N 被解释成是所有自然数的集合。此外，D 甚至是一个谓词极小模型：某个谓词外延的任何一次减少都会干扰 Φ 的开头或末尾的合取支的真值。所以有 $D \models \alpha$。现在任取 D 的真初等扩张 D^+。仍然有 $D^+ \models \alpha$，但是 D^+ 不再是 Φ 的谓词极小模型（这就是我们所期望的矛盾），其理由同上。 ■

注记　这个论证的想法是 Φ 只有在 N 上才有谓词极小模型（如 Φ 有模型的话）。注意，这个证明对一般谓词极小性和对只涉及专门谓词 N 的极小性同样

有效。

推论 2　存在有一阶谓词限定的公式，其谓词限定不是通过一阶的代入实例得到的。

证明：很显然，第一类公式包含第二类公式。另外，考虑到第二类公式是递归可枚举的，所以它也不是算术的。因此，这种包含一定是真包含。■

14.2.3　数据类型和理论

14.2.3.1　逻辑程序

接下来，我们将考虑计算机科学中研究极小模型的另一个传统。首先，已经有大量关于逻辑程序设计的语义性质的文献（Lloyd，1985；Apt，1987；Meseguer，1988）。通常，这个领域的研究是限制在一阶逻辑片段上的，即全称的霍恩子句。这个限制导致某些更好的逻辑（和计算）行为，如唯一的极小埃尔布朗模型的存在。霍恩子句形式化的特殊地位也已被人们从各种角度进行过研究。例如，根据马尔采夫的一个早期结论，作为一阶谓词逻辑的片段的霍恩子句，可以通过两种模型理论的保持性（即它们在子模型的形成和模型的直积中是保持的）进行刻画。在 Mahr 和 Makowsky（1983）的论著中也存在一个定理，但是，它把霍恩子句结构刻画成为一个极大结构，其中的每一条规约（specification）都能保证有一个初始模型（inital model）。后面，我们还会继续讨论初始模型。

从直观的角度看，归约的唯一极小模型的吸引力之一是它与大部分人的自然倾向相对应。当人们阅读一段文字时，他们假定某个唯一的世界正在被建构——同样，总是要花一些时间，我们才能说服逻辑课上的学生换一种角度看问题，即让他们学会从标准的技术角度考虑句子的大量不同模型类（关于这些问题也可以参考 van Benthem 和 van Eyck（1982）的见解）。

关于逻辑程序 Σ 的语义后承 $\models^{+}$，我们可以用标准方式进行定义，或者也可以通过相应的极小埃尔布朗模型 μ_{Σ} 定义：

$$\Sigma \models^{+} \varphi \text{ 仅当 } \mu_{\Sigma} \models \varphi。$$

对于封闭的原子公式 φ，不存在这种选择，因为 $\Sigma \models \varphi$ 等价于 $\mu_{\Sigma} \models \varphi$，甚至也等价于对原子公式用存在量词连接的合取式。这个著名的发现意味着：关于问题 φ 的一般类型，其答案的正确性和完全性可以用逻辑程序设计计算。但是，对于一般结论 φ，μ_{Σ} 中的真将比来自 Σ 的标准后承概念更强——且很典型地，当我们证明关于逻辑程序设计行为的某个正确性陈述时，用的是来自 Σ 的标准后承概念。

除经典后承以外，在逻辑程序设计推理中可得到的额外规则反映了极小性的之前的两个性质：个体极小性认可某种归纳形式，谓词极小性认可相关程序的完成。（Lloyd，1985；Meseguer and Goguen，1985）。

至于逻辑程序设计Σ的语义后承$\models^{+}$与之前的限定后承概念间的联系，可以通过对下面式子的简单观察找到，具体联系如下：

$$\Sigma \models \varphi \text{ 仅当 } \Sigma \models_{*} \varphi \text{ 仅当 } \mu_{\Sigma} \models \varphi 。$$

同样地，这是因为极小埃尔布朗模型结合了个体极小性和谓词极小性。然而对于任意的公式φ，这些蕴涵反过来都不成立。例如，在φ的极小埃尔布朗模型中，从$\Sigma=\{R(0, S0)\}$能推出$\neg R(S0, 0)$。然而，确实存在一个φ的不足道的单点极小模型使得$\neg R(S0, 0)$不成立。这个不同反映了使用埃尔布朗模型时的一个选择，即除了绝对必要的前提外，不承认更多的术语［关于限定也有类似的建议（“名字的唯一性”），但是，我们将不会在这里进一步讨论这个问题］。

这两种语义后承方法间的另一个比较要点，是之前提到的一个逻辑程序Σ的完成状态 *compl*（Σ）①。对所有的霍恩程序Σ，可以很容易证明$\Sigma \models_{*}$ *compl*（Σ）。但是在某种程度上，限定理论在这里提供了一个更可靠的语义解释，且不会在形成的完成中受到某些更奇怪的语法细节的困扰。这可以通过如下比较清单看出来。具体比较如下：

Σ：$\{p \to q\}$ *compl*（Σ）：$\{q \leftrightarrow p\}$ q极小模型：$q \leftrightarrow p$

Σ：$\{p \to q, q \to p\}$ *compl*（Σ）：$\{q \leftrightarrow (p \vee q)\}$（即$p \to q$!）

q极小模型：$q \leftrightarrow p$

离题 这个例子可被看成是举例说明类似于限定这样的语义概念对类似于完成那样的语法概念的优越性：这与现行的众所周知的观点一致。然而，从另一个不同的角度看，对于增加一些像$q \to q$这样“无害的”规则，PROLOG 更加依照句法的反应中仍有许多令人感兴趣的地方。众所周知，这种“无害的”规则可以欺骗推理装置进入恶性循环，并且扰乱前面已有的证明，这同日常论证中发现的现象类似。人们承认循环论证（Begging the Questions）的非形式错误，即把q当作q本身的理由进行推理，会使得之前对q所做的一切有利证明变得无效。许多逻辑讲解员发现，他们很难解释清楚为什么应该这样，因为新增加的陈述是逻辑真的。但是同样地，理由在于论证和论述的过程方面。

我们以限定逻辑程序设计的另一观察结果作为结束。这个结果来自之前的一个注记，即至少对于霍恩子句的前提和原子结论（的存在量词的合取式），经典

① 原文为 *comp*（Σ），应该是笔误——译者注。

后承和限定后承是一致的。这时出现了一个有趣的问题，即这种坍塌是否可以推广到更大的谓词逻辑片段。例如，至少在没有函数符号的语言中，对于所有有正则量词自由的结论 φ 的全称命题 Σ，标准后承和限定后承也是一致的（因为如果 $\Sigma \not\models \varphi$，那么存在一个 φ 不成立的 Σ 的有穷模型——同时，通过逐步减少定义域和解释，我们可以得到一个 φ 不成立的 Σ 的极小模型。φ 是正则量词自由的是这里的关键，所以它的否定的真值在这一过程中不会发生变化）。

事实上，关于谓词逻辑的全称命题片段，我们还可以讲许多东西（从后面的论述也看出这点）。因此，如何确定限制在全称陈述上的 $\Sigma \models_{*} \varphi$ 概念的精确复杂性，将会是一个有趣的问题。

14.2.3.2 抽象数据类型

要区分开逻辑程序理论和所谓的*抽象数据类型*理论是很难的。这里同样地，还是要强调归约 Σ 的特殊模型，即 MOD（Σ）中的*初始*模型。Σ 的特殊模型必须有一个到 Σ 的每一个其他模型的*唯一的同态映射*。这个概念的部分动机同样是为了得到极小性的各种形式：但是现在它又有了新的口号，如“没有垃圾”或“没有困惑”。但是，“极小性”应该存在于 Σ 的特殊模型与归约的其他模型的同态关系中，也是一个有趣的观点。对于限定的情形，这或许也是一个值得探讨的问题。尤其是，抽象数据理论中的方法只能在*不计同构*时才可以刻画它的不同对象。但是，这种观点也将会自然地弱化个体极小性概念，具体如下：

> *D* 是 Σ 的模型，且不存在一个证实 Σ 的非同构的真子模型。在后一种情形下，非同构的真子模型中的整数是它们自己的序理论的一个极小模型——这当然是合理的。

注记 逻辑程序设计的 PROLOG 类型方法基本上以关系谓词逻辑为基础，然而，抽象数据类型的规范通常发生在一个纯粹以*函数*为基础的*方程式*逻辑中。然而，在实际的“逻辑程序设计”中，这两种方法可以发挥同样好的作用（在方程式的情况下，推理装置更会是某种恰当的*项改写*形式）。事实上，这两种方法都可以同等地被合并到一个带等式的霍恩子句逻辑中（如同在程序设计语言 OBJ 中所做的那样）。但是从理论角度看，也可能通过提供了各种极小模型的泛代数进行整合处理，这些“极小模型”可以通过*初始部分*得到恰当的抽象刻画（Goguen and Meseguer，1987）。然而，最后整个论题或许可以用范畴论进行重塑；关于这种观点的效果可以参考 Meseguer（1988）。在这种情况下，即使类型论的“逻辑程序设计”或者“限定”也会变得可行，这已经在 14.2.2.1 节提到过。

抽象数据类型的另一个有趣性质是它更关注前提的深层次语法的微细结构。例如，在归约中区分“可见的变元”和“隐藏的变元”通常是有意义的。“可见的变元”代表对使用者可及的或至少可观察系统的特征，而隐藏的变元则在不变成公开的变元的情况下帮助建构归约。这种区分立即引进一系列新的有趣的逻辑问题。例如，用“可见的语言”L_V 和“隐藏的语言”L_H 给出一个全归约 Σ（L_V, L_H），那么对它的“可观察的内容”的一个好的、独立的描述将会是什么？这里的文献既包含语法的提议，如

$$\Sigma \lceil (L_V = \{\varphi \in L_V \mid S \vdash \varphi\},$$

也包含语义的提议，如

$$\mathrm{MOD}(\Sigma) \mid L_V = \{(D \mid L_V) \mid D \models \Sigma\}。$$

后一类情况由 Σ 的模型的所有 L_V 归约组成（或者相当于说，它由能扩张到全归约 Σ 的模型的可观察语言的所有结构组成）。并且因此，涉及极小模型的问题也变得更加复杂。尤其要注意的是，全归约 Σ 的极小模型是怎样与它的可观察部分的极小模型相联系的？（关于极小性和隐藏之间的相互作用，至少是各种各样的，参见论文（Meseguer and Goguen，1985））

14.2.3.3　……和科学理论

在讨论这些问题之前，有必要先在这里指出另一个更广的相似性。在科学哲学这样一个完全不同的传统下，曾出现过相似的问题。在那里，把科学理论分析成一个在双重语言 *Le* + *Lt* 中形成的理论也是一种惯例。对应于我们能观察和测量的东西，有一种经验的或者可观察的词汇，除此之外也可以找到对应于假定的理论实体的理论词汇。例如，在力学中，可观察的东西包括位置、速度等谓词，然而，如力将是一个理论的构造。一般来讲，一个理论陈述可以分成如下三类：

完全在 *Le* 内的：经验事实和规则。

完全在 *Lt* 内的：理论的公理。

Le 和 *Lt* 的混合：“搭桥原理”（bridge principle）。

关于经验理论，这种观点可以回溯到拉姆兹和卡尔纳普，但是，通过希尔伯特也可以在数学理论中找到对这种观点的评述（其中，*Le* 将会是“有穷地”可计算的部分）。

根据这个观点人们对许多逻辑问题进行过研究，且通常会关注理论术语的身份（Przelecki，1969；van Benthem，1982）。引进这种术语的实际价值是没有问题的，但是人们想知道，在原则上这种过程在多大程度上是必要的。这把我们带回到一个理论的经验内容，其恰当的、独立的定义是什么这样一个问题，我们在上面的讨论中已经提到过这个问题。上面的这两种可能性都已经在文献中探讨

过。特别是，现在 MOD（Σ）↾Lv 有一个清晰的解释。当把力学应用到我们测量过的经验系统时，我们不得不通过规定合适的质量函数和力函数来满足牛顿定律：其目的是为了进行机械计算，同时也可以用这种计算解释或预测更多的经验事实。

这里有一个已得到大量关注的问题。在 MOD（Σ）↾Le 有一个完全在 Le 内的一阶定义的情况下，什么时候可以把理论术语从理论Σ中消去呢？答案是当且仅当 MOD 算子和限制可以直接转换时，即

$$\mathrm{MOD}(\Sigma)\upharpoonright Le = \mathrm{MOD}(\Sigma\upharpoonright Le)。$$

然而，这种直接转换并不经常发生（事实上，当它发生时，它也是个不可判定的问题）。但是，我们总能得到是如下的包含关系：

$$\mathrm{MOD}(\Sigma)\upharpoonright Le \subseteq \mathrm{MOD}(\Sigma\upharpoonright Le)。$$

然而，反方向的包含关系，只有在理论Σ的某些特殊语法类中才保证成立。特别是对于全称命题理论，我们总是有这个结论。

后一种限制甚至有关于上面理论分析的某个更深层次的动机。一旦我们允许 ∀∃这样的量词组合出现在“可观察的”语言内，我们实际上正在通过逻辑复杂性把理论术语走私进来。这可以通过使用司寇伦形式看清楚，司寇伦形式如下：

$$\forall x \exists y Rxy \leftrightarrow \exists f \forall x Rxf(x)。$$

因此，当我们用函数符号做出具体的本体论承诺时，很自然地只考虑保持公理是全称的司寇伦化的理论。

这一步骤会使得目前的理论比在限定中讨论的理论更代数化。然而，如同我们已经看到的那样，那将与逻辑程序和抽象数据类型中流行的基础研究是相符合。

现在，让我们回到极小模型的问题。这在哲学文献中并不是特别重要（排除前面提到过 Hempel（1965））。事实上，关于极小模型理论术语的消去问题，可能存在一个新的有趣思路。这里，我们将只考虑某些特殊情形——同时，也稍微改变一下方法。

令Σ是一个带等词的 $Le + Lt$ 语言的全称命题理论，其中的每一种语言至少包含一个个体常元。Σ自身的极小模型和它的Σ↾Le 限制的极小模型（只与全称命题公式有关）之间，有什么样的联系可以让我们期待呢？我们定义了一个新的或许更合适的模型论限制概念：

> 对任何 $Le+Lt$-结构 D，$D \| Le$ 是一个 Le-结构，且定义域是由所有对 D 封闭的 Le-项解释以及继承的关于 Le-函数和谓词的解释组成。

那么，我们可以在模型类 X 上明确地定义 $X \| Le$ 运算。最后，令 μ 算子选择的个

体极小模型。

命题 5　对于上面的Σ和$\Sigma\lceil Le$，

$$(\mu\mathrm{MOD}(\Sigma)) \parallel Le = \mu\mathrm{MOD}(\Sigma\lceil Le)$$

证明："$\subseteq$"。令 D 是Σ的极小模型。又令 $D\models\Sigma\lceil Le$。现在，$\parallel Le$ 运算保持全称命题 Le 公式的真值。因此，$\Delta\parallel Le\models\Sigma\lceil Le$。另外，这个模型的个体极小性是必然的，因为全称命题只包含可定义的对象。

"$\supseteq$"。令 D 是关于$\Sigma\lceil Le$ 的个体极小模型。考虑如下公式集：

(Δ) $\Sigma\cup$〈"所有真的 Le-原子公式或真的否定形式的 Le-原子公式都在 D 中"〉

Δ 的每一个有穷子集都有一个模型（否则，将从Σ经典地推导出公式$\neg\wedge\partial_i$。其中，α_i 是在 Δ 中出现的（否定的）Le-原子公式。但是这样一来，这个公式将属于$\Sigma\lceil Le$，且在 D 上真。然而根据定义，$\wedge\partial_i$在 D 中也是真的）。由紧致性可得，Δ 自身有一个模型 M。现在考虑 M 的子模型 M^*，定义域是通过 $Le+Lt$ 中所有封闭的项解释产生的。根据Σ的全称命题形式，得 $M^*\models\Sigma$。另外，根据它的项构造，可得 M^* 是Σ的一个极小模型。最后，由 M^* 是对自身原子结构的忠实描述，得到 D 与 $M^*\parallel Le$ 同构。因此，关于 D 的必需的外延，可以通过同构复制从 M^* 中得到。

■

注记　可以进一步推进这种分析类型。例如，对于任意的理论 $T_1\subseteq T$，可以证明如下陈述是等价的：

- $(\mu\mathrm{MOD}(T))\parallel L_1=\mu\mathrm{MOD}(T_1)$
- 在 T_1 上，T 是 m-保守的，即对所有量词自由的 L_1－语句 ϕ，$T\models\phi$ 仅当 $T_1\models_{ind}\phi$。

最后，我们注意到，抽象数据类型理论与科学哲学理论之间还存在一个更深层次的相似性。哲学家强调存在一个巨大的、由各种关系连接成的科学理论网，这些关系可以是另一个理论的"扩张"，或者在这个科学理论中是可解释的等。同样地，在抽象数据理论中，人们也提出和研究过这种关系。事实上，Bergstra、Heering 和 Klint（1986）就发展了关于在数据类型上的运算和数据类型间关系的一个有趣的演算，这个研究是以博斯塔尔和高龚关于 CLEAR 语言的开创性工作为基础的（此外，同 Meseguer（1988）理论一样，范畴装置可能会在这里提供一般性的最高水平）。我们以一个与有用的模块性的性质相关的例子作为结束。

两个抽象数据类型的和$\Sigma_1+\Sigma_2$，恰好是它们语言中的公理的并。同样地，各种组成部分的极小模型与整体的极小模型间的连接成了一个新问题。跟以前一

样，一个方向是容易成立的（另外，为了便于举例，我们考虑个体极小性的情形）：

- 如果 D 是 Σ 的一个极小模型，

那么 $D \parallel L_i$ 是 Σ_i（$i=1, 2$）的极小模型。

至于反方向的证明，我们需要一个合并性质。

- 如果 D_1 是 Σ_1 的极小模型，并且 D_2 是 Σ_2 的极小模型，

那么存在 Σ 的某个极小模型 D，使得 $D \parallel L_i = D_i$（$i=1, 2$）。这种情形成立的必要条件是，Σ 满足下面的强分解条件。

- 如果对于量词自由的 L_i-语句 φ_i（$i=1, 2$）有 $\Sigma \models \varphi_1 \vee \varphi_2$，那么 $\Sigma_1 \models_{ind} \varphi_1$ 或 $\Sigma_2 \models_{ind} \varphi_2$ 在这种情况下，Σ 中的 Σ_1 和 Σ_2 并没有真的进行“相互作用”。然而，一旦它们真的相互作用，那么上面的结论就不成立了。

例4 $\Sigma_1 = \{Pa \vee Qa\}$，$\Sigma_2 = \{\neg Qa \vee Ra\}$。$\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \models Pa \vee Ra$，但是 $\Sigma_1 \models_{ind} Pa$ 和 $\Sigma_1 \models_{ind} Ra$ 都不成立。

在公理集 Σ 的微细结构中，我们关注涉及词汇的不同种类和各种语法模块，这代表了现行理论研究的一个显著趋势。与之前一般语义结果的背景不同，逻辑程序或数据规范的实际施行情况，仍然受到它们的语法设计的重要影响。在这里介绍有用的结构是重要的（关于“分层的”逻辑程序，也可以参考 Apt 和 Pugin (1987)）。这不仅是计算机科学自身对技术的关注。同样地，在一般的逻辑中，如果我们想要对目前难以捉摸的现象（如关于论证的好的组织或结构）有一个更深入的理解，则也十分需要一个更好的关于前提结构的理论。

14.3 动 态 性

极小模型和非单调性的研究，几乎迫使人们认同知识的获得和修正具有更动态的一面。但是尽管如此，这也只是导致动态性研究的众多动机之一。在这一节，我们还将考虑另一种动态性，即在建立单一陈述的解释和相关信息流形式的水平上的动态性。

14.3.1 解释的动态性

“处理机制”在程序设计语言中发挥着普遍作用，显然在自然语言中也是如此。例如，从算术角度理解回指连接的各种可能性和不可能性似乎是很自然的。同时，在条件分析（Stanlnaker，1972）或者表达缺省规则的空复数（Pelletier and Schubert，1985）中，这种考虑也是恰当的。这里，我们将集中考虑回指的

例子（参考14.3.1.2节）。

针对回指的“动态性质”，存在各种新的语义理论；但是，事实上，通常的谓词逻辑自身就为研究这种现象提供了一个很好的初始模型。为了看清楚这一点，我们可以以一个著名的程序设计语义方法为出发点进行讨论，该方法源自弗洛伊德和霍尔。

14.3.1.1 程序的运算语义学

谓词逻辑的基本解释形式是塔斯基的关系模式：

$M, I \models \varphi\ [a]$　　（“在 I 和 a 的情况下，φ 在 M 上是真的”）；

其中 M 是一个模型结构，I 把词汇解释为 M 中相应的项，φ 是一个公式，a 是对 φ 中自由变元的指派。这里的指派是一个合适的“辅助解释函数”，它对于保证 φ 的结构是递归得到的是必须的。但是，后来这个“灰姑娘遇到了她的王子”，这是因为在计算机科学中，指派可以被看成是一台计算机的存储状态（从识别码或地址到数据值的函数）——因此，在以计算性为主导的关于逻辑的介绍中，指派就起着主导性的作用（Gries，1981）。

塔斯基模式到程序设计语言语义学的一个根本的推广，已经发生在所谓的运算语义学中。除了描述公式集外，人们也归纳地定义了一个程序集，并且根据下面的模型对它们进行解释（在某个 M，I 情境中）：

$[\![\pi]\!]$ 是一个同程序 π 相结合的、成功的状态转换集。

下面是简单程序建构中遇到的一些典型步骤：

(1) $[\![x := t]\!] = \{(a, a^{x}_{a(t)}) \mid a$ 是任意的赋值$\}$

(2) $[\![\pi_1; \pi_2]\!] = \{(a, b) \mid$ 存在 c 使得，$(a, c) \in [\![\pi_1]\!]$ 且 $(c, b) \in [\![\pi_2]\!]\}$

(3) $[\![$如果 ε，那么 π_1，否则 $\pi_2]\!] = \{(a, b) \mid M, I \models \varepsilon[a]$ 且 $(a, b) \in [\![\pi_1]\!]$ 或者 $M, I \not\models \varepsilon[a]$ 且 $(a, b) \in [\![\pi_2]\!]\}$

这里的谓词逻辑公式函数作为静态断定发挥作用。同时，它们也可能作为（3）中的测试，或者作为程序归约的陈述，或者作为关于程序行为的陈述，如著名的正确性断定 $\{\varphi\}\ \pi\ \{\psi\}$：

若对所有的指派 a 有 $M, I \models \phi\ [a]$，
且对所有的指派 b 有 $(a, b) \in [\![\pi]\!]$，
那么有 $M, I \models \psi\ [b]$。
（“从 π 的前件 ϕ 可推出后件 ψ”）。

尽管这里的语义形式仍然与语义学一向的精神非常一致，但是这个应用也产生了它自己的问题。例如，由于不能对它的谓词逻辑的对应部分进行平稳转换，这个框架的逻辑元理论使人们对一个更大的框架产生了兴趣。值得注意的是，寻找这

个领域的完全性定理的努力证明：即使是对被认为应有完全性的正确的公式表达式，其完全性证明也是一个棘手问题（Cook，1978；Bergstra and Tucker，1982）。

程序设计语言，至少传统的命令语言，会对一系列的由听众（通常是计算机）执行的行为进行动态控制。但是，这个特征在自然语言中也非常显著，此时说话者通过各种文本工具引导听众的信息表示。当我们用“假定”、“令”、“取”等命令式的语词建立论证结构时，这个引导过程就会明确地出现在推理中。通过下面的例子，我们可以发现该引导过程也出现在语句层面。因此，在现在的语义学中，作为行动的语言这个口号已经处于非常重要的地位，另外也出现了许多关于“动态形式”解释的提案（Kamp，1981；Heim，1982；Seuren，1985）。

回指连接是一个有动态性质的现象。在实际语篇中，代词通常被用来指代之前的表达，通过这种方法听众能按照说话者的意图理解连接。然而，这种处理也有它的局限性：并非对任何东西都可行——且当代的动态理论通常由通过某种处理机制解释这些局限性驱动。这里有三个关于回指事实的例子。这些事实似乎不能用通常所接受的谓词逻辑进行解释：

“一个演讲者到了。他迟到了。”　(1)

“存在量词”是如何在另一个句子中获得代词的解释呢？此外，还涉及一个更清晰的序，它证明如下句子中一个预期连接的可能性：

* “他迟到了。一个演讲者到了”　(2)

最后，在一个句子中考虑下面的模式：

“如果一个演讲者到了，那么他迟到了。”　(3)

这被传统地转换成如下式子：

$$\forall x((Sx \wedge A\,x) \rightarrow L\,x)$$

该式交换了条件与存在量词（这就如同应用了无效的前束定律（$\exists x\phi(x) \rightarrow \psi(x)) \leftrightarrow \forall x(\phi(x) \rightarrow \psi(x))$）为什么对于这个句子，我们就不能用它本身代表的意思正确地解释？它的容易理解的形式是：

$$(\exists x(Sx \wedge Ax) \rightarrow Lx)$$

以语法形式和可能的真值条件间的“语篇表征”水平为中介，H. 坎普和海姆解决了这个问题。但是，Barwise（1987）却令人信服地指出：通过采用一个更动态的语法形式的解释版本而不是这种中介，也可以同样好地解决这些问题，这个想法源自前面的运算语义学。

14.3.1.2　判定的运算语义学

当被解释的语言是谓词逻辑自身时，就会出现关于 Barwise（1987）的观点的一个非常清晰的陈述，如同 Groenendijk 和 Stokhof（1987）所陈述的那样。因

此，之前程序自身的“静态”断定语言得到了一个动态的解释：

$$[\![Px]\!] = \{(a, a) \mid M, I \models Px[a]\}:$$

即原子公式恰好是没有特别的副作用的测试。

$$[\![\varphi \wedge \psi]\!] = [\![\varphi]\!] \circ [\![\psi]\!]:$$

即合取连接词被处理成复合（∘ 或 ;）。

$$[\![\exists x\varphi]\!] = \{(a, b) \mid \text{对某些 } c \sim_x a, (c, b) \in [\![\varphi]\!]\}:$$

即通过发现一些满足它们的矩阵的证据使得存在命题陈述为真。

这些思考可以解释前面提到的前两个回指事实。$\exists xAx \wedge Lx$ 与 $\exists x\ (Ax \wedge Lx)$ 有相同的解释，但却不同于 $Lx \wedge \exists xAx$ 的解释。一般而言，上面子句的作用是扩大右边的辖域。

若想要解释观察到的第三个现象，则会要求我们对条件进行处理。然而，我们将从一个初步的概念开始：

$$[\![\neg \varphi]\!] = \{(a, a) \mid \text{没有 } b \text{ 使得}(a, b) \in [\![\varphi]\!]\}。$$

因此，否定连接词是一个没有副作用的强否定。那么蕴涵 $\varphi \rightarrow \psi$ 的一个子句可以通过蕴涵的传统等价式$\neg\ (\varphi \wedge \neg\ \psi)$ 推导出来，或者也可以通过直接的内省推导，如

$$[\![\varphi \rightarrow \psi]\!] = \{(a, a) \mid \text{对所有使得}(a, b) \in [\![\varphi]\!] \text{成立的 } b,\ \text{存在使得}(b, c) \in [\![\psi]\!] \text{成立的 } c\}。$$

最后，我们引进同样没有副作用的全称量词：

$$[\![\forall x\varphi]\!] = \{(a, a) \mid \text{对所有使得 } a \sim_x b \text{ 成立的 } b, (a, b) \in [\![\varphi]\!]\}。$$

然后就可以证明下面两个公式确实有相同的组合转换关系，具体公式如下：

$$\exists xA\ x \rightarrow Lx \text{ 和 } \forall x(A\ x \rightarrow Lx)。$$

因此，回指语句（3）就如同它所代表的那样得到了辩护。

另一方面，对于相关的语法形式

$$\neg\ \exists xAx \rightarrow Lx$$

不存在条件之外的约束。因为前面的否定“包围了存在量词的辖域，但也本该如此。毕竟，自然语言中也没有如此这般的联系可以证明如下不正确的序列：

* “如果没有演讲者到达，他是迟到了。”

应该立刻承认，这个解释还有许多经验缺陷。例如，它只是间接地描述了自然语言中的回指事实，即依赖一个把自然语言的回指事实变成谓词逻辑的转换。此外，比起此处已经给出的四个显然的回指例子，那些回指事实上要更加多样和微妙。但是，这种解释确实表明：谓词逻辑并不是进行动态解释的障碍；实际上，相反地，它可以是一个对理论进行动态解释的好的试验场所。

事实上，通常的谓词逻辑和它的不同解释之间仍存在紧密联系。在某种意义

上，后者等于是用不同的辖域约定解读“平常的”公式。不同的辖域约定都会尽可能地向右扩张存在量词的辖域，直到碰到像否定这样的算子的边界为止，因为否定算子会把它的子公式“封锁”起来（关于不同辖域约定的更全面讨论，如在一个语言的各种不同解释策略中所表达的那样，参见 van Benthem (1986b))。

存在一个到通常的谓词逻辑的更加正式的归约，具体如下。对于每一个带有自由变元 x_1，…，x_n 的公式 φ，如下的归纳定义了一个谓词 TRANS（φ，x_1，…，x_n，y_1，…，y_n）：

（直觉上，“（x_1，…，x_n；y_1，…，y_n）是部分指派间的一个成功的 φ-转换”）

TRANS（x_i；x_i，y_i）　= $y_i = x_i \wedge Px_i$

TRANS（$\phi \wedge \psi$；$\bar{x}$，$\bar{y}$）= $\exists \bar{z}$（TRANS（φ；$\bar{x}$，$\bar{z}$）$\wedge$ TRANS（ψ；$\bar{z}$，$\bar{y}$））

（其中，$\bar{z}$ 表示新的自由变元）

TRANS（$\exists x_j \varphi$；$\bar{x}$；$\bar{y}$）= $\exists z_j$ TRANS（φ；$\bar{x}$（z_j / x_j），$\bar{y}$）

TRANS（$\neg \varphi$；$\bar{x}$，$\bar{y}$）　$= \bar{y} = \bar{x} \wedge \forall \bar{z} \neg$ TRANS（φ；$\bar{x}$，$\bar{z}$）

通过一个清楚的归纳，TRANS（φ；$\bar{x}$，$\bar{y}$）定义了 φ 的成功转换。所以，通过这种方式，动态谓词逻辑的任何重要语义概念都可以被归约成静态判定。

然而，动态谓词逻辑所立足的新形式主义，似乎并没有与谓词逻辑的实际使用，或者与数学散文中半形式主义的应用，更密切地相对应。在后一种情况下，我们确实倾向于使用与之前提到的辖域约定更接近的辖域约定。

动态框架的另一个吸引力，是它提示人们用一种新的视角观察通常定义的连接词和逻辑算子。如同经常观察到的那样，逻辑算子不只是有意义：它们也会施加控制（例如，Jennings (1986) 指出可以把“和”和“或者”用于排序，或者也可以用做更一般的标点符号装置）。例如，在新的背景下，我们所能做的就是定义动态的序依赖的连接词形式，以及定义更经典地平行的连接词形式，并且研究它们间的相互作用。合取为我们提供了一个有指导性的例子。现在根据成功转换集的相交，一个自然的“经典”约束会表达一个与前面不同的观点，即一个平行执行任务的要求。类似地，根据补集定义的经典否定会突然获得一种新的运算意义。

最后，在成功处理前提的过程中，新系统也建议了几种定义随之出现的有效后承的方法。一个自然的候选定义如下：

如果对于所有的模型 M，I 和指派 a_1，…，a_{n+1}，有（a_1，a_2）$\in [\![\varphi_1]\!]$，…，（a_n, a_{n+1}）$\in [\![\varphi_n]\!]$，且存在一个指派 b 满足（a_{n+1}，b）$\in [\![\psi]\!]$，那么有 φ_1，…，$\varphi_n \models \psi$。

同 14.2 节的后承概念一样，这个后承概念缺乏标准后承的若干主要结构性质（尽管理由各不相同）。

例如，下面的例子是非单调的：

$$\exists xAx \models Ax\text{；但是 } \exists xAx \land \exists x\neg Ax \not\models Ax\text{。}$$

但是，这次它甚至也缺乏简单的对前提的置换或收缩不敏感的“内在的”性质：

$$\exists xAx \land Lx \models \exists x(Ax \land Lx)\text{；但是 } Lx \land \exists xAx \not\models \exists x(Ax \land Lx)\text{，}$$

$$\exists xAx \land \exists x\neg Ax \land \exists xAx \models Ax\text{；但是 } \exists xAx \land \exists x\neg Ax \not\models Ax\text{。}$$

同 14.2 节一样，某些特殊情形仍保留有效性——包括下面左边的单调性形式：

$$\varphi \models \psi \text{ 推出 } \chi, \varphi \models \psi\text{。}$$

导致与经典逻辑相分歧的理由再次不同于 14.2 节。我们定义了一个与某个专门的解释算术相当接近的“逻辑后承”，并且现在正感受到它的效用。至于这是否是一个明智的策略，我们将在 14.4 节进一步讨论。

14.3.2　信息流的动态性

改变指派仅仅意味着改变我们与某个特定模型的联系。可以说，我们一直在研究所谓的“修正的动态性”。但是在 14.2 节中，我们也已经碰到过信息改变的动态性。在目前，后一种角度也正受到大量的关注。例如，科学哲学中就有关于理论改变的动态性研究，同时它也造成了对知识状态上各种运算更全面的认识论研究：特别是信息的增加和收回（Gärdenfors，1988）。

至少存在两种改变信息状态的动态性方法。一种是经典方法：为标准逻辑和不太标准的框架（如类似于可能世界语义学这样的框架）所共有。这里，进来的信息会被处理成之前可能性空间的缩小——如同在 14.2 节中比较信息状态上的“经典”转换和“极小”转换时所做的那样。另一种方法是采用认知状态的某些更初始的概念，尤其当其中的部分信息不必通过一团所有可能的全部（世界）外延进行表示时。那样一来，“命题”就可以作为这种状态上更加抽象的算子。我们将会考虑这两种方法。

14.3.2.1　减少可能性

首先，通过现行的普遍信念可知：“消除不确定性”的方法是容易实施的。这里有一个专门的例子，源自 Veltman（1987）（但是也可以同 Heim（1982）及其他例子进行比较）。考虑一个有普通布尔连接词和模态词◇（“可能”）的模态命题语言。令 U 是一个“可能性”集合（如可用普通的真值方法计算），且使得说“一个原子公式 p 是真的或假的”这样的话有意义。那么对于每一个公式 φ，我们可以在 U 的子集上定义相应的转换 $[\![\varphi]\!]$：

$$
\begin{aligned}
[\![p]\!](X) &= \{x \in X \mid x \text{ 证实 } p\} \\
[\![\varphi \wedge \psi]\!](X) &= [\![\varphi]\!](X) \cap [\![\psi]\!](X) \\
[\![\varphi \vee \psi]\!](X) &= [\![\varphi]\!](X) \cup [\![\psi]\!](X) \\
[\![\neg \varphi]\!](X) &= X - [\![\varphi]\!](X)
\end{aligned}
$$

且

$$
[\![\Diamond\varphi]\!](X) = \begin{cases} X, & \text{如果} [\![\varphi]\!](X) \neq \phi \\ \phi, & \text{否则} \end{cases}
$$

如果想那样的话，人们也可以像以前一样增加一个序列的合取：

$$
[\![\varphi;\psi]\!](X) = [\![\psi]\!]([\![\varphi]\!](X))
$$

对于纯命题公式 φ，很容易可以看出 $[\![\varphi]\!](X)$ 仅等同于一种交集计算，即在标准方式下 X 与 φ 在 U 上的真值范围间的交集计算。但对于有模态算子的公式，一旦在与先前子部分相类似的情形中引进后承，某些有趣现象就会发生：

$\varphi_1; \cdots; \varphi_n \models \psi$，如果

对所有的 X，$[\![\varphi_1; \cdots; \varphi_n]\!](X) \subseteq [\![\psi]\!](X)$

注意，例如 $\Diamond\neg p; p$ 会是一个一致的序列，且可以推出 p，然而它的置换 $p; \Diamond\neg p$ 却是不一致的。如同斐尔曼所论证的那样：这个现象反映了在日常生活中我们对认知模态“可能”的实际使用情况。此外，还存在对这个形式系统的各种其他应用。

同以前一样，新的动态后承可以被嵌入“静态的”标准逻辑中。例如，在某种意义上，上面的这个小的系统是一元谓词逻辑的一部分。为了观察这一点，可以把一元谓词符号 P（唯一地）指派给每一个命题符号 p，同时还取一个不同的一元谓词符号 X。根据归纳，我们把每一个公式 φ 翻译到一个语法运算 $\Delta(\varphi)$ 中，这个运算是在有一个自由变元 x 的一元公式 $\alpha = \alpha(x)$ 上的，具体翻译如下：

$$
\begin{aligned}
\Delta(p)(\alpha) &= \alpha \wedge Px \\
\Delta(\varphi \wedge \psi)(\alpha) &= \Delta(\varphi)(\alpha) \wedge \Delta(\psi)(\alpha) \\
\Delta(\varphi \vee \psi)(\alpha) &= \Delta(\varphi)(\alpha) \vee \Delta(\psi)(\alpha) \\
\Delta(\neg \varphi)(\alpha) &= \alpha \wedge \neg \Delta(\varphi)(\alpha) \\
\Delta(\Diamond\varphi)(\alpha) &= (\exists y[y/x]\Delta(\varphi)(\alpha)) \wedge \alpha \\
\Delta(\varphi;\psi)(\alpha) &= \Delta(\psi)(\Delta(\varphi)(\alpha))
\end{aligned}
$$

显然，这是上面的“真值定义”到对 U 中状态进行量化的简单语言的一个直接转换。因此，我们有如下归约：

$\varphi_1, \cdots, \varphi_n \models \psi$ 当且仅当在一元谓词逻辑中，$\forall x(\Delta(\varphi_1; \cdots; \varphi_n)(Xx) \to \Delta(\psi)(Xx))$ 是有效的。

作为一个意外收获，这个新的动态逻辑直接就有可判定性、有穷模型性以及其他令人期望的性质。

14.3.2.2　信息增长

接下来是上面的改变信息状态的第二种方法的实施，这实际上可以向许多不同的方向发展，因为我们可以用许多不同的方法建构“知识状态”（事实上，第一种方法可以被辩护成是避免第二种方法带来的选择的好方法，参见 Stalnaker（1986）的文章）。尤其要注意的是，我们不得不详细说明它所带来的“收获的大小”。知识状态与所有语句及其语法特性组成的集合相类似吗？或者说，难道应该通过考虑在某个逻辑中演绎地封闭的理论来解决问题？我们能用类似于贝特表列方法工作吗？或者，我们应该像辛梯卡模型集合所做的那样避开信息状态的特殊的符号结构？现在，表达中的细微差别可能变得有逻辑重要性。

我们不会在这里涉及任何具体的设想。然而，我们想要指出的是，仅仅修改现存的系统会带来某种危险。假定我们选择的方法要依赖演绎封闭的理论（如嘎登福斯所提议的处理方法）。让我们在通常的经典命题逻辑内工作（注意这个决定本身确定什么是“演绎封闭的”理论）。那么主要的观点正好如下：

> 任何“状态”T 上的任何公式 φ 的行动存在于形成 $T \cup \{\varphi\}$ 的演绎闭包中。

现在，这些理论刚好形成一个明显的包含关系：

> 如果 $T_1 \subseteq T_2$，那么有 $T_1 \subseteq T_2$。

另外，它们还形成了一个分配格，这与理论上可得的上确界运算 $\cup$ 和下确界运算 $\cap$ 相关。那么，通过提供一个完全的分解，可以建立一个关于算子 $[\![\varphi]\!]$ 的递归定义：

$$[\![\varphi \wedge \psi]\!](T) = [\![\psi]\!]([\![\varphi]\!](T)) = [\![\varphi]\!](T) \sqcup [\![\psi]\!](T)$$

$$[\![\varphi \vee \psi]\!](T) = [\![\varphi]\!](T) \cap [\![\psi]\!](T)。$$

同时，其他连接词可以通过假定知识状态集上增加的结构得到处理（例如，人们将不得不使蕴涵成为一个海丁代数）。然而很显然，通过这种方式不能得到多少东西。因此，存在一种危险（这是要避免的），即无意义地实现一种“动态”表达。

另一种方法可能开始于一个非常抽象的动态信息结构概念，这个概念研究出现的归约。例如，一般类型可能如下：

$$(S, \subseteq, \{\tau_p \mid p \in P\})$$

其中 S 是一个按强度逐渐增强的顺序（$\subseteq$）排列的“信息状态”集，在此基础上，某个以命题为指标的转换集。换句话说，我们假定了一个群论的观点。

这个观点使得提出与这个系统有关的问题变得容易。问题之一是有多少结构应当被引入到转换中。显然，这些转换应当在组合下形成一个半群。但是，它们本身也应该是一个群吗？即对每一个命题都应当存在一个与之相反的命题（它的“收回”）吗？（Gärdenfors（1988）宁愿从范畴论角度研究这种转换结构，他在给命题间的等价式建模时要求出现平衡装置）但是与此同时，这个问题也会与施加到信息状态中的可能结构相互影响：它们应该形成一个格，或者一个海丁代数，或者甚至一个布尔代数吗？如果是这样的话，在转换上有一个相应的闭包条件也就是自然的了。例如，在它们的上面应当有一些运算使得对所有的 $x \in S$, $(\tau_p \cap \tau_q)(x) = (\tau_p)(x) \cap \tau_q(x)$。

一旦选定某种有特定的闭包性质的转换类，我们就可以提出各种其他问题。例如，对于满足附加的数学要求的转换，其自然子类是什么？一个自然的例子是幂等算子，它满足如下条件：

$$\tau_p \circ \tau_p = \tau_p$$

这当然也是一个非常可行的逻辑要求。另一个合理的条件是遵守信息增长意义上的单调性：

对所有的 $x, y \in S, x \subseteq y$, 仅当 $(\tau_p)(x) \subseteq (\tau_p)(y)$。

对“经典”命题，这当然成立；但是，对 Veltman（1987）（其中，⊆与⊇相等）的所有模态命题，这也都成立。

下面是按这个思路进行的一个初步思考。

命题6　如果 S 是一个布尔代数，且 $\{\tau_p \mid p \in P\}$ 是一个由可分配的幂等算子组成的集合，即

对所有的 $x, y \in S$, 有 $\tau_p(x \cap y) = (\tau_p)(x) \cap (\tau_p)(y)$,

那么整个信息结构就可以通过之前描述的一个“可消除的”集合结构得到表示。

证明：（同时，可以与14.2节中关于转换集的分析进行比较）对每一个状态 $s \in S$，令

$$\bar{s} = \{x \mid x \subseteq s\}$$

对每一个命题 $p \in P$，令

$$\bar{p} = \{x \mid (\tau_p)(x) = x\}$$

（这是用不动点来确定等价命题的一个通常做法。）那么容易证明下面两个结论：

（1）$x \subseteq y$ 当且仅当 $\bar{x} \supseteq \bar{y}$；

（2）$\overline{\tau_p(s)} = \bar{s} \cap \bar{p}$。■

但是，对于代数或有某种自同态类型的格的表示，人们也可以尝试应用这里更复杂的数学结果（比较 Jónsson 和 Tarski（1951/2）的观点）。

最后，目前框架的一个基本吸引力在于：它还提出了经典情况以外的新的问题类型。例如，在出现转换的附近，不变量不会离得很远（van Benthem，1985b）。与我们的命题类相关的状态间的关系 R 是不变的，如果对所有 $p \in P$ 有

$$(x, y) \in R \text{ 当且仅当} ((\tau_p)(x), (\tau_p)(y)) \in R。$$

那么，存在一个有趣的 S 上的不变结构吗？

14.3.2.3　关系演算和范畴语法

然而，关于抽象的信息结构还存在其他可能性。或许，命题并非真的是信息状态上的函数，而是关系上的函数，它可以没有真值，或者不只有一个真值。例如，某些命题可能表达某个舍弃其他选项的选择。在那种情况下，一个自然的框架将会把命题当做是在关系演算层面上形成的代数，它基本的运算有组合、相交以及并等（回顾之前对改变赋值的动态性的讨论）。

该观点下的基本问题之一是命题上的自然运算是什么。这等于是要求对二元关系上运算的一些规则进行说明（关于这些问题的代数研究，参见 Jónsson（1984））。方法之一是使用类型论的框架。例如，根据状态置换的不变性，存在一个自然的关于这种算子类型的逻辑性概念（van Benthem，1987b）。此外，同样地，在遵守关系族的任意并的意义上，我们可以引进其他有用条件，如连续性。因此，所有的可能性都可以被分类（van Benthem，1987a），并且它们会形成一个包含如上例子的纯的基本运算集合。

命题 7　二元关系上的逻辑持续算子正好是按如下图式定义的形式

$\lambda R \cdot \lambda xy \cdot \exists uv \cdot Ruv \wedge$ “包含 x，y，u，v 的等式上的某些布尔条件”。

例子是相反的：

$$\lambda R \cdot \lambda xy \cdot \exists uv \cdot Ruv \wedge x = v \wedge y = u,$$

或对角的：

$$\lambda R \cdot \lambda xy \cdot \exists uv \cdot Ruv \wedge x = y = u = v。$$

从这个二元关系运算的结果，我们可以很容易转换为专用于一元关系运算的结果。有一个典型例子，如投射：

$$\lambda R \cdot \lambda x \cdot \exists uv \cdot Ruv \wedge x = u$$

也可以把这个结果推广到二元关系上的 n-运算，同时（典型地）引进析取或合取：

$$\lambda RS \cdot \lambda xy \cdot \exists uv \cdot \exists zw \cdot Ruv \wedge Szw \wedge x = u = z \wedge y = v = w,$$

或者引进组合：

$$\lambda RS \cdot \lambda xy \cdot \exists uv \cdot \exists zw \cdot Ruv \wedge Szw \wedge x = u \wedge v = z \wedge w = y。$$

如果我们打算对动态逻辑算子中过多的可能性进行排序，这种系统分类是重要的。

另一个有趣的问题是，这种关系结构如何能被翻译到相应的推理系统中。这里，根据 Orlowska（1987）的建议，我们可以研究与范畴语法相类似的东西。如果按这个思路在该领域中发展的逻辑会同所谓的“兰贝克演算”十分相似（van Benthem，1986a，1987a）。主要观点可以解释如下：

- 基本命题 p 被解释成二元关系 R_p；
- 复杂命题 p．q 通过组合 R_p。R_q进行解释；
- 析取可以通过并来解释。

但是，怎么处理蕴涵呢?

奥拉瓦斯卡注意到可以使用两个相当可行的蕴涵算子，它们是近来由 T. 霍尔引进来描述“最弱的前规范和后规范”的：

$$R\backslash S = \cup\{X \mid R \circ X \subseteq S\}$$

$$S/R = \cup\{X \mid X \circ R \subseteq S\}$$

（这延续了一个著名的工作，即程序设计语言的运算语义学对事前条件和事后条件的研究。关于\ 和/的纯代数介绍，也可以参见 Jónsson（1984）的论述）依照动态观点的提议，我们引进两种蕴涵，一种搜寻论证的左边，另一种搜寻论证的右边（G. 波罗特金在私底下交流的时候也曾提出相似的观点）。然而在范畴语法中这是相当标准的运算，并且已经发展出关于直接类型 $a\backslash b$ 和 b/a 的证明系统。例如，基本的兰贝克算子就是如下的根岑型系统：

公理：$a \Rightarrow a$

规则：

$$\frac{X \Rightarrow a \qquad Y, b, Z \Rightarrow c}{Y, X, a\backslash b, Z \Rightarrow c} \qquad \frac{X \Rightarrow a \qquad Y, b, Z \Rightarrow c}{Y, b/a, X, Z \Rightarrow c}$$

$$\frac{X, a \Rightarrow b}{X \Rightarrow b/a} \qquad \frac{A, X \Rightarrow b}{X \Rightarrow a\backslash b}$$

$$\frac{X \Rightarrow a \qquad Y \Rightarrow b}{X, Y \Rightarrow a \cdot b} \qquad \frac{X, a, b, Y \Rightarrow c}{X, a.b, Y \Rightarrow c}$$

这个系统 L 可推导出的序列包括 $a \cdot a\backslash b \Rightarrow b$，但却典型地排除 $a\backslash b \cdot a \Rightarrow b$（由于这里允许左边有空序列，所以已经有点偏离标准版本。结果我们可以推导出如（e/e）$\backslash t \Rightarrow t$ 这样的结论）。

命题8　兰贝克演算 L 是对上面的关系演算可靠的。也就是说，如果序列 a_1，…，$a_n \Rightarrow b$ 是 L 可推导的，那么对任何二元关系 R_x 到初始类型 x 的赋值，且 R_a 是前面提到的复杂计算，那么都有 Ra_1。…。$Ra_n \subseteq R_b$。

相反的命题也将会十分有趣（那是因为有运算“·”、“\”和“/”）。因此，我们将在自然语言中基本的范畴逻辑和可行的“动态逻辑”系统之间建立联系。

14.3.2.4 命题动态逻辑

确实，根据命题动态逻辑这个短语通常的含义，我们可以找到它与“动态逻辑”间的有用联系（Harel，1984）。在那个研究计划中，人们采用一个丰富的既有命题又有程序的模态逻辑，命题代表从状态到真值的函数（它们的更传统的功能），程序代表状态之间的转换关系。这个逻辑的一个有趣特征是存在命题与程序间的映射算子：模态词是程序到命题的运算，而一个测试算子是从命题到程序的运算。就现在的目的而言，这是第三种合适的抽象框架。

要注意的是，迄今为止被忽略的一种可能性开始崭露头角。我们一直把命题它们自己处理成信息状态上的运算。但是事实上，我们可能想要分开处理：即区分表达某种信息内容的命题和各种状态转换模式的命题（这肯定可以使用某种命题内容）。例如，上面的测试算子就是这样的模式，即能检查一个状态是否有某种特定的性质，但是之后不会对这种状态进行改动。另一个可能的算子是加算子，即若给定一个命题内容就可以把任何状态转换成一个有该命题内容的极小外延（当沿着前面状态间的包含关系进行测量时）。因此，我们现在对命题动态逻辑感兴趣，是因为它有成为一个动态的命题逻辑的潜力，而不是因为它可以成为一个动态的程序逻辑。

同样地，可以用类型论分析这里的一般情况。命题动态逻辑有原始类型 t（关于真值的）和 s（关于状态的）。命题有函数类型

(s, t)　　（“从状态到真值”）

同时程序有

$(s, (s, t))$　　（“从状态有序对到真值”）

上面的“转换模式”将会是如下类型中的算子

$$((s, t), (s, (s, t)))。$$

同前面一样，寻找那些在状态置换中不变的逻辑项是有意义的（注意，这与之前相反类型$((e, (e, t)), (e, t))$中关系演算情形的形式相类似）。事实上，测试算子是逻辑的，同时也满足之前持续性的特殊要求。同前面一样，我们也可以在下面的图式中对测试算子的所有可能性进行分类

“$\lambda P \cdot \lambda xy \cdot \exists u \cdot Pu \wedge$“包含 x, y, u 的等式上的布尔条件”。”

作为第一次尝试，人们也许认为动态逻辑的片段只包含？φ（？是测试算子）这种形式的基本程序和通常的程序运算；

（组合），$\cup$（选择）和*（迭代）

但是，这可以归约为一个普通的命题逻辑，因为有如下的等式：

$$<\pi_1 \cup \pi_2>\varphi \quad \leftrightarrow \quad <\pi_1>\varphi \vee <\pi_2>\varphi$$

$$<\pi_1;\pi_2>\varphi \quad \leftrightarrow \quad <\pi_1><\pi_2>\varphi$$

$$<\alpha>\varphi \quad \leftrightarrow \quad \alpha \wedge \varphi$$

$$(?\varphi)^* \quad = \quad I(\text{等值映射})$$

因此，很有必要增加某种更深层次的结构，如同在前面已经提议的那样。也就是说，状态集 D_s 会有一个二元的包含关系。所以，我们增加两个进一步处理命题的模式。首先，加模式可以定义如下：

$+\varphi$ 是关系

{(s, s') | $s \subseteq s'$ 且 φ 在 s' 上是真的，并且
或者 φ 在 s 上是真的且 $s' = s$，或者
φ 在 s 上是假的且 φ 在所有 s 与 s' 之
间的状态上是假的}

这类似于时态逻辑中的“直到”算子。

这也提示还有一个对偶的减模式（可以把它与“自从”进行比较）：

$-\varphi$ 是关系

{(s, s') | $s \subseteq s'$ 且 φ 在 s' 上是假的，并且
或者 φ 在 s 上是假的且 $s' = s$，或者 φ
在 s 上是真的且 φ 在所有 s' 与 s 之间的
状态上是真的}

当然，测试算子? 保留它自己原有的定义：

$?\varphi$ 是关系{(s, s) | φ 在 s 上是真的}。

除了 +、- 和? 这三种模式以外，有一个与 $\subseteq$ 的通常可能扩张有关的一般模态词，它也是有用的，具体如下：

$\Box\varphi$ 在 x 上是真的，如果 φ 在所有满足 $x \subseteq y$ 的 y 上是真的，

$\Diamond\varphi$ 在 x 上是真的，如果 φ 在某个满足 $x \subseteq y$ 的 y 上是真的。

（假定有我们的对偶设置，那么引进相似的“向下”算子也会是有意义的）

这个逻辑会使某些基于命题转换的基本规则有效。例如，下面三个式子都是幂等的：

$$?\varphi;?\varphi = ?\varphi$$

$$+\varphi;+\varphi = +\varphi$$

$$-\varphi;-\varphi = -\varphi$$

或者，也还有另外的有效式，如

$$\varphi \to (<+\varphi>\psi \leftrightarrow \psi)$$

$$\neg\varphi \to (<-\varphi>\psi \leftrightarrow \psi)$$

或者相关的式子,如

$$?\varphi ; +\varphi = ?\varphi$$

$$?\neg\varphi ; -\varphi = ?\neg\varphi$$

或许还有某些值得关注的非有效式:

$$+\varphi ; -\varphi \neq I$$

$$-\varphi ; +\varphi \neq I$$

其中 I 是等值转换。理由在如下两幅可能的信息结构图中:

$1\neg\ p \longrightarrow 2p$:$(2, 2) \in +[\![p]\!]$, $(2, 1) \in [\![-p]\!]$

$1\neg\ p$ → $2\ p$, $1\neg\ p$ → $3p$:$(2, 1) \in [\![-p]\!]$, $(1, 3) \in [\![+p]\!]$

通过必要的修正,这种形式主义也可用于分析各种涉及理论的扩张与修正的公理,参见 Makinson (1987) 或者 Gärdenfors (1988) 的看法。他们的抽象观点与这里提到的观点是相当一致的。

通常的动态命题语言逻辑,其中的程序是只通过使用? φ、$+\varphi$、$-\varphi$ 和 $\cup$, *形成的,可能仍然是能行地可公理化的(甚至在没有迭代算子 * 的情况下,这也会是必然的,因为那时就会存在一个从语义的真值条件到一阶语言的标准翻译。可同 van Benthem (1984) 进行比较)。

关于这个逻辑的其他问题则更具有一般的模型论本质。特别是,人们也可以同前面一样在此研究特殊的转换类型。例如,测试? φ 总是表示状态上的一个(偏序的)等值函数,它并不会真的"向前移动"。但是,某些特定的加法情形也同样如此,例如

$+\Diamond p$,其中的 $\Diamond$ 是上面的一般模态词。

如果一个程序 $+\varphi$ 总是表示一个偏序的等值函数,那么这一定意味着(当 $\subseteq$ 是良基的是一个合理假设时)我们绝不会碰到此种情况,即 $s \subseteq s'$ 和 φ 在 s' 上都真,但 φ 在 s 上假的情况。换句话说,在某种显然的意义上 φ 是向下持续的。但是,这种 φ 公式将与 $\Diamond\varphi$ 相等。所以上面的例子确实是典型的。因此,我们得到转换的语义性质与解释转换的命题的性质之间的一个相互作用。

如果我们把前面可得到的命题限制到向上或向下持续的(或者可能只是相反的)情形,那么将会出现一个更深层次的归约。

如果我们对状态（S，$\subseteq$）的结构进行更进一步的限制，那么会出现另一个重要归约的轮廓。例如，把它看成是一个可分配格可能是合理的（同前面一样）——这个格甚至可能对任意的连接点和聚合点（joins and meets）封闭（之前对演绎封闭的理论的情形就是一个例子）。在后面这种归约下，使命题统一地成为函数而不是关系变得可行。即，规定

$+\varphi$ 把任意状态 s 映射到这个集合的聚合点上

$\{s' \mid s \subseteq s'\} \cup \{s' \mid \varphi$ 在 s'上是真的$\}$（如果那个聚合点存在）。

另外，通过合适的$\subseteq$-前驱的一个连接点，也可以用同样方法定义 $-\varphi$。很明显，这个图式的逻辑将会比以前更丰富。根据动态逻辑词项，现在程序 $+\varphi$ 和 $-\varphi$ 已经变成确定性的。

离题　与极小性的联系

我们的动态命题逻辑算子的研究牵涉到之前的极小建模问题（参见 14.2 节）。因为 $+\varphi$ 可以被看成是一个更自由算子的极小化情形。

$$\text{PLUS}\varphi = \{(s, s') \mid s \subseteq s' \text{ 且 } \varphi \text{ 在 } s' \text{ 上是真的}\}$$

这样算子可以化归为一个普通的模态词，具体如下：

$$< \text{PLUS}\varphi > \psi \leftrightarrow \Diamond(\varphi \wedge \psi)。$$

但是，类似地，由于 $+\varphi$ 的真子句的极小性，它的化归是不可行的。即关于语句 $< +\varphi >\psi$ 不存在自然的一般模态等式。似乎唯一可行的归约将会是下面这个特殊例子：

$$< +\varphi > \text{T} \leftrightarrow \Diamond(\varphi); \text{其条件是} \subseteq \text{的扩充关系是良基的。}$$

关于模态词 $< +\varphi >$ 的规则，还有哪些更进一步的规则是合理的呢？那些标准的模态公理当然是合理的。如分配律：

$$< +\varphi > (\alpha \vee \beta) \leftrightarrow < +\varphi > \alpha \vee < +\varphi > \beta。$$

对于更多其他公理，我们同样可以借鉴 14.2 节中的极小逻辑系统，尤其是在 14.2.2.2 节和 14.2.2.3 节中出现的那些公理。例如，现在可以把条件句 $\varphi \Rightarrow \psi$ 与模态公式 $[+\varphi]\psi$ 进行比较。至于极小条件句逻辑的规则，我们可以直接从分配公理得到单调性规则和合取规则。然而对于剩下的其他规则，则会有各种附加条件，例如：

自返性：$[+\varphi]\varphi$

前件析取：$([+\varphi]\psi \wedge [+\chi]\psi) \rightarrow [+(\varphi \vee \chi)]\psi$

若想推导出最后一个规则“$\varphi \Rightarrow \psi, \varphi \Rightarrow \chi / (\varphi \wedge \psi) \Rightarrow \chi$”，则要求适当地增强上面的良基原理。

因此，可以看到，目前的动态逻辑包含了我们之前考察过的以极小性为基础

的逻辑系统。

最后，仍然有一些动态解释的特征在目前的框架之外。例如，在普通语篇中蕴涵 $\varphi \Rightarrow \psi$ 的作用通常是遵循一个固定的指令进行解释的（比较一个洛伦岑对话博弈中的规则）：

> “在深层次的语篇和论证中，一旦一个句子受前件 φ 的约束，那么就会要求我们增加结论 ψ。”

根据上述条件，这相当于是说明一个转换过程的内部结构有什么东西。一个成功的转换（s，s'）提供给这两个极值点一个有穷的间接步骤序列，具体如下：

$$s = s_1 \text{--} s_2 \text{--} \cdots \text{--} s_n = s'。$$

该序列可能遵守，如限制：每当 s_i 证实 φ，下一个步骤 $s_i \text{--} s_{i+1}$ 就会证实一个 ψ（一个其他选择会是通过克里尼迭代算子精确地给出固定指令的程序）。在通常的动态逻辑中，当转向某种进程代数时，人们也可以观察到表示这个过程的更丰富内在结构的步骤（Bergstra and Klop，1984）。

离题　与时态逻辑的联系

前面讨论的若干概念和问题也提醒我们目前的计算机科学对时态逻辑的应用。例如，人们早已发现一个事实，即加子句和减子句的命题模式类似于著名的时态算子直到和自从……以来。但是同样，如语篇中对蕴涵的如上解释等同于技术上所谓的公平约束。事实上，存在一个关于这种相似性的形式基础（如同 J. 范德杜施所指出的那样）：

考虑一个通常的命题动态逻辑片段，它有两个非确定性的原始程序：

NEXT 和 LAST，

它们的转换关系分别是直接后继和直接前驱。（现在，我们想要的模型将会是有穷序类或者有至多序类 ζ 组成的非循环图表。）

因此，我们可以定义

$$+\varphi = (?\neg\varphi;\ \mathrm{NEXT})^*;\ ?\varphi$$

$$-\varphi = (?\varphi;\ \mathrm{LAST})^*;\ ?\neg\varphi。$$

至少在树状模型上，这会等价于之前关于明显的包含关系的定义。其次，例如，一个可能的公平概念将会变成如下限制：

$$\varphi \Rightarrow \psi = [\mathrm{NEXT}^*](\varphi \rightarrow \langle +\psi \rangle T)。$$

根据这里的观点，它所代表的命题动态逻辑已经是一个关于命题动态性的理论。

因此，同 14.3.1.1 节的运算语义学一起，计算机科学中发展出来的动态逻辑演算，可以作为一个研究信息流动态性的通用模型，且还允许我们描述通常的命题转换逻辑。

14.4　讨　　论

前面几节的内容包含了足够多的材料来保证这样一个结论，即动态信息结构尤其值得我们进行进一步的逻辑研究。确实，文献已经表明某些相当有前景的探索。尽管如此，我们注意到仍然存在一些难点。

难点之一是通常的复杂性悖论。尽管这个领域的大多数系统的目的，似乎是希望能给出简单有效的推理模型（我们自己“内在的推理”被认为是这种推理的一个范例），但是实际产生的研究提案似乎正在走向一个错误的方向。这在限定问题上体现得非常明显，它产生的后承概念的复杂性大大超过经典后承概念的复杂性（比较 van Benthem（1985c）的猜想：在众多后承概念中，塔斯基的经典后承概念非常突出，且它是唯一地可以通过能行地可公理化方法产生有效公式集的后承概念）。但是，对于14.3节的动态系统产生的逻辑，在深入观察后发现其推理行为一点也不像标准谓词逻辑那样易于理解。

当然，或许这里存在解决方法。或许，在实际的运算中我们总是会避免复杂情形（比较“初等”限定概念的利夫奇兹分析）——并且甚至可能存在一个可以揭示这种运算的系统。

但是，在某种程度上，这些观察也提出了问题，即我们正在进行的研究方法是否正确。例如，冈瑟纳提议我们应该区分（至少）两种推理。一种是“即时的”（on-line），接近于前提的最初语言结构，并且可能是更“动态的”。另一种是在更抽象的信息内容上进行运算，它甚至发生在我们忘记具体的最初语言表达式后。或许，后一种推理更接近于经典的标准逻辑。

在分析“信息状态”上的运算时所遇到的困难，进一步支持后一种推理，在信息状态中人们发现所选择的具体表示的性质趋向于阻碍逻辑理解。或许，所需要的是对所关注问题的一个清楚划分（在这个方面，之前对命题的内容和信息状态转换模式的区分就是一个尝试）。事实上，许多研究者都警告过：对于任何现象的一个真正深层次的理论，在把它同它自身的具体执行相比较时，这个理论应当停留在一个合理的抽象层面上（面对面地比较计算的递归理论和实际算术的递归理论，或者 Fenstad 等（1987）的语义学中要求程序中立的方法）。值得注意的是，甚至 Meseguer（1988）关于“逻辑程序设计”的一般处理方法，也是从对检索词统一或检索词重写的具体算术中抽象出来的。

采用什么研究方法的这个问题也提醒我们：另一个主要的可供选择的方法是整篇文章中采用的语义方法。这里处理的许多问题实际上是在文本（text）和语篇（discourse）的语法层面上进行的。例如，前面关于“收回”一个命题的例子

是很难语义地理解的：如何恢复一个给定的转换值的独一无二的资源？但是，这个是一个伤害自己造成的混乱。在文本层面上，我们知道前面的命题是什么，并且收回它是没有任何问题的。同时，同样的考虑也可以应用到这种作为“条件化的”的“言语行为的改进”，它要求取消某些前面的转换所带来的影响：

“P。如果 Q，那么就是说……”

相似地，就这个层面而言，之前获取命题的模式是一个简单的生活事实。在某些情境中，我们知道自己是在穷尽可能的情况下（参见 14.2 节）或只是在通常意义上获取某个答案。例如，当给我的儿子们读某本丹麦的儿童读物《西娅姨妈》（Auntie Thea）时，我会翻到某段有问答的段落。下面就是个很好的例子：

“西娅姨妈的穿着是什么样的？”

“戴着一顶红帽子。”

若根据 Groenendijk 和 Stokhof（1985）总是要求穷尽可能的理论，那么这本读物将很难是一本儿童读物……但是当然了，我的儿子们意识到我们正在进行一个“语言游戏”，并且问我她的其他穿着是什么样的。

因此，我们可能不得不寻找一个关于文本结构和语篇的理论，就像调控表达所指示的那样，如“因此”（so）、“但是”（but）、“假设”（suppose）、“令”（let）等。或许，有可能它的合适模型不是像证明论那样语义丰富，因为证明论有对证明结构的说明：这些结构自身已经是一个关于文本现象又好又丰富的例子。例如，在自然推演论证中，已经有相当多的回指关系和动态的从属结构（关于证明论在限定中的技术应用，其更多内容可以参见 Jaeger（1986）的论文）。

但是，甚至在更一般的意义上，我们也需要一个逻辑语言游戏层面上的实际理论，解释我们采用或转换特定的推理行为模式时的轻松自在（可以同 14.2.1 节结尾处的讨论进行比较）。逻辑不该只关注由推理产生的“形式”，还应该关注能够引导人们行为的“规则”。

因此，在这个问题上，我们仍然有很长一段路要走。

参 考 文 献

Apt K. 1987. Introduction to Logic Programming. Report TR-87-35. Austin: Department of Computer Science, The University of Texas

Apt K, Pugin J-M. 1987. Maintenance of Stratified Databases Viewed as a Belief Revision System. Laboratorie d'Informatique, Ecole Normale Superieure, LIENS-87-1, Paris

Aqvist L. 1984. Deontic Logic. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. Ⅱ. Dordrecht: Reidel. 605 ~ 714

Barwise J. 1987. Noun Phrases, Generalized Quantifiers and Anaphora. In: Gärdenfors P, eds. *Gen-*

eralized Qualitifiers*. Dordrecht: Reidel. 1 ~ 29

Batens D. 1986. Dialectical Dynamics within Formal Logics. *Logique et Analyse* , 29: 161 ~ 173

Bergstra J A , Klop J W. 1984. Process Algebra for Synchronous Communication. *Information and Control*, 60: 109 ~ 137

Bergstra J A, Tucker J, 1982. Expressiveness and Completeness of Hoare's Logic. *Journal of Computer and System Sciences*, 25: 267 ~ 284

Bergstra J, Heering J, Klint P. 1986. *Module Algebra.* Research Report CS-R8617. Amsterdam: Center for Mathematics and Computer Science

Burgess J. 1981. Quick Completeness Proofs for Some Logics of Conditionals. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 22: 76 ~ 84

Chang C C, Keisler H J. 1973. *Model Theory.* Amsterdam: North-Holland

Cook S. 1978. Soundness and Completeness of an Axiom System for Program Verification. *SIAM Journal of Computing*, 7: 70 ~ 90

Fenstad J-E, et al. 1987. *Situations, Language and Logic.* Dordrecht: Reidel

Goguen J, Meseguer J. 1987. Models and Equality for Logic Programming (Lecture Notes in Computer Science) . In: *Proceeding* TAPSOFT 87. Berlin: Springer

Gries D. 1981. *The Science of Programming.* Berlin: Springer

Groenendijk J, Stokhof M 1981. *Truth, Interpretation and Information.* GRASS Series, Vol. 2 Dordrecht: Foris

Groenendijk J, Stokhof M. 1985. *On the Semantics of Questions and the Pragmatics of Answers* [Dissertation] . Filosofisch Instituut, Universiteit van Amsterdam, Oxford University Press

Groenendijk J, Stokhof M. 1987. Dynamic Predicate Logic. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

Gärdenfors P. 1987. *Generalized Quantifiers. Linguistic and Logical Approaches.* Dordrecht: Reidel

Gärdenfors P. 1988. *Knowledge in Flux: Modelling the Dynamics of Epistemic States.* Cambridge, Mass: Bradford Books/The MIT Press

Harel D. 1984. Dynamic Logic. In: Gabby D, Guenthner F. *Handbook of Philosophical Logic*. Dordrecht: Reidel. 497 ~ 604

Harper W, Stalnaker R, Pearce G, eds. 1981. *Ifs*, Dordrecht: Reidel

Heim I. 1982. *The Semantics of Definite and Indefinite Noun Phrases* [Dissertation] Department of Linguistics, Massachusetts Institute of Technology

Hempel C. 1965. *Aspects of Scientific Explanation.* Glencoe: The Free Press (Ⅲ)

Jaeger G. 1986. Some Contributions to the Logical Analysis of Circumscription. Report 86-03. Zürich: Mathematik, Eidgenössische Technische Hochschule

Jennings R. 1986. Logic as Punctuation. In: Leinfellner W, Wuketits F, eds. 1986.

Jónsson B. 1984. The Theory of Binary Relations. Nashville: Department of Mathematics, VanderBilt Universtiy (Tenn.)

Jónsson B, Tarski A. 1951. Boolean Algebra with Operators. I. *American Journal of Mathematics*. 73: 891 ~ 939

Jónsson B, Tarski A. 1952. Boolean Algebra with Operators. II. *American Journal of Mathematics*. 74, 127 ~ 162

Kamp H. 1981. A Theory of Truth and Semantic Representation. In: Groenendijk J, Stokhof M, eds. 1981. *Formal Methods in the study of Languages*. 1 ~ 41

Leinfellner W, Wuketits F. 1986. *The Tasks of Contemporary Philosophy*. *10th Wittgenstein Symposium*, *Kirchberg*. Vienna: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky

Lewis D. 1973. *Counterfactuals*. Oxford: Blackwell

Lifschitz V. 1985a. Computing Circumscription. *Proceedings*, *IJCAI*-85: (1): 121 ~ 127

Lifschitz V. 1985b. Pointwise Circumscription. *Proceedings*, *AAAI*-86: (1): 406 ~ 410

Lloyd J W. 1985. *Foundations of Logic Programming*. Berlin: Springer

Mahr B, Makovsky J. 1983. Characterizing Specification Languages Which Admit Initial Semantics. *Proceedings 8th CAAP*. Berlin: Springer

Makinson D. 1987. On the Status of Recovery. *Journal of Philosophical Logic*. 16: 383 ~ 394

McCarthy J. 1980. Circumscription-A Form of Non Monotone Reasoning. *Artificial Intelligence*, 13: 295 ~ 323

Meseguer J, Goguen J. 1985. Initiality, Induction and Computability. In: Nivat M, Reynolds J. 1985

Meseguer J. 1988. What is Logic Programming? What is Logic? Ebbinghaus H D, et al., eds. *Logic Colloquium*. Granada 1987. Amsterdam: North-Holland, 1989.

Nivat M , Reynolds J. 1985. *Algebraic Methods in Semantics*. Cambridge University Press

Orlowska E. 1987. Relational Interpretation of Modal Logic. Warsaw: Department of Informatics, Polish Academy of Sciences

Pelletier J, Schubert L. 1985. Bare Plurals and Dynamic Interpretation. Department of Philosophy, University of Edmonton

Przelecki M. 1969. *The Logic of Empirical Theories*. London: Routledge and Kegan Paul

Seuren P. 1985. *Discourse Semantics*. Oxford: Blackwell

Shoham Y. 1988. *Reasoning about Change*. Cambridge (Mass.): The MIT Press

Sosa E. 1975. *Causation and Conditionals*. Oxford: Oxford University Press

Stalnaker R. 1972. Pragmatics. In: Davidson D, Harman G, eds. *Semantics of Natural Language*. Dordrecht: Reidel. 380 ~ 397

Stalnaker R. 1986. Worlds and Situations. *Journal of Philosophical Logic*, 15: (1): 109 ~ 123

van Benthem J. 1982. The Logical Study of Science. *Synthese*, 51: 431 ~ 472

van Benthem J. 1983. *The Logic of Time*. Synthese Library. Vol. 156. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1984. Correspondence Theory. In: Gabbay D, Guenthner F, eds. *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. Ⅱ. Dordrecht: Reidel. 167 ~ 247

van Benthem J. 1985a. *Modal Logic and Classical Logic*. Bibiopolis/ Naples and The Humanities

Press/Atlantic Heights (NJ)

van Benthem J. 1985b. Situations and Inference. *Linguistics and Philosophy*, 8: 3 ~ 9

van Benthem J. 1985c. The Variety of Consequence: According to Bolzano. *Studia Logic*, 44 (4): 389 ~ 403

van Benthem J. 1986a. *Essays in Logical Semantics.* Studies in Linguistics and Philosophy. Vol. 29. Dordrecht: Reidel

van Benthem J. 1986b. Logical Syntax. Report 86-06. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam. Published in *Theoretical Linguistics* , 14 (2/3): 119 ~ 142, 1987

van Benthem J. 1987a. Categorical Grammar and Type Theory. Report 87-07. Institute for Language, Logic and Information. Published in *Journal of Philosophical Logic*, 19: 115 ~ 168, 1989

van Benthem J. 1987b. Logical Constants across Varying Types. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 30: 315 ~ 342

van Benthem J. 1988. *A Manual of Intensional Logic.* Second revised edition of 1985. Center for the Study of Language and Informatio. Chicago: Chicago University Press

van Benthem J, van Eyck J. 1982. The Dynamics of Interpretation. *Journal of Semantics*, 1: 3 ~ 20

Veltman F. 1986. *Logics for Conditionals* [Dissertation]. Filosofisch Instituut, Universiteit van Amsterdam, Cambridge University Press

Veltman F. 1987. Update Semantics. Institute for Language, Logic and Information, University of Amsterdam

15 作为会话的计算*

张立英/译　王　轶/校

15.1　孩子们的信息流以及逻辑动态化

阿姆斯特丹科学博物馆 NEMO 定期为孩子们组织科学讲座①。想想 60 个 8 岁左右的小孩坐在一个小型圆形剧场里，家长坐在左右（但不准他们说话）的情景。上个星期二，我很荣幸地做了这样一个关于逻辑学的讲座。在为讲座做准备时，我越准备越担忧，怎样向这样的听众来讲逻辑学，又不让他们感觉枯燥和失望呢？那个年纪的小孩们的思维跟（我这样）一个关注抽象问题的大学教师有什么共同之处呢？我怎样来做开场白？我的第一个问题是：

> 餐厅　在一个餐厅中，你的爸爸点了一份鱼，你的妈妈点了一份素食，你点了一份肉②。从厨房端三个盘子出来的不是从前给你们点餐的那位侍者，接下来会发生什么？孩子们兴奋起来了，很多小手举了起来，其中一个说："他（侍者）问谁点了肉。""确实如此"，我说："他问了，得到了回答，摆好盘子，接下来会发生什么？"孩子们说："他问谁点了鱼！"我继续问："接下来会发生什么？"现在，我们可以看到推理的光辉开始在这些孩子们的眼睛里闪耀。一个女孩子大声说："他不用问了！"嗯，这就是逻辑……

这之后，我们玩了一系列场景游戏，包括纸牌游戏、神机妙算（master mind）以及数独（Sudoku）。我们讨论了哪些是最恰当的提问以及从中获得的结

---

* Computation as Conversation. In：Sorbi A，ed. *Computation in Europe*. 2007

① http：//www. nemo-amsterdam. nl

② 原文中为"meat"，指兽肉或禽肉——译者注。

论①。在我看来，餐厅的例子大概是最简单的现实的逻辑场景了。几种基本的信息行为交织发生——提问、回答以及推理，而且关键设定中不止一个主体。并且，接续的演讲可以分析已经发生的信息内容，但也可以之前计划：最好问什么，怎么样是最好的回答？“逻辑动态化”程序（van Benthem，1996）就是确认和分析这样的场景的，特别地，把信息执行事件转换为逻辑系统本身。一旦我们采取这样的观点，我们需要计算的一个合适的描述。在会话中所发生的是孩子们或单独或成组地随时间而变化的信息状态，这些信息状态以一种系统的方式由不同的交流事件激发出来。在状态以及它们之间的转换这一领域，计算机科学家们在构建计算模型方面的长期经验变得相关起来，从图灵的第一个“单一思想”的计算机到处理多主体的英特网。请注意，这并不是计算机“执行”这一某些计算机科学家依据其他学术分支所得出的其处于从属地位的观点。我们更关注基本思想，以及信息学的一般文化贡献。

这篇论文主要讨论已有的结果以及它们在更广的设定下的意义或所暗示的东西。证明以及进一步的细节见引文。

15.2　多主体信息模型和认知逻辑

把会话模型化的第一步是给出状态的一个好的定义，然后是整个活动的“静态成分”。以上面提到的简单场景为例，逻辑装置存在于其中，即*认知逻辑*（Hintikka，1962；Fagin，et al.，1995）。在餐厅的场景下，面对三个盘子和三位客人，对从厨房出来的侍者来说，初始的信息状态一共有六种可能。就新侍者所知而言，所有的都是可能的选择，且他只“知道”这么多。新信息“我吃肉”把这种不确定性削减为 2：爸爸妈妈吃“鱼—素食”或“素食—鱼”。不管是哪种情况，新侍者现在已经知道孩子是吃肉的。当听到爸爸吃鱼时，只剩下唯一的选择了。侍者已经有了关于正确放置盘子的完全信息，他不再需要进一步地发问，尽管他可能要（提问）来验证这个推理以使他自己更加明确（图 15-1）。

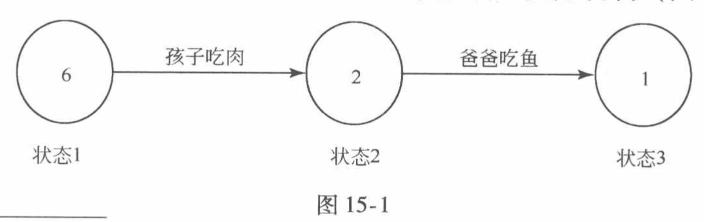


图 15-1

① 节目单中包含一个魔术单元，其最终说明纸牌戏法不违背逻辑，外加一个不在计划表中的流泪事件，这真是我学术生涯中的一个不寻常的讲演，不过，这是另一个故事了。

认知逻辑：语言和模型　以下是我们这里所需要的基础认知逻辑。语法以经典命题逻辑为基础，添加模态算子 $K_i\varphi$（我知道 ϕ）和 $C_G\phi$（ϕ 是群 G 中的公共知识）：

$$p \mid \neg \phi \mid \phi \vee \psi \mid K_i\phi \mid C_G\phi$$

我们的信息进程状态是这一语言下的模型，即三元组 $M = (W, \{\sim_i \mid i \in G\}, V)$，其中 W 是世界的集合，$\sim_i$ 是主体 i 不能将其与现实情况区分开来的世界之间的二元可达关系①，V 是命题赋值。一个主体对知识的基础认知真条件如下：

$M, s \models K_i\phi$ 当且仅当对所有满足 $s \sim_i t$ 的 t：$M, t \models \phi$

在该语言下我们可以定义 $\neg K_j \neg \phi$（或 $\langle j \rangle \phi$）：主体 j 认为 ϕ 是可能的，附加上其他有用的表达例如 $K_j\phi \vee K_j \neg \phi$：主体 j 知道是否 ϕ。特别地，多主体交互作用是非常重要的特征。例如：在问一个“标准的”问题时，提问者 Q 传达了（信息）他不知道是否 ϕ：$\neg K_Q\phi \wedge \neg K_Q \neg \phi$。此外，通常他认为被问者 A 可能知道，这可以被表述为两主体的断言的迭代：$\langle Q \rangle K_A\phi \vee K_A \neg \phi$。

状态转换：信息流和模型更新　其他人的知识程度可以在 NEMO 中和孩子们一起玩的第二个场景中找到。

> 纸牌　三张纸牌发到三个逐一上台的志愿者手里：1 是红色，2 是白色，3 是蓝色。每个小孩只能看到自己的牌，而看不到其他人的（我把小志愿者们围成一个圈以确保这一点）。小朋友 2 被允许问一个问题，她问 1：“你的纸牌是蓝色的吗？” 1 如实回答：“不是。” 在这一过程中哪个小孩能断定些什么？

我预先问过这个问题，他们都说他们不知道什么。在小朋友 2 提问之后，我又问了一遍，1 说他知道了。他在我耳边轻声告诉我他的推理：“如果她自己的纸牌是蓝色的，她不会问这个问题，所以，3 的纸牌是蓝色的。” 当 2 的问题被回答之后，1 和 2 说他们知道了，但 3 还是不知道。但（加上一点帮助）3 最终明白了为什么其他人知道了纸牌的颜色。

所有这一切都可以用言语来分析，但这里的问题是认知状态转换框架中它是什么样子。初始的情况仍有 6 种选择（图 15-2（a））。不确定的线表明了从所在的位置出发游戏者可能持有的牌：

2 的问题，看做提供了信息②，消去了所有第二个位置为蓝的可能世界。

我们马上看到，在真实世界红白蓝中，1 已经没有不确定的伸展线了，因

① 这一关系经常被处理成等价关系，但其实不一定要这样。

② 以这种无害的方式提问，在现实的博弈设定中不一定是切合实际的！

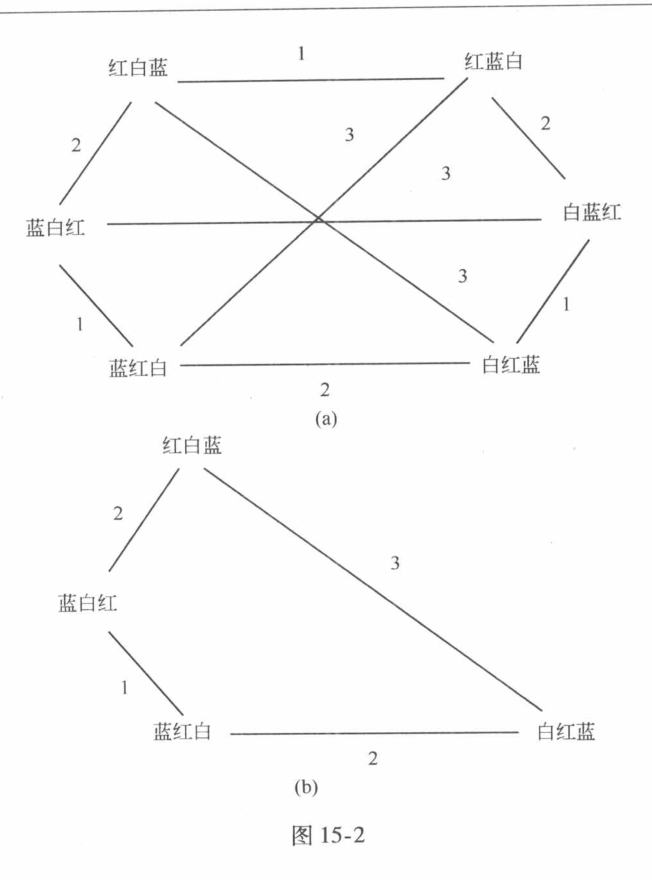


图 15-2

此，他已经知道纸牌的情况（我们从图 15-2（b）中还看到 3，应该知道 1 已经没有不确定的伸展线了，因为红白蓝或白红蓝两种情况下都是如此）接下来，1 的回答消去了所有“蓝”在第一个位置的可能世界（图 15-3）。

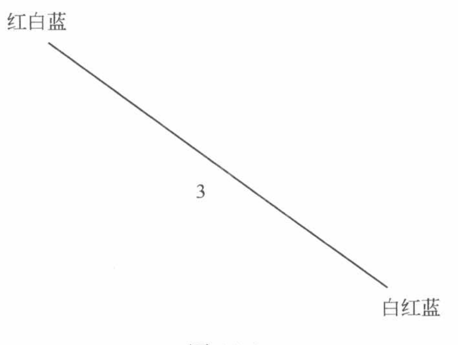


图 15-3

这反映了孩子们的最终的情况。

群体知识 再一次地，多主体的互动起到重要作用。事实上，孩子们甚至获得了自成一类的新层次的知识，即*公共知识*。他们除了知道事实情况外，还知道别人也知道，如此反复迭代下去。公共知识作为协同行为的前提条件出现在哲学、语言学、经济学领域，在我们的模型中，这一新概念定义如下：

$M, s \models C_G\phi$ 当且仅当对所有从 s 可经二元关系 $\sim_i (i \in G)$ 通过有穷步通达的 t，有 $M, t \models \phi$

这种多主体的视角可能看起来和标准的逻辑和计算中单主体进行推理或执行计算步骤相差甚远。但是，真实的讨论就是这样交互式的过程，甚至在计算的核心领域，很早以前，图灵就强调过使用计算机和学习的重要社会特性[①]。

信念和主体的其他态度 知识只是主体的信息态度的一种。我们还可以刻画*信念*、*概率*等，使用更广的不同的可通达关系。一个简单的认知结构就足以实现我们的目标，但我们偶尔也会提到涉及主体的信念的不那么简单的一面。

总结一下，我们最初的 NEMO 的例子并不是“小孩子的游戏”。会话场景（包括需要深度理解的精于世故的交互式的知识）是基本的人类能力。这样，它提供了信息学的一个丰富的研究题目，逻辑和计算的概念在其中很有意义。

15.3 把会话看做计算：更新行为

交流事件涵盖的范围很广，从简单的公开声明到复杂的私人会话：想想我和小孩 1 的耳语。而且，我们的生活中还有很多微妙的场景存在。要把这些转换到我们的逻辑学，我们需要对相关的行为以及它们的影响做更精确的描述。这里开使启用一个强有力的隐喻：

会话就是计算！

会话的确是一种交互形式的计算，很像当今的计算系统中很多的主体从事着广范围的多种多样的任务。从技术上讲，会话进程，或者一般而言的交流，可以用来自计算传统的现有的系统来刻画。在这篇论文中，我们将把主要的目光集中在*动态逻辑*上，动态逻辑最初作为程序及其影响的逻辑说明发展起来（Pratt，1976），现在逐渐演变为关于行为的一般性理论。我们先从信息流的最简单的结构开始。

把公开宣告看做对世界的消除。真命题 P 的公开宣告对当下情况的改变如

① 参见 Turing（1950）。W. 西格给我解释图灵是怎样强调社会学习的。

下。对任意模型 M，世界 s，以及在 s 上为真的公式 P，$(M \mid P, s)$（M 在 s 与 P 相对）是 M 的子模型，其论域为集合 $\{t \in M \mid M, t \models P\}$，如图 15-4 所示。

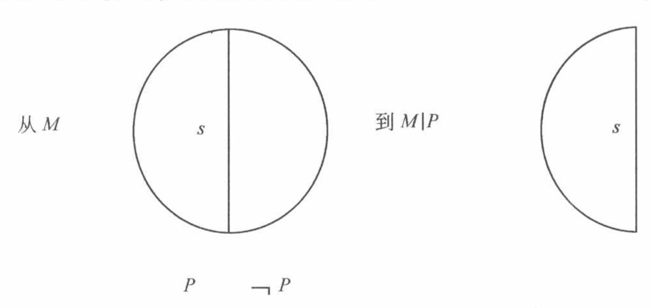


图 15-4

很重要地，公式的真值在这样的更新步骤中可能改变：最明显地，过去不知道 P 的主体在宣告之后知道 P 了。这一真值的改变随着时间的过去可能非常得微妙，包括做出的声明使其自身为假这样恰巧的例子①。我们需要（多个）逻辑来完全真实地刻画它们。

事件模型的积更新 耳语是在一个大群的某个子群中的公开宣告，但对其他主体来讲则是部分可观察的。隐匿、秘密以及有限的观察在日常的交流中司空见惯。想一想你的电子邮件。抄送的认知动态任务即公开宣告。但更精于世故的按钮密送则是局部宣告，它甚至能误导参与者。更复杂的场景出现在计算安全问题以及博弈的舞台之中，其中信息流经常被操纵。对事件的局部观察可以被分析成如下的变换模型结构（Baltag，et al.，1998）。对不同的主体来说信息流有所不同的场景可表示如下：

$$\text{事件模型 } A = (\mathrm{E}, \{\sim_i \mid i \in G\}, \{\mathrm{PRE}_e \mid e \in E\})$$

其中 E 由所有相关的事件组成。不确定性关系 $\sim_i$ 把主体不能区分的事件放在一起。例如：当孩子们检查他们的纸牌时，拿到白色纸牌的女孩不能区分“1 的牌是红色的”和“1 的牌是蓝色的”。现在，信息流发生了，因为事件 e 的发生有它的事前条件 PRE_e（比方说，我有一张红色的牌，我不知道自己问题的答案等）。当你观察一个事件，你知道某些事一定已经是这一事件发生的理由。

以下的更新规则表示了信息流的获得结果的机制：

对任意认知模型 (M, s) 和事件模型 (A, e)，积模型 $(M \times A, \times s, e)$ 包含一个与之前不同的新世界 (s, e)，且

① 真宣告 P = “你不知道 p，但它的确为真”——P 变成假。

(a) 论域为$\{(s, e) \mid s$是M中的一个世界，e是A中的事件，$(M, s) \models PRE_e\}$；

(b) 可通达关系$(s, e) \sim_i (t, f)$当且仅当$s \sim_i t$且$e \sim_i f$；

(c) 原子公式p在(s, e)的赋值即M中在世界s的赋值。[①]

积更新刻画了范围很广的多种多样的信息场景。而且，带积更新$M \times A$的模型的域有丰富的逻辑和计算结构[②]。

信念和其他动态现象 知识只是信息流中的一个要素。如果我们也刻画主体的信念和期望，积更新能描述那些影响信念的事件，包括那些导致错误信念的误导行为。而且，我们不需要仅仅记录*信息更新*。我们也可以刻画*信念修正*，一种更依赖于主体的现象，对于不同类型的主体，信念修正可能依赖于非常不同的准则，可以更保守也可以更激进[③]。

15.4 信息事件的动态认知逻辑

已经给出了这么多有趣的关于行为的认知模型，现在我们要更明确地研究它们。现在，记录下认知断定的真值改变和找出刻画一段时间内的（认知改变的）具体程序所实现的一样复杂棘手。因此，在一个逻辑演算中既记录静态又记录动态是有用的。来自于计算机科学背景的相关框架包括时态逻辑，进程代数或线性逻辑。这里，我们选择*动态逻辑*（Kozen, et al., 2000），其中包含针对程序的两个层次的表达式π，以及描述由其生成的后继状态的命题ϕ。该语言的主算子是

$[\pi]\varphi$：“当π成功执行后，ϕ在结果状态中成立。”

该语言仍旧接近模态逻辑的语言这一大多数计算逻辑的通用语言，且它把动态进程看成*互模拟*等价的。互模拟可能是程序等价中应用最广泛的概念。仍旧，这一节不是说对任何研究都成立的宣传，而是起到一个示范作用，表明会话的计算逻辑是怎样完全可行的。

公开宣告的动态认知逻辑 *公开宣告逻辑* PAL 的语言是认知语言加上行为表达式：

① 这一“惯性”条件主要是说在交流中物理事实并不发生改变。如果让系统处理真正的非认知世界的改变，这一限制可以轻易地去掉。

② 不像之前的模型更新时是伴随着世界的消除，认知模型在更新过程中可能会增大，但这种增长在复杂性存在着反作用力，因为之后的模型和之前的模型可能是互模拟的，这使得迭代认知长期循环运行（van Benthem, 2006c）。

③ 当我们对交流和互动中的进一步的相关现象来定义更新时，不同的准则甚至会大大增加，例如，讨论偏好或目标的改变时（van Benthem and Liu, 2005）。

公式　　$P: p \mid \neg\phi \mid \phi \vee \psi \mid K_i\phi \mid C_G\phi \mid [A]\phi$

行为表达式 A：$P!$

这里，把宣告处理成行为，来自动态逻辑的语言给予它们明确的模态内在。语义如下：

$$M, s \models [P!]\phi \text{ 当且仅当 如果 } M, s \models P, \text{则 } M|P, s \models \phi$$

在公共宣告下有一个信息流的完全的演算，即一个基础交流的完全的逻辑（Plaza，1989；Gerbrandy，1999）。

定理 1　没有公共知识的 PAL 是公理化完全的。公理是认知逻辑的一般规则加上以下的归约公理：

$$[P!]q \leftrightarrow (P \rightarrow q)\text{，对原子事实 } q$$
$$[P!]\neg\phi \leftrightarrow (P \rightarrow \neg[P!]\phi)$$
$$[P!](\phi \wedge \psi) \leftrightarrow ([P!]\phi \wedge [P!]\psi)$$
$$[P!]K_i\phi \leftrightarrow (P \rightarrow K_i[P!]\phi)$$

方法论　这些公理以一种优美的方式描述了会话，通过对动态模态之后的“事后条件”递归这种组合的方式来分析断定的影响。这样，它们最终把我们的动态认知语言中的每一个公式归约为静态认知语言中的公式（参见 Reiter（2001）的“衰退程序”）。在逻辑方面，归约程序表明 PAL 是可判定的，因为静态认知基础逻辑是可判定的①。

这一“动态化”方法对很广意义的信息事件都可以应用。首先，选择带有代表群体信息状态的模型的动态语言。接下来，把相关的信息事件分析为改变静态的更新模型。这样，这些更新可以在该语言的一个动态扩充中被描述清楚，这种扩充语言也可以用在事件出现后成立的命题来陈述事件的影响。作为结果的逻辑有两层构造。

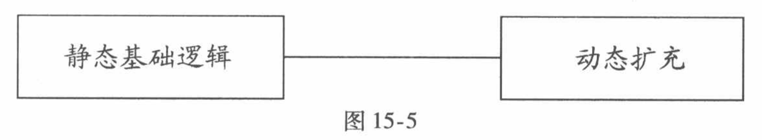


图 15-5

在静态层面，人们根据自己选择的模型得到一个完全的公理系统。然后，计算分析为事件的影响增加一集动态归约公理。这样，每一个公式都和一个静态公式相等，从而，如果静态基础逻辑是可判定的，它的动态扩充也是可判定的（图 15-5）。原则上，这种组合的动态认知设计是不受静态模型的特殊的特征影响的。例如，

① 这一归约并没有解决计算复杂性问题：基础认知逻辑是 Pspace-完全的，但通过公理进行的翻译可能会使公式的长度以指数级别增加。参考 15.6 节。

PAL 公理不依赖于有关认知可通达关系的假定。只要确认极小模态逻辑 K 是关于信念的某个极小逻辑，其完全性定理的成立与选择哪个静态模型无关。

技术议题 有时，把会话看做计算会改变我们有关根本的静态系统的想法。例如，PAL 的完全性定理在宣告之后忽略掉了公共知识。为了得到公式 $[P!]C_G\phi$ 的归约公理，人们必须丰富认知逻辑以超越它的标准版本。参考 van Benthem 等（2005）。条件公共知识 C_G（P，ϕ）说的是 ϕ 在所有经有穷可通达步骤可通达的 P 为真的世界中都真。这样，我们得到了有效的归约律：$[P!]C_G\phi \leftrightarrow C_G(P, [P!]\phi)$。条件公共知识在基础认知语言中不是可定义的——但它是对互模拟不变的，并且完全性证明可很容易地推广[1]。这里和信念修正中的条件断定 $\phi \Rightarrow \psi$ 有相似之处。这条断定是说我们应该相信的要作为前件加以考虑（van Benthem, 2006a）。PAL 有一个模态互模拟基础的模型论，其中有很多有关表达力以及计算复杂性方面的有趣的问题[2]。

一般动态认知逻辑 关于会话和观察场景的更一般的积更新同样可以以这种动态逻辑格式来处理。动态认知逻辑（DEL）的语言的语法如下：

$$p \mid \neg\phi \mid \phi \vee \psi \mid K_i\phi \mid C_G\phi \mid [A, e]\phi$$

其中，$[A, e]$ 是真实事件 e 的任意的事件模型。该语言的关键的条件是

$$M, s \models [A, e]\phi \text{ 当且仅当 } M \times A, (s, e) \models \phi$$

Baltag 等（1998）在这个更广的设定中给出了完全性结果：

定理 2 DEL 是能行可公理化和可判定的。

关键的归约公理是公开宣告逻辑中的一个扩充：

$$[A, e]K_i\phi \leftrightarrow PREe \to \wedge \{K_i[A, f]\phi \mid \text{在 } A \text{ 中 } f \sim_i e\}$$

进一步的挑战 再一次考虑公共知识或信念。试着计算出如下电子邮件场景下的公共信念。主体 1 发出信息 e，不过是以主体 2 相信信息 f 被发出的方式（图 15-6）。

van Benthem 等（2005）用来自动态逻辑和 μ 演算的方法将 DEL 扩展到逻辑 LCC，得到了针对这类场景的完全的公理集[3]。

---

① 事实上，有条件公共知识的 PAL 只要再加上一个有效的归约律 $[P!]C_G(\phi, \psi) \leftrightarrow C_G(P \wedge [P!]\phi, [P!]\psi)$ 就是公理化完全的。

② 参考 van Benthem（2006d），其中有对这一领域的开放性问题的概述。

③ 另一个相关的问题是积更新中的"主体的观点"。它们满足完美记忆且没有奇迹：学习仅仅通过观察合适的事件发生。van Benthem 和 Liu（2004）表明这是完全的，Liu（2006）则着眼于认知主体的多样性。

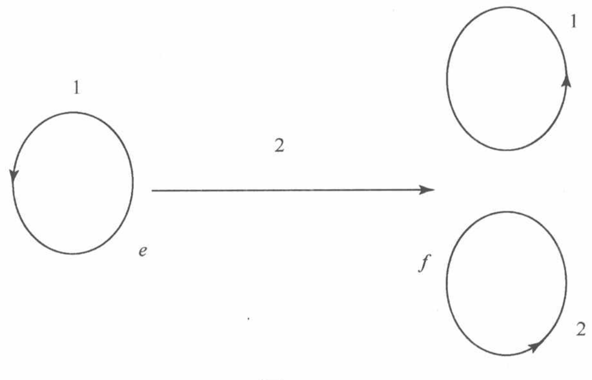


图 15-6

针对信念修正和偏好改变的动态逻辑　以上的格式同样可提供针对信念修正的完全的逻辑，甚至更一般的偏好改变的逻辑。这些包含有条件的信念，以及像公开宣告 $P!$ 这样的“硬事实”，以及之后可能被忽视的信念修正的弱触发 $\Uparrow P$ 这样“软事实”之中的改变的组合公理。[①]

模型改变和其他动态结构　对知识和信念更新机制的一般想法是可定义模型改变。从旧的开始选择甚至构造新的个体对象（世界），然后再重新定义它们之间的相应关系。在计算的背景下有其他系统比动态逻辑更具相似的味道。例如，进程代数是从给出的进程构造新进程的一个演算族。事实上，我们的积更新 $M \times A$ 代表了标准进程代数意义上的互模拟。以我们的观点，DEL 是一个动态逻辑和进程代数之间的一个很好的模型改变媒介物。它既有一个定义进程的“外部语言”，又有一个描述这些进程中的状态性质的“内部语言”。一般而言，合并主要的计算进程范例可能是个好主意。

15.5　会话中的程序结构

真正的计算包含对行为的长序列的控制。同样地，会话包含了很多由程序结构控制的断定。当和我们的系主任会话时，我首先称赞理学院目前的情况，然后申请学术经费，我所说的话取决于他当时的状态。当他看起来比较烦恼时，我表

① 演示一下其形式化：对硬和软的事实激发之后的新信念，有两个归约公理：$[P!]B_i(\phi|\psi) \leftrightarrow P \rightarrow B_i([P!]\phi|P \wedge [P!]\psi)$；$[\Uparrow P]B(\phi|\psi) \leftrightarrow (E(P \wedge [\Uparrow P]\psi) \wedge B([\Uparrow P]\phi|P \wedge [\Uparrow P]\psi)) \vee B([\Uparrow P]\phi|[\Uparrow P]\psi)$ 其中 E 是特称模态词“在至少一个世界中”，具体细节可参考 van Benthem（2006a）、Baltag 和 Smets（2006）的观点。

达同情；当他看起来高兴时，我开玩笑。最后，这里有一个“恭维”的迭代进程。我一直说些美好的事情，直到他的眉头舒展，这时，提出申请经费请求的时机到了。这样，会话包含来自顺序程序设计的所有基础运算：①序列组合；②安保选择，IF…THEN…ELSE；③安保迭代，WHILE…DO….

一个被引用过很多次的具体的例子是“泥孩”难题：

> 在外面玩闹之后，三个孩子之中的两个在前额上弄了泥巴。他们都可以看到其他孩子的额头，但看不到自己的，所以他们不知道他们自己的状态。现在，他们的爸爸进来和他们说：“你们之中至少有一人额头上有泥。”然后他问：“你们之中有人知道自己是否是脏的吗？”孩子们如实地回答。当这一提问－回答情节重复时，将发生什么？

第一轮没有人知道。接下来，弄上泥的孩子论证如下：“如果我是干净的，我所看到的那个脏小孩看到的都是干净的小孩，所以她会知道她是脏的，但她没有，所以，我也一定是脏的！”这样，两个脏小孩在第二轮都知道了他们的状态。第三个小孩在第三轮里知道了自己是干净的。这一难题可以很容易扩展到有更多干净和脏小孩的情况①。

无疑地，所有之前的三个程序构造在这里都出现了：序列断定、安保行为（根据他们所知，孩子们的反应一定是不同的）、迭代——进程重复直至获得公共知识。

增加全动态逻辑 为了分析复杂的会话。PAL 或 DEL 一定要用命题动态逻辑 PDL 来扩充。PDL 包含一个命题检验算子？ϕ，加上三个正则算子、序列组合、选择$\cup$，以及迭代*。我们给出主要的有效公理如下②：

(1) $[\phi?]\psi\leftrightarrow(\phi\rightarrow\psi)$；

(2) $[\pi_1;\pi_2]\phi\leftrightarrow[\pi_1][\pi_2]\phi$；

(3) $[\pi_1\cup\pi_2]\phi\leftrightarrow([\pi_1]\phi\wedge[\pi_2]\phi)$；

(4) $[\pi^*]\phi\leftrightarrow(\phi\wedge[\pi][\pi^*]\phi)$；

(5) $(\phi\wedge[\pi^*](\phi\rightarrow[\pi]\phi))\rightarrow[\pi^*]\phi$。

这些公理通过我们的模态陈述［π］ϕ 的第一个变量上的递归起作用，而不是第二个。已经知道，作为关于任意行为的系统，PDL 是可完全公理化的（根据如上法则）——事实上，它是可判定的③。

---

① 描述这一场景具体的更新序列，参见 Fagin 等（1995）、van Benthem（2006C）。

② 针对 π^* 的公理是说全模态词［π^*］是一个最大不动点算子。

③ 把 PDL 和认知逻辑组合可得到 DEL 的更丰富的版本，这样的 DEL 将包含行为和事后条件的递归。这一组合的明确的直观仍需进一步理解。

进一步的结构　会话还包含进一步的程序运算。在泥孩难题中，孩子们同时做出回答是至关重要的一点。这是个体行为的并行组合，就像在分配计算和进程代数中一样。PAL 把同时进行的讲话处理成宣告一个合取式，这样，$(\phi \wedge \psi)!$ 是并行组合 $\phi! \parallel \psi!$ 的一个简单相似①。

时态逻辑　所有这些最终通过事件的分支树将动态认知逻辑嵌入了更广的认知时态逻辑（Fagin，et al.，1995；Parikh and Ramanujam，2003）。后者与计算机科学中的另一种进程观相关联，即普纽利和克拉克以及其他一些人为代表的时态逻辑类型，可参考 van Benthem 和 Pacuit（2006）的论著，了解其与我们当前设定的关联。

15.6　逻辑任务的复杂性

计算包含着表达力和数据进程之间的一种平衡，逻辑系统也是这样。当动态认知逻辑描述了丰富的带信息的事件的影响，这种表达力付出的代价是计算复杂性。事实上，任何可应用于不同核心任务的逻辑系统都包含计算复杂性问题。

模型检验　我们从模型检验开始，即对给定的模型 M 和公式 ϕ，确定是否 $M, s \models \phi$。对基础认知逻辑，这一任务相对于公式和模型的规模是 P-time 的（Vardi，1997）。在我的会话设定中，模型检验 DEL-公式与在给定的信息状况下计算信息事件的影响相一致。van Benthem 等（2005）表明模型检验的复杂性对任意 DEL-公式 ϕ 保持 P-time②。这样，证明给定的会话方案的影响是一件容易的任务。

可满足性　但是，更具野心的任务是会话规划：怎样建立一个设置来达到某一想要的结果？当认知“空间”事先给出时（见下面），这仍旧可以是一个模型检验问题，但一般来讲，人们要求满足一些特殊性质的信息模型的存在。这就是可满足性（SAT）的问题了：什么时候一个给定的公式有模型？对基础认知逻辑来说，SAT 问题是 Pspace-完全的。PAL 的公理提供了到这个系统的 SAT 归约，但是给定公理的型后，这可能是指数级的。Lutz（2005）给出了一个较好的归约，表明 PAL 的 SAT 复杂性仍旧是 Pspace-完全的③。尽管这可能暗示着动态化一个基础逻辑并不影响复杂性，进一步的动态认知逻辑仍旧可能得出让人意外的结果。特别地，上面带动态逻辑 PDL 程序运算的 PAL 的结合，即两个可判定的系统的结合，却导致了出人意料的结果：

① 在 PAL 或 DEL 中，并行算子 ‖ 仍没有清楚的公理化。

② 这一复杂性是对包含所有 PDL 运算的全语言是 EXPTIME 的。

③ DEL 的 SAT-复杂性可能也是如此。

定理3（Miller and Moss，2005）带 PDL 运算的 PAL 是不可判定的。[①]

更具体地，在其中设计像泥孩难题这样的问题以及解决会话规划问题会非常困难！

进一步的任务的复杂性　除了标准的模型检验和可满足性，动态认知逻辑可能还有其他自然而然的复杂性问题。例如一个可接受的断定的集合，或更一般的会话礼仪，通过某个给定的初始模型经一个信息进程的所有可能轨道生成一个模型 M。在这样的模型中，我们可以要求会话方案所想要的结果，如以上面的 PDL 程序的形式——保证从初始状态出发，得到满足某一目标命题 ϕ 的状态。结果中间模型检验问题是问是否存在可执行的 PDL 程序 π 使得［π］ϕ 在给定的模型 M 中的当下状态 s 中成立。这不是一个非常普通的模型检验，但这也不是一个完全新出现的 SAT。这里有另一个不同的议题。在我们的更新设定中什么行为是值得计入的？例如，是否存在与 Yao（1979）中的计算概念交流复杂性相似的对应物？最后，从更经验主义的方面考虑，一旦（像 DEL 中一样）对事件的部分观察被考虑在内，人们期望直观的复杂性从公开的转至私人的宣告；或从说真话到说假话。但尽管如此，至今并不是所有的有关这一开端的相关的直觉和民间经验智慧已经被转化到精确的数学之中。

危险地带　很多作者已经解释过（Halpern and Vardi，1989；Marx，2007；van Benthem and Blackburn，2006；van Benthem and Pacuit，2006）模态逻辑是怎样在不可判定性的边缘实践着“危险的生活”的艺术。具有面向树的表达力，它们是可判定的安保量词形式系统。但当危险的模式开始可定义了，在具体的两个关系交汇的二维坐标上，它们开始变得不可判定——甚至可能导致非算术复杂性。在动态认知设定中，几何交汇点影响模态词的交换律（Halpern and Vardi，1989；van Benthem，2001），这可能会使逻辑不可判定——尽管关于这一灾难的准确配方是精巧的。对知识和行为，$K[e]\phi$（知道事件 e 产生某一结果 ϕ）和［e］$K\phi$（事件 e 产生的结果是知道 ϕ）之间的等价关系相当于语义条件：主体有完美记忆。这样，给出针对有某理想特质的主体的逻辑可能提高复杂性。

15.7　逆方向：把计算看做会话

现在我们已经充分展现了会话怎样可以被看做计算。这导向了可以被哲学和

① 该证明用到无穷认知模型：在仅有有穷模型的情况下是否成立仍不知道。

计算逻辑的合并技术来研究的令人感兴趣的议题。但这也同样暗示着反方向的成立性。尤其是，涉及复杂性的下界结果经常能保证一些其他已经知到复杂性的问题可以被归约为当下的问题。尽管这些归约可能相当地技术化，但通常它们传达着许多更有用的，常常是具有语义本质的信息——并因此，它们建立了更强的相似性，而不仅仅是“同等难度”。为了看得更清楚，可以考虑我们有关对于会话是一种形式的计算的分析。现在，我们想说的是复杂性分析，就像已知结果获得的那样，同样允许我们有如下的观点：

计算就是会话！

认识到计算可以被看做会话　高复杂性的结果通常会意味着某些不好的消息，因为它们说明一些逻辑任务是比较难以执行的。但这同样意味着一个好消息，一个令人感兴趣的转换发生了：逻辑设法把有意义的问题转换为数学内容。例如，命题逻辑中的 SAT 是 NP－完全的。反过来看，这一结果也意味着仅仅解决一个基本逻辑任务可以对一大类实践中遇到的问题具*泛计算力*。而且，命题的 SAT 的 NP-完全性的证明甚至给出了一个从任意计算任务到逻辑任务的简单翻译[①]。同样的逆转应用在其他复杂性类。例如，Pspace-完全是很多自然博弈的复杂性问题的解（Papadimitriou，1994；van Emde Boas，2002）。这样，在我们的基础逻辑中可以解决 SAT 问题。也就是说，构造一致的认知场景的能力足够解决很多博弈。

现在，同样的启发下，考虑以上来自 Miller 和 Moss（2005）的结果。他们证明的结果是本质上的，每个铺砖问题——这样也是每个有意义的图灵机可计算问题——可以有效地归约为 PAL + PDL 中的 SAT 问题。我把这个结果的确切的意思转述如下：

> *会话有泛计算力*：任何有意义的计算问题都可以被看做一个会话规划。

尽管如此，在技术上，“计算就是会话”主要还是一个隐喻。下面，我们将更进一步，它不需要我们的“偏袒”。

15.8　融合计算和会话

把计算和会话放在一起的真正的好处不是把一个归约为另一个。它会造出关于有意思的新问题的更广范围的理论。尤其是，吸收了来自会话的思想的计算理论一定吸收了*信息流*以及*社会互动*的动态学。这里，我们主要讨论这样做的一种

① 只要你掌握关键，一个命题逻辑课程同时也是泛计算课程。

方法。从已知的算法开始，然后添加进一步的结构。我们从一系列的例子着手。因为我们的目标仅仅是要表明在这样的设定下有多少新问题会被立即提出，而不是给出回答。最后，我们给出一些更一般的趋向。

认知化算法 考虑图形可达性（GR）这个基础的计算机问题。给定带两个不同点 x，y 的图 G，在 G 中是否存在 x 到 y 的有方向的箭头组成的链？这一任务可以在 Ptime 中解决（以图的尺寸）：存在快速的四维时间算法来找到一个路径（Papadimitriou，1994）。G 中满足某一一般目标条件 ϕ 的点的可达性这样一个问题可以采用同样的分析方法。GR 模型检索一般性的问题，其解决算法执行两个紧密相关的任务：确定路线是否存在，同时给出一个能从 x 到 y 的实际的方案。我们考虑引入知识和信息的不同的方式。

知道你已经成功 假设你作为一个主体想到达目标区域 ϕ，但你仅对你行进于其中的图有有限的观察。特别地，在任意一点 x，你不需要知道自己在（图中）哪一个精确的位置。这样，图 G 现在是带可通达箭头的模型（G，R，~），但同时是节点之间的认知*不确定链接*。*GR* 的第一个认知化主要要求会带你到达*你知道将在目标区域* ϕ 中的某一点的方案的存在性。Brafman 等（1993）分析了这一问题的实际设定，在其分析中，用了一个机器人，其传感器不会告知她所站之处的确切位置。在这一案例中，对任务加一个检验看起来是比较合理的，检验当下节点来看看我们是否确实在目标区域：$K\phi$。已知模态认知语言下的模型检验的 Ptime 复杂性，这一研究任务仍旧是 Ptime 的。

有一个可靠的方案 在这个设定中，进一步的议题出现了。该方案本身是什么？如果我们将信任它，我们不应该要求我们*知道它将成功*吗？考虑图 15-7，一个主体在根结点处，试图到达 ϕ 点。

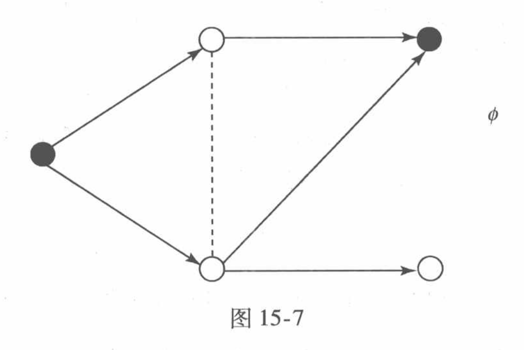


图 15-7

虚线表示主体不能区分出两个中间位置。达到目标的一个方案是向上；向对面，但当执行了第一步之后，该主体不再知道他在哪里，特别是，他也就不知道

是否向对面可以到达 ϕ 点，还是继续向上。我们首先把要求形式化，为简化问题，假设该方案是只有有限个箭头的序列 a。然后我们可以要求初始知识 $K[a]K\phi$成立。但这仅仅是个开始：我们可能还想在所有的中间阶段能确定剩下的方案会起作用。这将要求所有如下公式为真。

$$[a_1]K[a_2]K\phi,$$

其中，$a = a_1, a_2$。[①]

既然相关的断定的数量和尺寸仅仅呈多项式级别增加，这样一个明晰的方案的存在性仍可以 Ptime 检验。但当方案由更复杂的 PDL 程序来定义时，这将迅速变得更复杂。甚至怎样给出认知可靠性的合适定义都不是那么显而易见的。我甚至怀疑这可能需要超越 DEL 和 PDL 的新语言[②]。

不同类型的主体　在之前的例子中，还有更多要做的认知设定。注意前面的图中的主体已经遗忘了他的第一个行为：否则，他不会不能区分中间的两个结点。之前的 DEL 模式中有完美记忆的主体就不会遇到这样的麻烦，他们只会不确定其他主体的所作所为。而且，之前提到过的对他们成立的交换律 $K[a]\phi \to [a]K\phi$ 会自动从初始知识 $K[a]K\phi$ 得到中间知识。但有很多种认知主体：有完美记忆的，有穷记忆限制的，等等[③]。这样，认知算法上也就自然有了什么样的主体来运行它们的问题——这些问题的复杂性可随主体的不同而变化。

认知方案　但同时，在一个认知设定中，方案这个概念本身值得进一步的思考。方案是一种可以对环境有反应的程序，通过像"IF α THEN 作 a，ELSE 作 b"这样的有前提条件的指示。对测试条件 α 的通常理解是如果人们发现其成立，则相应的选择一个行动。但这如果可以实现，主体一定要能执行这个检验！比方说，我们要求一个计算机去检查一些变元当下的值，或者一个小偷去检查耶鲁锁或其他杂牌锁的安全性。但在前面的图中，方案"IF 你执行向上，THEN 向对面 ELSE 向上"虽然作为达到某一目标的指示这是正确的，但由于主体已经没有办法判定那一种情况成立，它却没有什么实际的作用。有两种方式来处理这一问题。一种是把知识纳入程序中（Fagin，et al.，1995）。我们根据像"主体知道 α"这样的条件来做出行为，而如果假定主体具认知自省，则这些条件总是可判

① 如果主体拥有完美记忆，则 $K[a]\phi$ 蕴涵$[a]K\phi$，初始公式蕴涵所有其他公式。但对于受限制的主体，我们的区分是有意义的。

② 就像 van Benthem（2001）那样，认知μ-演算中的一些看法可能会需要，至少对博弈中参与者的可靠的策略是这样。这些和博弈论中的"统一策略"（uniform strategies）相关联。

③ 这种多样性目前还没有很标准的分类：可参考 Liu（2006）的观点来对它有个初步的看法。

定的[①]。合适的认知程序是在上面的意义上自明的（van Benthem，2001）。另一个选择是在认知模型 M 中定义“可执行方案”的概念，这可以确保主体在任何需要的地方可以确定检验条件是否成立。然而我还没有发现一个令我满意的认知可执行的定义。

动态化静态逻辑：更新行为 确定一个命题是否成立包含着交流或观察这样的行为，这样，我们就从认知静态逻辑到了动态逻辑。这样，我们可以把之前的检验条件 α 模型化为明确的行为：问 α 是否成立。不过这需要更丰富的多主体模型，其中主体可以对一些事情质疑其他主体或者自然。我们这里不会紧随这一话题，不过，本文中的逻辑 DEL 则是演示这种“动态化”的一个案例。从而，它（DEL）将很合适用来分析动态算法，PDL 或 μ-演算的认知变体也是如此[②]。

多主体场景和互动博弈 之前的几个认知场景表明了要添加不止一个主体，从传统的单一的演算任务转到更社会化的任务。例如，到达一个目标同时知道自己在哪里，很自然地伴随着其他主体应该不知道你在哪里这样类似的问题。像“莫斯科难题”（van Ditmarsch，2002）这样的例子，其中人们必须互相告知他所有的纸牌而不让第三方知道。纸牌博弈，或者更早提到的电子邮件的使用，提供了更多的例子。这些社会互动的描述在博弈的设定以及不同参与者之间的互动之中出现的更多。事实上，博弈已经作为一种计算的非常一般的模型被提出（Abramsky，2006），并且存在着大量的有关它们的新的逻辑问题（van Benthem，2005b）。

可通达性和蓄意破坏 把算法转换到博弈中包含了“分别的探察”，把已经存在的（不同的）算法转换到博弈中不同的主体的不同任务上。早期的例子，是洛伦岑、埃伦芬赫特或辛梯卡（参见 van Benthem（1999）评述）型的逻辑博弈。van Benthem（2005a）有一个更计算化的例子。再次考虑图形可达性，图 15-8 给出了逻辑和计算中两个欧洲国家的首府的旅行网络。

很容易给出从两个首府中任何一个去往另一个的旅行方案。如果运输系统被破坏了，同时恶魔开始取消可能是网络上任何一处的关联时会发生什么呢？在我们旅行的每一个阶段，设定恶魔先去掉一处连接，那我现在有了一个二人蓄意破坏博弈，问题是谁可以赢得博弈。一些简单的推理就可以得出从萨尔布吕肯，德国同行仍旧有获胜策略，但荷兰的境况就不那么妙了，恶魔有获胜策略。

---

① 有趣的是，Gigerenzer 和 Todd（1999）一些有启发性的算法有点这个味道。

② 这一设定的一个极端的例子是纯信息博弈，其中所有的移动就是问问题和回答问题，参与者的目标是“最先知道答案”之类的。

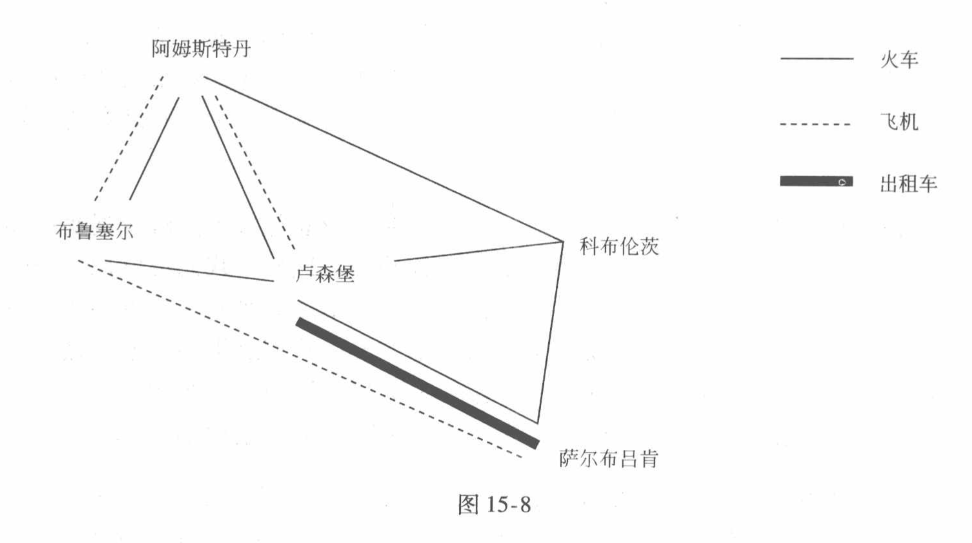


图 15-8

这个例子暗示了对任意算法任务的一个一般的转化。当投射成一个带搞破坏的参与者的博弈时，它就是一个蓄意破坏博弈。这又产生了一些新问题，如有关描述这些博弈的语言及其参与者的方案（策略）。特别地，当我们需要处理新的博弈时，初始任务的计算复杂性是怎样变化的？对蓄意破坏的图形可达性，Rohde（2005）已经指出，这一复杂性已经从较低的 Ptime 的转为 Pspace-完全的。这相当于说，该问题需多项式数量的记忆空间，这相当于围棋或国际象棋的复杂性①。

追捕博弈②　但是并没有一般的规则来预言什么时候以新的方式构造的博弈会比其算法先行者更复杂。再次考虑图形，对于算法任务，设定一样的精彩，但现在是伴随着 *GR* 的另一个博弈变种。"蓄意破坏"同时也可以意味着某一其他参与者试图沿路抓住我，使我不可能再继续。这一问题也很容易投射到博弈之中：

> 从初始位置（*G*，*x*，*y*）出发，其中我在点 *x*，你在 *y*，我首先走然后是你，如此往复。如果我在有穷步移动中到达目标区域同时没有碰到你，那么我就赢了。在所有其他可能的情况下，你赢。③

这个博弈，一样是非常自然的，而且他可以刻画很多不同的现实情况，如战争，

① 切断链接的博弈还有其他令人感兴趣的解释。van Benthem（2006b）中有一个以上例子的变种，其中一个老师试图诱导学生达到某一认知状态。

② 原文为"Catch me if you can"——译者注。

③ 你赢的情况：在我到达目标区域之前抓住我，我无法移动了，或者博弈无穷地继续下去，或者其他可能的情况。

或者宴会上避开某个人[①]。但此时，计算复杂性仍旧较低[②]。处理“追捕博弈”的问题仅需 Ptime（以图的尺寸）！可参见 Greenlaw 等（1991）对类似的博弈“猫和老鼠”的分析[③][④]。

再次加入知识和观察　在现实的战争中，追捕博弈很自然地包含受限观察和部分知识的问题。在这样的不完美信息博弈中，参与者不需要能够看到其他人在哪里，而其解法的复杂性可能上升到 Pspace 甚至更远。Sevenster（2006）对在这一设定下不同的认知算法进行了广泛的研究，这一研究应用与 Hintikka 和 Sandu（1997）的“*IF* 逻辑”的联系来阐明其特点。特别地，他表明了情况是微妙的。例如，考虑战争博弈的“温和版”：游戏“苏格兰场”。其中试图避免被抓的隐匿的参与者在每经过 k 步后（对某个固定的 k）不得不显露他的位置。但是，通过对参与者的移动进行重新编码使得过去移动的 k-序列变为单独的一步步，该博弈可变为一种完美信息博弈。van Benthem（2001，2005b）对 DEL 与博弈论的融合做了更多方面的研究[⑤]。

在博弈论中重述议题　从真正的博弈论的视角，很多看似较远的问题可能变得相关联，例如，赛芬斯特的主要的复杂性结果是，在 *IF* 传统下问某些参与者是否有获胜策略，即使在缺乏知识的情况下。但不管是数学化的还是在实践中，不完美信息的有穷博弈的最重要的特点是：一些更微妙的事情的存在性：混合策略中的纳什均衡，让参与者依某种概率选择移动。也许博弈赋值的结果是我们应该追求博弈化的算法。这样，把博弈化看做一般化的计算应使我们暂停并思考算法的性质的更自然的对应，当其仍旧理论化的时候。

当我们认真地考虑博弈结构时，会发现这只是许多议题中的一个。不完美信息博弈也会引起观察和交流的明晰的事件（Osborne and Rubinstein，1994；van Benthem，1999，2001）。而且，它们与前面提到的并行行为相合得很自然，因为博弈论的大部分都是关于参与者同时做出行为选择的。那么，为什么只是两个参

---

①　费边·马克西姆斯·昆克塔托试图通过始终躲开其敌人汉尼拔来赢得战争。

②　和蓄意破坏博弈不同之处在于，在这个博弈中图形始终保持不变。

③　我把这个参考归功于 M. 赛芬斯特，他也指出微细的复杂性差异，可通达性是 NL-完全的，而猫和老鼠是 Ptime-完全的。

④　一个直接的论证如下，该博弈通过前面描述过的记录参与者的移动的（G，x，y）来扩充，改动为一个图形博弈，同时，当我被抓住或者停止时允许你继续移动，现在如果你可以永远移动下去，我们就可以让你赢。我们知道这样的图形博弈可以在 Ptime 中解决。可以将其看做一个针对公式 < >"T（n 为图形的规模）的模态模型检验问题。

⑤　van Otterloo（2005），van Benthem（2007）研究了包含宣告相关事实的明晰的行为或甚至与参与者将来的移动有关的意图的扩展型博弈。

与者，而不是更多呢？例如，即使在逻辑博弈的核心之内，这一议题也被提出过，通常投射成一场网球比赛，需要一个“支持者”，一个“反对者（对手）”以及一个裁判。这样，我们有关社会设定下的算法的观点很自然地融合了计算机科学、逻辑和博弈，并且这种关联是贯穿始终的。

15.9　朝向更一般的理论：转化和融合

我们在之前章节的讨论只是一连串的例子，努力地传达着探索有关计算的互动认知观点的乐趣。但这也同时给出了几个更系统化的议题。

认知化逻辑　一个更广的需要关注的问题是这些新结构的合适的*逻辑语言*的设计。这看起来像将动态逻辑和认知逻辑加以结合的简单问题，但事实可能会比这要有趣得多[①]。接下来，与这些语言相关的任务可以填补复杂性的标准概念之间的缝隙。例如，自然规划问题看起来介于模型检验和可满足性之间。它们问，给定模型 M，模型中的状态 s，是否存在从 s 到目标状态集的认知方案。这样，当用心去做的时候，*认知化逻辑*是并不平庸的练习。

认知化和博弈化算法　接下来是找到以上例子背后的算法的*一般转化*问题。不像植物学那样，对于初始任务复杂性的解法，我们希望得到它们起作用的一般性结果。Rohde（2005）、Sevenster（2006）的论述走出了第一步。

我们在这里做的事情可以再一次有一点堂吉诃德式地被看做*动态化*，不过现在是在元理论水平上进行。之前，我们一直应用动态观点来转化给出的具原始外观的问题，而现在，我们正试图把进程本身作为逻辑研究的对象。这是使不同的例子以及当“计算和会话”混在一起时产生的逻辑看起来更统一的一种方式。但还有其他方式。特别地，假定描述“计算和会话”的不同的系统的*相交线*可以被观察到，这可以为动态认知逻辑、认知时态逻辑、模态积逻辑和其他范例（van Benthem and Pacuit，2006）的相似性作证。更一般地，在这一领域的理论构造的一个更远大的目标是：

认知程序论　我们把目光朝向计算的基础理论，把对观察以及会话的明确的思考加入进来，暗示了现有进程理论的认知版本，如进程代数。因为后者包括对“交流通道”的明确的描述，这使得关联看起来相当合适[②]。同样的观点应用于

① 例如，van Benthem（1999）表明了找到命题动态逻辑的“认知版本”一点都不简单，因为 DEL 暗示了一种两层的研究，给定带不确定关系的状态和箭头，给了我们一个与逻辑语言相匹配的选项范围。

② Dechesne 和 Wang（2007）比较了 DEL 和进程代数中交流场景的翻译。

互动和有关计算的博弈语义。例如，线性逻辑的标准模型通过转向无穷博弈获得非确定性。非确定性在有不完美信息的简单有穷博弈中占统治地位，暗示着线性博弈语义学的认知版本。同时，线性逻辑的策略包括博弈间的转换，把在一个博弈里面移动的信息应用到其他博弈中来得到最好的移动（Abramsky，2006）：这又一次的和我们的想法相合①。当然，像我们之前提到的，还有所有这些怎样和现有的博弈理论相关联的议题。也许，目前逻辑、计算机科学和博弈论之间的两两关联可以被看做有关这三方面的新理论的一个初步工作。

15.10 结　论

这篇论文适合于很广范围的当前趋向。把计算和更广的会话和交流的信息基础行为放在一起是悬而未决的问题，而且这问题在那儿已经至少 20 年了。这可以从 Fagin 等（1995）对交流协议的认知分析中看出，可以在像米尔尼的 CSP 这样的分布式计算的演算中看到，当然，也可以在主体和智能信息系统的现代的理论中看到。本文中，我展示了处理它的确定的逻辑，同时指出当我们把两个方向系统化地混合在一起而出现的一系列有趣的论题，进而，我试图来表明这一趋向不止是一个隐喻。对一些人来说，这些结果可能初看起来很奇怪，因为它把硬核的计算逻辑和来自“较软”的哲学传统的认知逻辑组合在了一起——如果当我们不仅仅添加知识，还加入主体的更短暂的信念，以及，谁知道呢，甚至他们的意图和更私密的愿望，事情可能更加地出乎意料。仍然，我们认为计算加信息更新和信念修正是一场完美可行的婚姻。它在理论上是丰富的，同时，它和的互动主体的社会的现代计算符合得很好。事实上，像 Parikh（2002）的“社会软件”这样的最近的研究计划甚至把它纳入实际行动，而且主张，不仅仅分析现有的这种形式社会程序，甚至设计新的更好的。这里，社会软件就像博弈论中的“结构设计”，但由尖端的计算技术来进行。

作为这样的“软”社会设定的相对点，需要说的是，这篇论文中所主张的动态转向在像物理学这样的硬核区域也同样是看得到的。最近的计算机科学和量子机器之间的边缘研究强调算子基础的希尔伯特空间中的物理系统中的善于观察的主体的动态交互作用。相应地，动态逻辑系统和线性逻辑的博弈语义横贯了从计算到物理学基础，量子计算的实践也是如此。Abramsky 和 Coecke（2004）、Baltag 和 Smets（2004）、Rahman 等（2004）的一些条目是这一趋向的例子。这

① 在递归论中，有其早期形式：Condon（1988）有关限制观察的主体运行图灵机的理论——尽管这一理论的提出是为特殊的复杂性理论目标的。

些可能意味着更广阔的信息理论，参考 Abramsky（2006）。

另一种陈述这篇论文的主要观点的方式是：假定我们把计算适当推广，把它和认知逻辑更远的构想联系在一起，那么，计算是穿越自然科学和人文学的无所不在的基础范畴。在一个方向上，我们的动态认知系统展示了怎样把有意义的计算模型引介入过去语言学家和哲学家看做无所不在的研究中的。在相反的方向，我们可以认知化和动态化存在的逻辑和算法，来得到令人感兴趣的更广的理论。回到我们的介绍，很清楚，这远不是辅助意义上的“补充”，而是一种来自计算机科学的基础想法充当中心学术角色的方法，显然，它值得这样。

尽管有这么广的视角，这篇论文是一名逻辑学家写的，跟下一位写类似文章的人一样具有偏见——天知道。这里可能是作免责声明的一个好地方。尽管本文的大量篇幅都致力于*动态认知逻辑*，我们主要是把它当做对有意思的现象的研究的“点亮研究之光的系统”，而不是关于结构和信息流的最终定论。实际上，即使从 NEMO 餐厅的视角，我们仍然遗漏了孩子们行为的一些非常关键的方面！侍者和纸牌游戏者不是仅仅更新信息，他们还从已供他们支配的信息中推出东西。但从存在的信息中得到的有效结论并不改变一个当下的 DEL 信息状态。为了描述这种更精细的动态，进一步的进程结构是必需的[①]。同样，我们有关算法或博弈的检验条件的讨论把赋值漏掉了（van Benthem，1996）。推理和模型检验的逻辑核心任务有它们自己的动态，这一话题并非我们这里的框架所讨论的。这样，甚至连信息和计算的逻辑基础都仍然存在着大量的开放性问题[②]。

最后，*计算在欧洲*是怎样的一种情况？我愿意相信，对任何学科持有一个博大的立场，反映超出当下专业的某种学识，是欧洲文化的关键特征。这篇论文中有关计算的观点符合这一特点。同时，追求理论上的兴趣而不是立即的实践收获看起来是欧式价值观的体现——尽管如此，我承认，这是一种老式的有闲阶级，而不是今天忙碌的雅皮士所具有的价值观。但是，在这个暑期，以这篇论文中的一个段落为基础，另外的映像引起了我的兴趣。带迭代的动态认知逻辑的不可判定性表明了最难的计算问题是怎样在*成功的会话*中被解决的。于是，当我在法国旅行的最后一天、写下这行字的时候，在所有那些巴黎的阳台酒吧上发生的事情（人与人之间的对话）就是一个巨大的并行计算机（的计算）。“计算”通常让人

---

① 这一点可以做到，但并未达成共识。van Benthem（1996）第十一章动态化了针对 Prolog 的埃尔布朗模型来刻画这样的推理步骤，而 Abramsky（2006）提供了一种更一般的抽象信息状态空间，其中推理和计算步骤确实增加信息。

② Adriaans P，van Benthem J. *Handbook of the Philosophy of Information*. Amsterdam：Elsevier Science Publishers，2008.

联想到枯燥的机器，或甚至还联想到无聊的人。如果欧洲的计算是旧大陆[①]中的会话的艺术，那不是很伟大吗？

致　　谢

感谢2006年剑桥ESF“博弈和证实”研讨会、2006年马拉加ESSLLI“知识和理性”研讨会、2006年瓦森纳NIAS项目“博弈、行为和社会软件”以及2007年在加尔各答和孟买召开的两个印度逻辑会议上的听到过这些想法的听众。尤其是，我想感谢枚岚·赛芬斯特有关复杂性和博弈的有益的意见，以及安德里亚·索尔比超出义务范围的专业编辑。

参考文献

Abramsky S. 2008. Information, Processes, and Games. In: Adriaans P, van Benthem J, eds. *Handbook of the Philosophy of Information.* Amsterdam: Elsevier Science Publisher

Abramsky S, Coecke B. 2006. A Categorical Semantics of Quantum Protocols. In: *Proceedings of the 19th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science* (LiCS'04). IEEE Comptuer Science Press

Baltag A, Moss L, Solecki S. 1998. The Logic of Public Announcements, Common Knowledge and Private Suspicions. *Proceedings TARK* 1998. Los Altos: Morgan Kaufmann Publishers. 43 ~ 56

Baltag A, Smets S. 2004. The Logic of Quantum Programs. In: *Proceedings of the 2nd International Workshop on Quantum Programming Languages.* TUCS General Publication No. 33, Turku Center for Computer Science. Extended Version: LQP: *The Dynamic Logic of Quantum Information.* Oxford Computing Lab & Philosophy, Free University Brussels

Baltag A, Smets S. 2006. Dynamic Belief Revision over Multi-Agent Plausibility Models. In: *Proceedings LOFT* 2006. Department of Computing, University of Liverpool

Brafman R, Latombe J-C, Shoham Y. 1993. Towards Knowledge-level Analysis of Motion Planning. *Proceedings AAAI* 1993: 670 ~ 675

Condon A. 1988. *Computational Models of Games.* PhD Thesis. Computer science Department, University of Washington

Dechesne F, Wang Y. 2007. Dynamic Epistemic Verfication of Security Protocols. In: van Benthem J, Ju S, Veltman F, eds. *A Meeting of the Minds. Proceedings LORI*, Beijing 2007. London: College Publications, 129 ~ 143

Fagin R, Halpern J, Moses Y, et al. 1995. *Reasoning about Knowledge.* Cambridge, Mass: The MIT

① 旧大陆（Old Word）常用来指欧洲——译者注。

Press

Gerbrandy J. 1999. *Bisimulations on Planet Kripke*. Dissertation DS-1999-01. Institute for Logic, Language and Computation, University of Amsterdam

Gigerenzer G, Todd P M, ABC Research Group. 1999. *Simple Heuristics That Make Us Smart*. Oxford University Press

Gochet P. to appear An Open Problem in the Logic of Knowing How. In: Hintikka J, ed. *Open Problems in Epistemology*. IIP, Paris

Greenlaw R, Hoover H, Ruzzo W. 1991. A Compendium of Problems Complete for *P*. University of Alberta, Computer Science Department, Technical Report 91-11

Halpern J, Vardi M. 1989. The Complexity of Reasoning about Knowledge and Time, I: Lower Bounds. *J Comput System Sci*, 38 (1): 195 ~ 237

Hintikka J. 1962. *Knowledge and Belief*. Ithaca: Cornell University Press

Hintikka J, Sandu G. 1997. Game-Theoretical Semantics. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language*. Amsterdam: Elsevier. 361 ~ 410

Kozen D, Harel D, Tiuryn J. 2000. *Dynamic Logic*. Cambridge, Mass: The MIT Press

Liu F. 2006. Diversity of Logical Agents. ILLC Rearch Report, University of Amsterdam. Presented at Workshop on Bounded Agents, ESSLLI Malaga 2006

Lutz C. 2005. Complexity and Succinctness of Public Announcement Logic. LTCS Report 05-09, Technical University Dresden

Marx M. 2007. Complexity of Modal Logics. In: Blackburn P, van Benthem J, Wolter F, eds. *Handbook of Modal Logic*. Amsterdam: Elsevier

Miller J, Moss L. 2005. The Undecidability of Iterated Modal Relativization. *Studia Logica*, 79 (3): 373 ~ 407

Osborne M, Rubinstein A. 1994. *A Course in Game Theory*. Cambridge, Mass: The MIT Press

Papadimitriou C. 1994. *Computional Complexity*. Addision-Wesley

Parikh R. 2002. Social Software. *Synthese*, 132: 187 ~ 211

Parikh R, Ramanujam R. 2003. A Knowledge Based Semantica of Messages. CUNY New York & Chennai, India. In: van Benthem J, van Rooy R, eds. Special Issue on "Information Theories," *J Logic Lang Inform*, 12 (4): 453 ~ 467

Plaza J. 1989. Logics of Public Announcements. *Proceedings 4th International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems*

Pratt V. 1976. Semantical Considerations on Floyd-Hoare Logic. *Proceeding 17th Ann. IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, 109 ~ 121

Rahman S, Gabby D, van Bendegem J-P, et al. 2004. *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*, Vol. I. Dordrecht: Kluwer

Reiter R. 2001. *Knowledge in Action*. Cambridge, Mass: The MIT Press

Rohde Ph. 2005. *On Games and Logics Dver Dynamically Changing Structures* [Dissertation] Rhei-

nisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen

Sevenster M. 2006. Branches of Imperfect Information: Logic, Games, and Computation [Dissertation] DS-2006-06, ILLC, Amsterdam

Turing A. M. 1950. Computing machinery and intelligence. *Mind*, 59: 433 ~ 460

van Benthem J, Blackburn P. 2006. Modal Logic: A Semantic Perspective. ILLC Tech Report, Amsterdam. In: Blackburn P, van Benthem J, Wolter F, eds. *Handbook of Modal Logic*. Amsterdam: Elsevier

van Benthem J, Liu F. 2004. Diversity of Logical Agents in Games. *Philosophia Scientiae*, 8 (2): 163 ~ 178

van Benthem J, Liu F. 2005. Dynamic Logic of Preference Upgrade. ILLC Tech Report, DARE Electronic Archive, University of Amsterdam. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 17 (2): 157 ~ 182

van Benthem J, Pacuit E. 2006. The Tree of Knowledge in Action. ILLC Tech Report, Amsterdam. *Proceedings AiML* 2006, Melbourne

van Benthem J, van Eijck J, Kooi B. 2005. A Logic for Communication and Change. ILLC & CWI Amsterdam & Philosophy Department, Groningen. First version in van der Meijden R, et al., eds. *Proceedings TARK*2005, Singapore. Extended Version: *Inform. and Comput.* 2006

van Benthem J. 1996. *Exploring Logical Dynamics*. Stanford: CSLI Publications

van Benthem J. 1999. Logic in Games. Lecture Notes, ILLC Amsterdam

van Benthem J. 2001. Games in Dynamics Epistemic Logic. Bonanno G, van der Hoek W, eds. *Bulletin of Economic Research*, 53 (4): 219 ~ 248

van Benthem J. 2005a. An Essay on Sabotage and Obstruction. In: Hutter D, ed. *Mechanizing Mathematical Reasoning, Essays in Honor of Jörg Siekmann on the Occasion of his* 69*th Birthday*. Springer, LNCS, 2605: 268 ~ 276

van Benthem J. 2005b. Open Problems in Logic an Games. In: Artemov S, Barringer H, d'Avila Garcez A, eds. *Essays in Honour of Dov Gabbay*. Lodon: King's College Publications. 229 ~ 264

van Benthem J. 2006a. Dynamic Logic of Belief Revision. ILLC Tech Report, DARE Electronic Archive, University of Amsterdam. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 17 (2): 129 ~ 155

van Benthem J. 2006b. Living With Rational Animals. Invited Lecture at Workshop on Knowledge and Rationlity, 18 th ESSLLI Summer School. Malaga

van Benthem J. 2006c One is a Lonely Number: On the Logic of Communication. In: Chatzidakis Z, Koepke P, Pohlers W, eds. Logic *Colloquium*'02. ASL and A. K. Peters. Welleley MA: 96 ~ 192

van Benthem J. 2006d. Open Problems in Update Logic. In: Gabbay D, Goncharov S, Zakharyashev M, eds. *Mathematical Problems From Applied Logic I*. Springer, New York, Novosibirsk: 137 ~ 192

van Benthem J. 2007 Rationlizations and Promises in Games. *Beijing Philosophical Review*, Chinese Academy of Social Sciences

van Ditmarsch H. 2000. *Knowledge Games*. Dissertation DS-2000-06. Institute for Logic, Language

and Computation, University of Amsterdam

van Ditmarsch H. 2002. *Keeping Secrets with Public Communication.* Department of Computer Science. University of Otago

van Emde Boas P. 2002. *Models for Games and Complexity.* Lecture Notes. ILLC, Amsterdam

van Otterloo, 2005. *A Security Analysis of Multi-Agent Protocols.* Dissertation. Department of Computing, University of Liverpool & ILLC, University Amsterdam, DS-2005-05

Vardi M. 1997. Why is Modal Logic So Robustly Decidable? In: Immerman N, Kolaitis Ph, eds. *Descriptive Complexity and Finite Models.* American Mathematical Society

Yao A C. 1979. Some Complexity Questions Related to Distributed Computing. *Proceedings of the* 11*th STOC*, 209 ~ 213

16 "彰显价值的博弈"：逻辑、语言与多主体互动*

王　轶/译　刘奋荣/校

16.1　意义是一个多主体概念

博弈与自然语言有何关系？在传统的语言学家和逻辑学家看来，语法学是关于文法编码的，语义学是关于语法编码和现实结构之间的数学关系的，而其余的语言运用则皆归于语用学这一活跃却非系统化的世界。特别是，依此观点，意义并不包含任何种类的主体性：它是一个"0－主体概念"。但从20世纪70年代开始，出现了另一种以语言使用者的行为为中心的观点，将意义视为"信息改变"或者更一般地作为语言表达式的"语境改变潜力"。说话者或作者可以改变其听众或读者的信息状态，而语义学应当描述这些变化。意义的这一面向行为和更新的"1－主体观念"是胡能迪克、斯托克霍夫、斐尔曼以及他们的学生们发展起来的著名的"动态语义学"阿姆斯特丹范例的基本原则，同时也是汉斯·坎普和艾琳·海姆众所周知的"篇章表示理论"的基础①。当然，意义的这一变迁还涉及研究议程的变更。尤其是它重新划分了语言学研究中的语义学和语用学的传统边界线，并且所有的哲学会议都已致力于这一构造运动②。

然而一旦步入此途，便无法停滞不前了。语言心理学家们，如 Clark（1996）有力地证明了语言运用很大程度上是由听众而非说话者的观点所主导的，是听众的领会确立了交流的成功。而对此问题的全面思考终将止于：说话者顾及听众对

---

* "Games That Make Sense"：Logic，Language，and Multi-Agent Interaction。

① 关于动态语义学中范例和素材主要设想的概述参见《逻辑与语言手册》，那里还涉及计算机科学。

② 如此观之，自然语言不再是叙述的媒介，而是引发认知改变的程序语言。

其话语的诠释，而听众考虑到说话者的表述，信息如此相互堆叠、层层推进的“诠释学循环”。按照哲学家和心理学家们的理论，这将导向保持人类行为稳定的叠置“心灵原理”和彼此预期。它还很自然地导向博弈论，因为这些循环在此可以找到其反思和行为均衡的栖息地。

16.2 博弈在历史上就涉及自然语言

事实上，自然语言与博弈之间具有紧密联系的观点反复出现于20世纪。在20世纪50年代，后期维特根斯坦引人注目地由其《逻辑哲学论》极为清晰的逻辑结构转向由规则生成的“语言博弈”范例，而正如桑杜所说，有人（如斯泰纽斯）试图在博弈隐喻中添加更多的实质性内容。从20世纪60年代开始[①]，或许是受到萌芽中的博弈论影响[②]，产生了各种使用“逻辑博弈”来分析逻辑的建议，将论证（Lorenzen，1955）或模型比较（埃伦芬赫特－弗雷斯；参考（Fraïssé，1953））等基本的逻辑行为打造成双玩家博弈：以制胜策略来对证明、模型或不变关系进行编码（视具体情况而定）[③]。桑杜特别讨论了其中一个：辛梯卡的一阶逻辑的赋值博弈（Hintikka，1973）它后来延伸为以“博弈论语义学”（GTS）之名研究自然语言。我们到后文再回过头来看这些博弈，它们主要分析语句构造的“逻辑骨架”：联结词、量词和回指关系。因此，逻辑仍然是这些分析的驱动力——而“博弈论语义学”中的“博弈论”并未暗示与博弈论之间的深层联系[④]。

同样是在20世纪60年代，自然语言的另一种不涉及逻辑的博弈论分析风格开始出现在路易斯的著作里（Lewis，1969），并可追溯到Schelling（1960）的信号博弈。以此方法来观察语言，则纳什均衡确定了词项（语句构造的最小原子）的稳定意义。虽然这种新观点基本上仍是一种弱小的潜在力量[⑤]，但它已成为桑杜所提到的Parikh（1991）、Dekker和van Rooij（2002a）、van Rooij（2002b）、Jaeger和van Rooij（2007）的主要竞争者。虽然逻辑博弈很大程度上仅仅关乎胜败，但这些现代信号博弈中包含了语言交流主体对于协调这些因素——想要的和

① 这里原文“Also in the 1950s”有误，应为“From the1960s”。曾与作者讨论过——译者注。

② 逻辑及其应用的现代史仍有许多留待充实，因为这个年代的作者们通常停留在奠基性的1930年代的影响之下。

③ van Benthem（2007b）是对当今逻辑博弈的详尽的概述和讨论。

④ 但下文会谈到逻辑博弈与博弈论之间的某些数学上的联系。

⑤ 路易斯本人确实给“语言博弈中的记分”带来了一些有趣的想法。此外，关于认知逻辑中的公共知识的一系列研究工作都涉及路易斯对约定的研究，尽管更早在社会科学领域便已存在某些成果。

察觉到的意义、文法结构[1]以及这么做的计算成本——的真实偏好。因此，它们牵涉到与博弈论之间，以及同时与人类的感知和概念空间所具有的拓扑和度量结构之间的更严肃（Gärdenfors and Warglien，2006）。这些很可能是如今语言学和博弈论之间[2]最重要的碰撞，并且关于它与此前基于逻辑博弈的方法（如 GTS）之间的联系，也存在着许多很有意思的问题。桑杜在其作品中突出此类联系的做法是相当正确的，尽管其中还有许多问题有待澄清。

16.3 赋值博弈、语言和交互逻辑

辛梯卡式的赋值博弈的基本思想是：两个玩家（证实者和证伪者）关于某个给定的一阶公式 φ 在给定模型 M 及某个将对象加诸变元的指派 s 下是否为真存在着分歧[3]。博弈规则反映了这一情境，并且可以看成是对世界事实之评估或研究的动态机制的描述。在析取式 $\varphi \vee \psi$ 的情形下，证实者必须选择某一析取支进行辩护（证伪者需要反对所有两条析取支）；在合取式 $\varphi \wedge \psi$ 的情形下则由证伪者来选择。否定式 $\neg\varphi$ 触发角色转换，此时对于公式 φ，两个玩家在博弈中交换角色。此外，量词使玩家从个体域中选取某个对象：$\exists x\varphi$ 时由证实者选取“证据”，$\forall x\varphi$ 时由证伪者选取“挑战”，之后针对公式 φ 的博弈继续进行。这一步骤改变了将对象加诸变元的指派，因为 x 的新值现在成为所选定的对象 d。当博弈进行到原子公式时，就直接检查当前指派。如其为真，则证实者胜出，否则便落败。总之，由此得到一个具有如下基本性质的改变指派的双主体情境：公式 φ 在（M，s）处为真，当且仅当证实者在赋值博弈 *Game*（φ，M，s）中拥有制胜策略。

关于这个简单的博弈可以进行很多讨论。例如，在博弈中将逻辑常项视为步骤的这一动态视角是很有意思的，而将多主体的基本逻辑概念“拆解”成不同玩家的不同角色也是如此。在此设定下，玩家的策略现在成为由自己支配的逻辑对象，表示交互行为中的“依赖性”。这一强大而有趣的观点同时也是其他一些逻辑博弈的基础，并且其众多反响至今尚未完全显现，我们似乎正在见证“交互

① 该情境部分来自于语言学的优选理论，以及由语言使用者对一集基于约束之偏好上的断言的语法和语义分析进行优化的“无规则”范式。

② 经济学和认知科学也是该混合物的自然参与者，这从新近成立的跨学科的比勒费尔德－海森堡“博弈与认知”研究中心的情况即可看出。

③ 将一阶逻辑作为研究自然语言实际运用的基本特征的方法论“实验室”，而不是用作自然语言的字面翻译——如在情境理论和动态语义学中那样——常常是富有成效的。

逻辑”的初生期阵痛[①]。van Benthem（1999）还指出其与早期博弈论基石之间的惊人联系。具体来讲，一阶逻辑的排中律表明证实者总是可以赢得形如 $\varphi \vee \neg \varphi$ 的博弈。而按照上面的规则变形为博弈，排中律则是说在赋值博弈中对于任意公式 φ，证实者与证伪者之一具有制胜策略。这一“确定性”可通过有穷深度－零和－双玩家博弈的策梅罗定理加以证明，而该定理本身又可以由排中律加上某个逻辑有效的博弈变形而得到[②]。于是，语义赋值及程序意义下的语言意义符合经典的博弈论——对其联系 van Benthem（1999）中有详细阐述。

特别是，以此方法看来，自然语言语义学中的主要问题都以有趣的方式与关于博弈的基本问题相符合。下面就是一个例子。我们已经说过，在形式语言中应用逻辑运算可以作为一个模型而用于自然语言中的语句构造。由此产生的最著名的语义问题就是关于组合性的弗雷格原则：任意语言表达式的意义都可以一步步地加以确定，并与其语法成分的构成相一致。博弈在这里也提供了一个新鲜的视角。正如前文所述，逻辑运算对应于赋值博弈中的步骤——然而我们也可以不同的方式对上述情境加以陈述，因为它与所涉及的具体博弈无关。析取与合取确实是相当一般的博弈运算，将两个博弈 G 和 H 复合为一个以某个玩家首先选择其一而开始的选择博弈 $G \vee H$ 或 $G \wedge H$。类似地，由否定可以得到任给博弈的对偶博弈。于是，语言组合性问题变成了博弈代数问题，而相关的定律则由很自然的博弈运算满足。例如，van Benthem（2003）说明了，在一阶逻辑之下的完备博弈代数为何是由布尔代数的原则加上如下博弈定律得到的可判定复合物：具有左分配律但无右分配律的序列复合博弈运算 G，H。因此，如果将自然语言的赋值严格视为多主体程序，那么对于由用于简单语言表达式的博弈生成出复合情形的自然运算，我们必须理解其代数结构。

16.4　不完美信息与依赖性

然而 GTS 中的逻辑赋值博弈还具有来自现实博弈论的更为有趣的特性，亦即不完美信息。标准的逻辑博弈，以上文的赋值博弈为主要例子，假定了完美的信息：玩家可以观察到走过的每一步，不确定的地方仅在于尚未进行的将来步骤。桑杜是对此进行推广的主要研究者，但他在语义赋值的过程中舍弃了完美信息。

---

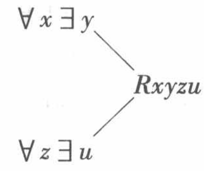
① 最近战略性的 Eurocore 项目“LogICCC：人文、计算和社会科学的智能互动建模”就是为这一领域付出的努力。

② 其他逻辑语言的赋值博弈可能会具有高得多的复杂性，并可能包含无穷历史——如模态 μ-演算的情形（Bradfield and Stirling，2006）。

自然语言中的量词序列有时呈现出不同的具有依赖性或独立性的类型，而假定已被选择过的对象不可再选似乎是非常自然的。使用“友好独立的逻辑”（“*IF* 逻辑”）的“斜杠记法”，如下序列

$$\forall x \exists y \forall z \exists u / x\ Rxyzu$$

表达二维“分支量词”：



其为真当且仅当证实者具有由对证伪者所选对象的应对而组成的制胜策略，其中对 u 的选取仅仅依赖于对 z 的选取。在此情境中，赋值博弈不再是确定的，它们可能甚至仅仅具有随机策略中的混合均衡，这就把概率引入了逻辑的内宅。存在着大量的技术文献讨论对经典赋值博弈的这种推广，但其博弈内容却仍在争论之中，而辛梯卡并未重视原初的博弈动机。事实上，*IF* 逻辑激发了 Hodges（1997）将数学分析作为广义谓词逻辑的研究，而 Väänänen（2007）提取出其中的依赖性的抽象逻辑而并未给出特殊的博弈模型。

但是这个问题尚无定论。例如，van Benthem（2003）用一个新的博弈运算——两个博弈同时进行而无直接交流的*并行积* $G \times H$——分析了分支量词①。这一步骤对于自然语言之所以是有意思的，原因之一如下。这一研究表明 *IF* 逻辑在根本上是非组合的，其困难之处与在不完全信息博弈中缺乏自然的“子博弈”有关（Osborne and Rubinstein，1994）。而引入并行积运算使得作为基础的博弈代数重新具有了组合性。桑杜的文章实际上讨论了近来关于 *IF* 的另一种博弈论取向，更多地来自于程序语言的博弈语义学。Abramsky（2006）在 *IF* 逻辑同线性逻辑的并行积允许直接交流的片段之间建立了联系，将某个子博弈的步骤复制到另一个。总而言之，自然语言的赋值程序背后的完备多主体博弈代数似乎仍然是开放性问题，尽管今天我们在“语言博弈”上已经比 20 世纪 50 年代拥有无法比拟的更为深入的数学领会。

16.5 哪些博弈对自然语言“彰显价值”？

故事进行到现在尚未穷尽各种已经或可被用于自然语言的博弈。此外还有一

① van Benthem 等（2007）给出了它的完备博弈逻辑和代数。

大堆的博弈可作为候选，反映了语言研究拥有许多不同层次。

16.5.1 逻辑博弈

首先，存在着许多逻辑博弈，有些正如赋值博弈用于模型 M 下的语句 φ 一样适用于自然语言。然而在许多日常交流中，根本就不存在可以用于被描述情形的模型。使用“一致性管理”似乎要现实得多。我们在听到说话者所言之后，总是尝试将其与一致的“语篇表示结构”或更抽象的语义信息状态综合到一起，除非继续更新的压力过高——那样就出现了对话坍塌。但就一致性管理而言，模型构造的逻辑博弈（为公式集建立模型，参考 Hodges（1997）、van Benthem（2003））可能会合适得多。在自然语言的语义学中，相应的区别出现在“赋值动态”（如在 DPL 那样的系统中）同“解释动态”之间，后者可被视为构造一个模型或是当前语境下适用的“语篇表示”[①]。

有意思的是，从逻辑的观点看，建模博弈与用于证明的对话博弈紧密相连。前文已经提到，这些在 Lorenzen（1955）中已有介绍，该书中试图将推演 $P \Rightarrow C$ 的逻辑有效性解释为：前提 P 下的结论 C 的拥护者驳倒任意反对者的论证或辩论中制胜策略的存在性。由此引出了语言和交流的推演观点的全部问题，本文不再赘述。历史上，通过 Blass（1992）这一中间阶段，洛伦岑对话博弈最终导向线性逻辑和阿布兰姆斯基式程序语言的博弈语义学。于是，这跟桑杜试图与 *IF* 逻辑联系起来的博弈在理念上其实有很大不同——但通过“证明论”或范畴论语义学可在两者之间建立联系（Abramsky，2008）[②]。

16.5.2 信号博弈

按前文所述，现在将来自帕瑞克、范罗亦以及其他一些人近期研究的信号博弈加入考虑之中。桑杜为此制造了一个简单而初步的无缝联结，但我怀疑其情境的一致性。信号博弈事实上表达了一种非常不同的语言运用情境，比逻辑博弈更为优先。逻辑赋值博弈在如下两条已经确定的前提下方能运作：①逻辑运算的意义；②谓词和对象名字等基本词项的指称。而信号博弈一开始就是要确定上述②，甚至也包括①，首先是它们之间的联系。

现在在标准的交流情境中可以假定这一初始阶段已经完成，于是出现了全局

---

① 事实上，van Benthem 和 van Eijck（1982）已经提出，针对辛梯卡的自然语言观点的适当反应是采用语义表列方法而非语义模型检测方法的建模博弈。

② 对自然语言解释的这种态度似乎同范畴语法及其在 λ-演算中的语义学更为接近，参考 van Benthem（1991）、Moortgat（1997）的记著。

的（或至少是局部的）“语言学约定”。在这种情况下，我们可以关注更高级的任务，做出断言，并说服他人。但也可能出现两个任务相谐的情形，如创建右指链接时并无固定的约定意义。桑杜的讨论对此颇为关注，我也没有更多的内容要说①。即便如此，说我们并没有逻辑博弈和信号博弈的综合技术理论倒也是相当公平的，而我也很好奇究竟用哪种方法将两者结合起来才好。我们是否需要一个自然语言的博弈代数以便可以将风格迥异的博弈组合起来？

最后，从自然语言的观点来看，我们尚未完成日常会话情形的全景。也许需要有博弈用于修改词项意义和已被理解的表达式的真假。但即使实现了所有这些，“会话博弈”也才刚刚开始，因为还需要传递信息、试图说服别人，总的说来就是深化自己的（也许还包括他人的一些）目标。这是属于荷兰式的逻辑学家们已经发展出来的用于分析信息更新、信念修正的“动态认知逻辑”大家族的领域（参考 Baltag 等（1998）、Gerbrandy（1999）、van Ditmarsch 等（2007）、van Benthem 等（2006））。这些系统已经拥有了博弈论解释（van Benthem，2001，2007），且近来转向于处理将偏好改变的动态逻辑赋予理性主体（参考 Liu（2008）、Girard（2008）和 Roy（2008）等学位论文）。

然而，会话和交流也是博弈论者们单独的竞技场，以前文已出现的 van Rooij（2002b）以及 Feinberg（2007）新近提出的会话信号博弈为证。当然这里依然可以发展出一种介于逻辑和博弈论之间的接口，而这目前尚未出现。

16.5.3 长期性：语言群落

最后，博弈和自然语言之间还有另一个层次进行结合。前文已经讨论过单个表达式的词义指派与组合性的语义学，也讨论过对真、论证或信息流的检测。但这些都只是运行于更广阔的、潜无穷的程序（即具有历时约定的语言群落中的自然语言使用）背景之上的短期程序。套用计算机科学的术语来讲，前者是一直运行的自然语言“操作系统”，而后者只是具体任务的特殊目的终止程序。信号博弈在这里仍是相关的，它们已经被应用于各种各样的问题，如语用学中的格莱斯范式（van Rooij，2002b）、警告信号或是论证策略（Rubinstein，2000）。

在这些情境之中出现了从单个博弈到具有无穷运行序列的叠置博弈的很有意义的转变。情境中通常包含了关于应对脱离均衡之“入侵者”的生物适应性和进化稳定性的思想实验。这仍然与博弈和自然语言有关，但是却拥有解释语言行为全局（而非局部）特征的很不一样的研究议程。这是它与逻辑博弈的显著区

① 其他很自然的例子出现于“双向优选理论”的语义情境中，该理论已不局限于指代了。

别，包含了用于计算均衡的相当动态的系统理论。即便如此，讨论它们之间的联系终究还是有意义的。无穷博弈，如重复的囚徒困境，是由简单的基础博弈叠置得到的，因此博弈构造的离散代数在此情形下依然有用。此外，逻辑博弈常常是无穷的，这在线性逻辑及与之有关的程序语言的博弈语义学中最为明显。即使采用更为狭隘的逻辑视角，关于推理实践稳定性的问题也跟在语言学约定中同样有意义。

因此，如果不谈目前的文献在重点和风格上的概念性和技术性差别，逻辑和博弈论在自然语言领域的碰撞远未终结。

16.5.4　自然语言游乐场：博弈的旋转木马

文章开始时提到自然语言的三个方面：语法学、语义学和语用学。到这里已经清楚关于“语言学”可以提出很多层次的语言运用问题，可以寻求成功对话的简短解说，以及最终关于使语言群落凝聚在一起的粗略范式和约定的存在性。此外也似乎已经弄清楚，不管是来自内在逻辑的博弈还是直接由博弈论得到的博弈，在这里都具有引人注目的用途：明确显示出语言运用的交互多主体特性。

但全景图到底是怎样的？我已将自然语言描述为博弈的旋转木马，在此你可以从一个行为走向另一个，并顺序进入相关联的博弈。是否存在着一个统一的原则，或者是“超级博弈”？是应该在数学中的某个“深入博弈代数”的层次，亦或是在现代人的交流特性中找寻线索？我也没有答案，但我认为这些问题值得去思索，如果“博弈与语言”并不仅仅是一堆离散的先进技术而已。

16.6　尾声：那么“博弈逻辑”又是什么？

许多人都听说过成果累累甚至孕育出诺贝尔奖的“逻辑与博弈论”领域，而上文的故事就可能会使人迷惑了。本文已经讨论过的是基本语言和逻辑行为的博弈论模型。但它们之间也还存在一种完全不同的接口：逻辑与语言扮演传统角色，即用于描述和分析博弈形式、策略、信息以及主体的推理。这其中包含了认知逻辑、信念逻辑和动态逻辑，提供了对诸如理性及其相关的博弈解决程序等概念的分析。在此外观之下，逻辑之于博弈论与其之于计算机科学中的多主体系统或过程理论一般无二。事实上，这种对逻辑技术的更为传统的运用，形成了我个人在阿姆斯特丹的逻辑、语言与计算研究所（ILLC）研究工作的主要推动力，

而博弈则是用作想要通过逻辑来刻画的丰富的、直观上吸引人的智能交互模型[①]。计算机科学家采用博弈论作为更丰富的计算模型（Grädel，2004），哲学逻辑学家将博弈论作为具体的理性模型（Stalnaker，1997），也是在此意义下进行的。所有这些联系都可以在逻辑保持其标准的语义和证明论外观的情况下发生。当然，博弈论的观点也能够如此通达逻辑，确实也这么做了——但逻辑没有必要“让”博弈论“成为其骨架”，然后再通过一系列博弈重新得到其自身（如同前文所建议的那样）。

不过，后面这种更激进的观点也可以在逻辑史中找到其基础。这一观点形成了 Abramsky（2008）所说的*作为具体进程的逻辑*，而不是作为外在进程描述的逻辑[②]。两个方向实际上是有关联的。我们可以使用标准的逻辑语言来描述博弈，然后用博弈来重新翻译原来的逻辑语言。其结果是一个奇妙的循环——*旋转木马*？——两个领域各以对方为轴欢快地旋转。我发现这种交互的观点与本书的精神十分契合。

参考文献

Abramsky S. 2006. Socially Responsive, Environmentally Friendly Logic. In: Aho T, Pietarinen A, eds. *Truth and Games. Acta Philosophica Fennica*, 78: 17 ~ 46.

Abramsky S. 2008. Information, Processes, and Games. In: Adriaans P, van Benthem J, eds. *Handbook of the Philosophy of Information*. Amsterdam: Elsevier

Baltag A, Moss L, Solecki S. 1998. The Logic of Public Announcements, Common Knowledge, and Private Suspicions. In: *Proceedings TARK*: 43 ~ 56

Blackburn P, van Benthem J, Wolter F, eds. 2006. *Handbook of Modal Logic*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers

Blass A. 1992. A Game Semantics for Linear Logic. *Annals of Pure and Applied Logic*, 56: 183 ~ 220

Bradfield J, Stirling C. 2006. PDL and Modal μ-Calculi. In: Blackburn P, van Benthem J, Wolter F, eds. *Handbook of Modal Logic*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers

Clark H. 1996. *Using Language*. Cambridge: Cambridge University Press

Dekker P, van Rooij R. 2000. Bi-Directional Optimality Theory: An Application of Game Theory. *Journal of Semantics*, 17: 217 ~ 242

Feinberg Y. 2007. Meaningful Talk. Present volume

Fraïssé R. 1953. *Sur Quelques Classifications de Systèmes de Relations*. Thesis, University of Paris

① 参考 van Benthem（1991）、van Benthem（2006）以及 LogICCC 团队“互动的逻辑”的众多欧洲项目。

② 课程讲稿《博弈中的逻辑》（van Benthem，1999）称之为“逻辑博弈”，而非，“博弈逻辑”。

Gerbrandy J. 1999. Bisimulations on Planet Kripke [Dissertation]. Universiteit van Amsterdam

Girard P. 2008. *Modal Logic for Preference and Belief Change.* Dissertation, Universiteit van Amsterdam and Stanford University

Grädel E. 2004. Games and Automata for Synthesis and Validation. ERCIM News No. 57

Gärdenfors P, Warglien M. 2006. Cooperation, Conceptual Spaces, and the Evolution of Semantics. In: Vogt P, et al., eds. *Symbol Grounding and Beyond.* Springer

Hintikka J. 1973. *Logic, Language Games and Information.* Oxford: Clarendon

Hintikka J, Sandu G. 1997. Game-Theoretical Semantics. In: van Benthem J, ter Meulen Ak, eds. *Handbook of Logic and Language.* Amsterdam: Elsevier. 361 ~ 410

Hodges W. 1985. *Building Models by Games.* Cambridge: Cambridge University Press

Hodges W. 1997. Compositional Semantics for a Language of Imperfect Information. *Logic Journal of the IPGL*, 5: 539 ~ 563

Jaeger G, van Rooij R. 2007. Language Structure: Psychological and Social Constraints. *Synthese*, 159: 99 ~ 130

Lewis D. 1969. *Convention.* Harvard University Press

Liu F. 2008. *Changing for the Better: Preference Dynamics and Agent Diversity* [Dissertation]. Universiteit van Amsterdam

Lorenzen P. 1955. *Einführung in die Operative Logik und Mathematik.* Berlin: Springer

Moortgat M. 1997. Categorial Type Logics. In: van Benthem J, ter Meulen A, eds. *Handbook of Logic and Language.* Elsevier: 93 ~ 177

Osborne M, Rubinstein A. 1994. *A Course in Game Theory.* Cambridge, MA: The MIT Press

Parikh P. 1991. Communication and Strategic Inference. *Linguistics and Philosophy* 14: 473 ~ 513

Parikh P. 2000. *The Use of Language.* CSLI Publications

Parikh R. 1985. The Logic of Games and its Applications. *Annals of Discrete Mathematics*, 24: 111 ~ 140

Pauly M, van der Hoek M. 2006. Modal Logic of Information and Games. In: Blackburn P, van Benthem J, Wolter F, eds. *Handbook of Modal Logic.* Amsterdam: Elsevier Science Publishers

Roy O. 2008. *Intentions and Plans in Decision and Game Theory* [Dissertation]. Universiteit van Amsterdam

Rubinstein A. 2000. *Economics and Language.* Cambridge: Cambridge University Press

Schelling T. 1960. *The Strategy of Conflict.* Cambridge, MA: Harvard University Press

Stalnaker R. 1997. Reference and Necessity. In: Hale B, Wright C, eds. *A Companion to the Philosophy of Language.* Oxford: Blackwell

Stalnaker R. 1999. Extensive and Strategic Form: Games and Models for Games. *Research in Economics*, 53 (2): 93 ~ 291

van Benthem J. 1991. *Language in Action: Categories, Lambdas, and Dynamic Logic.* Amsterdam: Elsevier

van Benthem J. 1999. *Logic in Games*, *Lecture Notes*. Institute for Logic, Language and Computation ILLC, Amsterdam

van Benthem J. 2001. Games in Dynamic Epistemic Logic. In: Bonanno G, van der Hoek W, eds. *Bulletin of Economic Research*, 53 (4): 219 ~ 248

van Benthem J. 2003. Logic Games are Complete for Game Logics. *Studia Logica*, 75: 183 ~ 203

van Benthem J. 2006. Logical Construction Games. In: Aho T, Pietarinen A, eds. *Truth and Games*, *Acta Philosophica Fennica*. 78: 123 ~ 138

van Benthem J. 2007a. Logic, Rational Agency, and Intelligent Interaction. In: Westerstahl D, et al., eds. *Proceedings of Beijing Congress on Logic*, *Methodology*, *and Philosophy of Science*. London: College Publications

van Benthem J, Ghosh S, Liu F. 2007. Modeling Simultaneous Games with Concurrent Dynamic Logic. In: van Benthem J, Ju S, Veltman F, eds. *A Meeting of the Minds. Proceedings LORI Beijing* 2007. College Publications: 243 ~ 258

van Benthem J, ter Meulen A, eds. 1997. *Handbook of Logic and Language. Amsterdam: Elsevier*; Massachusetts: The MIT Press

van Benthem J, van Eijck J. 1982. The Dynamics of Interpretation. *Journal of Semantics*, 1 (1): 3 ~ 20

van Benthem J, van Eijck J, Kooi B. 2006. Logics of Communication and Change. *Information and Computation*, 204: 1620 ~ 1666

van Benthem J. 2007b. Logic Games: From Tools to Models of Interaction. In: Gupta A, Parikh R, van Benthem J, eds. *Logic at a Cross-Roads*. Mumbai: Allied Publishers

van Ditmarsch H, van der Hoek W, Kooi B. 2007. *Dynamic Epistemic Logic*. Synthese Library Series, Vol. 337. Springer

van Rooij R. 2002a. Optimality-Theoretic and Game-Theoretic Approaches to Implicature. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*

van Rooij R. 2002b. Signalling Games Select Horn Strategies. In: Katz G, Reinhard S, Reuter Ph, eds. *Sinn und Bedeutung VI*. Proceedings of the Sixth Annual Meeting of the Geselschaft für Semantik. University of Osnabrück: 289 ~ 310

Väänänen J. 2007. *Dependence Logic: A New Approach to Independence Friendly Logic*. Cambridge: Cambridge University Press

17 相互作用下的认知*

傅庆芳/译　王　轶/校

17.1　引言：从孤立的认知行为到社交技能

就伊庇鲁斯的皮洛士国王①所生活的年代而言，他是当时受过最好教育的将军之一。为了他那出名的远征，他率领军队横渡大海到达意大利。对塔林敦附近一个罗马驻军营地的初步侦察，极大地改变了他对敌军的看法（Plutarch. *Pyrrhus*. Harmondsworth：Penguin Classics，1973）。

他们的纪律、他们的值班安排、他们有计划的活动以及他们的营地管理等，这些都使他印象深刻和震惊——同时他对他最亲密的朋友评论道："他们或许是野蛮人；但是他们的纪律一点也不野蛮。"

这就是通常能在最好的和最令人惊叹的程度上显示人们的认知能力的有头脑的社交生活。但是认知科学的教科书大多强调单个主体所运用的认知工具：推理、感知、记忆或学习。而且在神经科学的影响下，这一现象甚至变得更加突出，因为个体身体内的大脑工作过程是目前能用严格的科学方法进行研究的唯一清楚的对象。普罗泰格拉的著名论断是："人是万物的尺度。"许多神经科学家甚至可能会说，万物的尺度只是人的大脑。相反，这篇相当简短的论文将为认知的不可简化的社会性作辩护，其论据是人们交流和相互作用的方式。即使在物理上，许多物体的相互作用也可以形成新的物体，如一个太阳系。当许多有心力智慧的人聚集在一起时，这当然更可能是真的！或许就相互作用的认知行为而言，

---

* Cognition as Interaction. In：Bouma G，Krämer I，Zwarts J，eds. *Cognitive Foundations of Interpretation*. KNAW Amsterdam，2007. 27～38

① King Pyrrhus of Epirus，一般称为皮洛士（或皮拉斯）国王，公元前318～前272年，他曾任伊庇鲁斯国王，是罗马称霸亚平宁半岛的主要敌人之一——译者注。

最简单的且也是最令人吃惊的例子就是会话中的语言使用。在后面论述中的，这将会是我们的关键例子。

17.2 问题、回答和语言使用的范围

在现代的逻辑学和语义学中，语言使用的动态性已经成为人们关注的焦点。对于个体言语行为，我们只能根据主体相互间的共同信息进行理解，更一般地讲，就是根据主体间*相互作用*的结果进行理解。考虑一段简单的对话：

Q：“荷兰皇家科学院（KNAW）是在这条运河上吗?”

A：“是的”。

这里，问话人 *Q* 传达这样的信息，即她不知道答案，并且还可能她认为回答者 *A* 可能知道答案。*A* 给出答案后，*Q* 不仅了解到这条运河确实是荷兰皇家科学院的所在地这个事实。同时，她还知道 *A* 知道那个地方，甚至她也知道 *A* 知道现在她知道了，如此等等。理论上讲，这两个主体已经达成可在任意程度上相互叠加的*公共知识*。

现在，这段简单的交流语言使用片段依赖于一个长得多的自然链条，这个链条由一些相互连接的认知能力所组成。首先，在处理所陈述的信息之前，我们需要理解主体说了什么。这很少是某个纯粹的单个主体的事情，而是一个包含实现说话者和听众间的含义均衡的解释过程。双向最优理论对这个过程进行了部分描述，但是，对这里关键的更高水平上的相互作用，如 Parikh（2002）和 van Rooy（2004），却使用更丰富的博弈理论对其进行解释。其次，成功的*交流*要求对预设和各种言语行为的效果进行说明。当我们使用某种独特的语言造句结构时，哪些信息恰好被正确地传递了呢？这可能比上面给出的基本情节复杂得多。例如，在一间教室里，如果 *Q* 是老师且 *A* 是学生，我们不会预期 *Q* 不知道答案，而且我们显然也不期望 *Q* 幻想 *A* 是“知识丰富的”。另外，只有当个体问题的背后有明白的意图时，这些问题才有意义。这将把我们引向这样的会话：有策略地反复提问和回答，以及通过适量地透露内情和掩盖信息来达到想要的效果和实现谈话目的。会话属于*策略博弈*的层面，并且同样地，它们在主体的提供信息和接受信息之间达到某种博弈均衡。但是，博弈行为仍然只是更长串的语言行为中的一个个片段，且还包含随时间流逝而累积的记忆。例如，关于我们的会话伙伴是否可靠的想法，就可能需要对许多过去的经验和将来的预期结果进行编码。因此，我们进入对长期的*协议和学习*的时态分析（这一主题）。超出集体水平和单个主体的一生这些情况，我们甚至也可以考察社会中长期性的语言实践，乃至考察语言变化的进化过程。这些长期现象超越了标准逻辑的研究范围，并且最终包含*动态系*

统的数学。

我自己目前的主要兴趣大部分集中在这个领域的中间层面，即信息更新、信念修正和博弈。这个领域的研究经验表明了两点。首先，已经有创造精密理论所需要的足够元素——但是，这些理论还需要从相当广泛的学科领域，如语言学、哲学、逻辑学、计算机科学、经济学和认知心理学中寻找线索。下一节将以一个逻辑学家的视角，提供一些这种汇合的具体例子。

17.3　交流的动态认知逻辑

交流包括信息更新。为了能用精确的术语描述这些过程，我们需要对认知群体的信息状态以及使这些状态中的一个转变成另一个的那些基本的、复杂的行为进行说明。逻辑技术对于实现这一目的似乎是相当有用的。

17.3.1　认知逻辑

为了分析上面的问答片段，我们将使用一个源于哲学传统的众所周知的系统，即*认知逻辑系统*——它最初被用做分析认识论的概念和论证的工具。通过一些自明的符号，下面给出关于我们的问答片段的一些基本特征：

Q 问了一个事实性的问题：“P?”

A 真实地回答：“是的。”

为了给出一个真的回答，A 必须知道 P：$K_A P$。

那么，一个正常合作的问答会有两个预设：

(1) Q 并不知道 P 是否为真：$\neg K_Q P \wedge \neg K_Q \neg P$。

(2) Q 认为 A 知道 P 是否为真是可能的：$\langle Q \rangle (K_A P \vee K_A \neg P)$。

得到答案以后，P 变成了公共知识：$C_{\{Q, A\}} P$。

17.3.2　信息更新

另外，因言语行为的出现而产生的更新，会改变相关的*信息模型*。这里以一个简单的初始状态模型 M 为例，在该模型中命题 P 成立，但是 Q 并不知道命题 P 成立（图 17-1）。

两个世界间的连接线表明认知主体 Q 在初始状态下的不确定性。认知主体 A 的两个世界间是没有这一条连接线的，这表明 A 知道命题 P 是否成立。通过这个模型，认知主体 Q 显然知道 A 的这两个世界之间没有这一条连接线，因此 Q 确实知道 A 知道命题 P 是否成立。然后对应于认知主体 A 的一个表明 P 成立的公开宣告 P!（这也就是上面的答案“是”的逻辑内容）的更新，我们把右边的¬

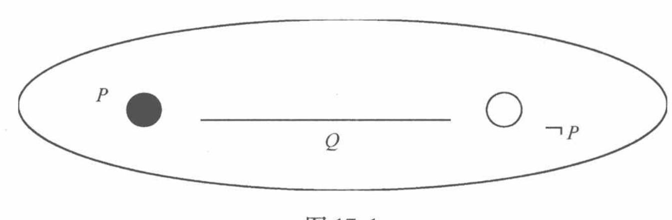


图 17-1

P 世界从这个模型中消除，只留给我们一个如图 17-2 所描绘的情形。

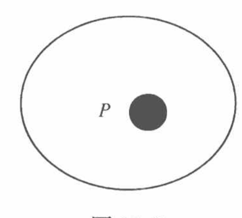


图 17-2

这个新的模型通过图表表明两个认知主体都知道命题 P，并且命题 P 确实成为了两人的公共知识。至于这里的整个过程，公开宣告通过世界的消除改变现有的信息模型。

17.3.3　动态认知逻辑

认知逻辑描述主体在信息处理过程中的静态的中间阶段都知道些什么。但事实上，是改变状态的行为本身具有首要意义。为了重点研究这种行为，人们可以从计算机科学借用一种观点，即程序的动态逻辑，这些程序可以解释为一些改变某个计算装置状态的行为。一个组合的动态认知逻辑具有同时包含认知算子和行动模态词的公式。对于这些公式，我们可以用某个特定世界 s 上的认知模型 M（图 17-1）进行解释，同样地，事实和主体的性质也都将得到解释——这就像是以 s 为立足点进行观察。尤其是动态行为模态词［$P!$］ϕ，它将描述陈述某些事实后得到的更新后的模型会发生什么变化：

$M, s \models [P!]\phi$　当且仅当 如果 $M, s \models P$，那么 $M \mid P, s \models \phi$。

该真值条件句的右边是说：在宣告命题 P 为真的行为产生了模型 $M \mid P$ 以后，公式 ϕ 在模型 M 中的世界 s 上为真。更复杂的动态认知公式 ϕ，则描述在发生宣告行为后主体知道（或不知道）什么：

$[P!]K_i\phi$　　在宣告命题 P 成立后，主体 i 知道 ϕ，

$[P!]C_G\phi$　　在宣告命题 P 成立后，ϕ 成为公共知识。

通过这种方式，我们得到了一个描述交流效果的逻辑系统。它的有效规则集被认为是简单地可公理化的，并且从理论上讲，通过计算机上的机械算法，它甚至是可判定的。在 20 世纪 90 年代，普拉热、赫布兰第和范迪特玛施等在这种动态认知逻辑范式下取得了重要进展，Baltag 等（1998）则做出了开创性的贡献。想要了解这方面的技术研究状况以及与此相关的一系列未解决的问题，可以参考 van Benthem（2002，2004a，2006）的文章。

基于我们这里的目的，或许主要值得关注的是：仅仅在一个描述交流效用的动态认知逻辑公式 $[P!]\ K_i\varphi$ 中，就有学术文化的汇聚现象。在语言哲学中，奥斯汀和塞尔率先对像 $P!$ 这样的言语行为进行系统研究。至于知道算子 K 的研究，则可以追溯到辛梯卡在哲学逻辑和认识论方面的工作。动态逻辑算子 [ ] 则源计算机科学与数学中的研究传统下的霍尔、普拉特和许多其他的研究者。最后，通过这种方式进行的关于交流的研究，更像是一个社会科学课题。因此，人文科学、自然科学和社会科学在这一个地方相遇了。C. P. 斯诺对于这“两种文化”间的裂缝深表痛心，但是它们还是在某个没有预料到的地方相遇了。

17.3.4　获益：新问题

让我们更详细地考察这个多学科交叉的汇聚点。逻辑系统为研究那些在以前不是清晰可见的现象提供了一副透视镜。例如，类似于公开宣告命题 P 这样的言语行为的普遍效果会是什么呢？似乎这总是能产生公共知识，这反映在如下的动态认知公式上，具体为

$$[P!]C_G P$$

但是，把这作为交流的正确的逻辑规则是有问题的。退回到早先的分析哲学，G. E. 摩尔曾经给出著名的“真的但不合适的”句子。例如：

“P，但是我不相信 P。”

在交流中，这样的句子似乎是不合适的。特别地，若在认知逻辑中给定某些极小假设，人们绝不可能知道类似于 $P\ \&\ \neg KP$ 这样的逻辑命题。这一现象从哲学到数学都一直是一个难题，如著名的泥孩难题，类似的问题还有“帽子”、骗人的主妇等。有一群孩子，他们要么额头上有泥巴，要么是干净的，其中的每一个孩子都只能看到别人的额头上是否有泥巴，但是他们看不到自己的额头。现在他们的父亲公开地告诉他们至少有一个孩子的额头上有泥巴。刚开始每个孩子都说不知道泥巴是否在他们的额头上。随着提问的开始，哪个孩子会知道自己的额头上是否有泥巴呢？这个提问和回答的过程是可以反复进行的。若要每个孩子都知道自己的额头上是否有泥巴，则至少要进行一轮问答。例如，在一群孩子中，他们总共有三个人，其中的两个孩子额头上有泥巴。带泥巴的孩子在进行一轮问答后

就可以知道他们自己的情况：

> 如果我是干净的，我看到的带泥巴的孩子就只会看到两个干净的孩子在她的旁边，并且她马上就会知道自己额头上有泥巴。但是现在她不知道自己的情况。因此，我一定也是有泥巴的。对于这两个额头上有泥巴孩子来讲，这个推理过程是对称的——他们两个通过第二轮问答就能知道自己的情况。而在这两个孩子都宣告自己额头上有泥巴后，第三个孩子只需要通过一轮问答就可以知道自己的情况了。

因此，在这个过程中，上一个不知道情况而没有说出来的断言（即知道自己额头上有泥巴）使得自身的否定（不知道额头上是否有泥巴）成为公共知识。Fagin 等（1995）给出了关于这类难题中的推理的重要应用，即用于理解分布式主体交换信息时的计算过程。在动态认知逻辑中，关键是任何带有事实性断言的真宣告（$P \& \neg KP$），它使得合取符号左边的 P 成为公共知识，进而使得合取符号右边的 $\neg KP$ 为假。这种现象很普遍。van Benthem（2004b）表明证明论中的“非奇悖论”也有同样的困难。这个悖论是说，“每一个真的命题是可以学习的”这样一个看似可行的原理不能保持一致性。就逻辑本身而言，这提出了一个重要的技术问题，即只有那些命题 P 在被宣告是真的以后可以成为公共知识。对此，van Benthem（2002）提供了部分结果，但是目前这个问题仍然是开放的。

17.3.5 通常的交流更新

前面的例子表明，即使是像公开宣告这样简单的事情，其中也会潜藏一些意想不到的难题。但是当然了，还存在许多更深层次的交流类型。我们似乎非常擅长于提供部分信息，并确保只有那些合适的对象才能了解我们想让他们知道的东西，同时其他人却不知道这些东西。这就产生了安全、隐瞒、撒谎等问题以及一些更隐蔽的可以润滑文明社会生活的交流技巧。此外，信息也不只是通过言语行为进行表达。就我们获取信息的途径而言，它们还可以是通过纯粹的观察，或者通过对我们已知的东西进行推理。所有这些信息源是可以相互缠绕的，并从一种形式转换成另一种形式。如果我想知道扑热息痛药是否在荷兰皇家艺术与科学研究院附近出售，则有几种方法：或者可以通过翻阅我管理的荷兰皇家科学研究院文件，从我的大脑内部推出结论；或者通过知觉考察荷兰皇家科学院所在地的那些房子；或者还可以诉诸于交流，即询问附近那些看起来比较可靠的人。存在更丰富的动态认知逻辑，它通过事件模型的更新至少可以同时处理交流和感知，包括部分的和隐瞒的。事实上，这就是 Baltag 等（1998）的主要创新。一旦有了这样的更精细的系统，我们就可以开始对整个人类交流行为进行考察，询问哪些任务比其他任务更困难，以及区分一种交流行为与另一种交流行为的复杂性的自然

界限又是在哪里。

17.3.6　三角关系：逻辑、认知和计算

这里所提倡的用于研究信息和交流的方法包括三个主要成分：逻辑提供理论，认知事实提供我们感兴趣的现象，第三部分则是某种计算类型。这种方法的影响是理论的：看看对从程序的动态逻辑中借用的观点的使用即可知——也是应用的。现如今，我们与机器的交流或许比和人类伙伴的交流来得更频繁，并且人造的虚拟现实也充斥在我们周围：在过去，当“单个头脑的”传统硬件还是城镇里仅有的游戏时，视觉计算机科学家就已经预测到如今的这种现象（Licklider，1965）。对我们来讲，逻辑理论、实验事实和计算设计之间的三角关系并不是关于多样性的某种令人懊恼的情形。这事实上反应了一个更深刻的、更丰富的见解。就该多样性现象而言，或许可以通过逻辑理论模型、或通过人类认知表征、或通过设计一些可在机器上运行的计算程序等，对自身进行证明。理解这种差异性和统一性并不会比理解三位一体概念更加困难。

17.4　从单个的行动到策略博弈

动态认知逻辑描述的个体的信息承载行为，会自然地导向认知现象阶梯中的下一个步骤。例如，人们擅长把所给的任一实际行为转变成某类博弈。

17.4.1　信息博弈

这里举一个例子。任何语篇的主题，以及与之相关的任何可接受断言的谈话空间，都会导致信息博弈。在这样的信息博弈中，每一个玩家在每一轮谈话中必须说一些有意义的话，并且目的是成为第一个知道真实情况的人。更复杂的例子可以在像“线索”博弈（van Ditmarsch，2000）这样的室内博弈中找到。“线索”博弈是指通过设计使得博弈保留令人愉快地参与的状态，尽管要想让这个博弈陷入彻底困境并不太难。

17.4.2　博弈论和动态认知逻辑

为了在谈话有目标且玩家对此都有意识的这样一个更丰富的背景下描述主体的行为我们就必须运用博弈论。说什么话最理想，依赖于我们之前所听到的以及我们的当前所计划的。这就要求玩家运用策略，且所有玩家的最好结果常常可以由通常的纳什均衡很好地加以表述。尽管这些均衡可以通过一般的技术（包括概率混合的策略）计算出来，但是它们的大部分结果的值是不为人知的，甚至在简

单的信息博弈中也是如此。而且就算是可以得到这些结果的值，博弈结果的值最多是这个过程的全局特征。因为在玩家试图计划他们的下一步骤的时候，他们正在观察整个博弈过程中的事件，所以动态认知逻辑增加了关于玩家的信息的微细结构。

17.4.3　信念修正

然而，在一个博弈中，信息更新不再是唯一相关的步骤。当证据与玩家的预期相矛盾时，他们必须还能够修正他们的信念。为了弄清楚这一点，考虑著名的蜈蚣博弈类型中的一个博弈。两个玩家 A 和 E，他们可以选择“向下”，或者选择“到对面”（图 17-3）。

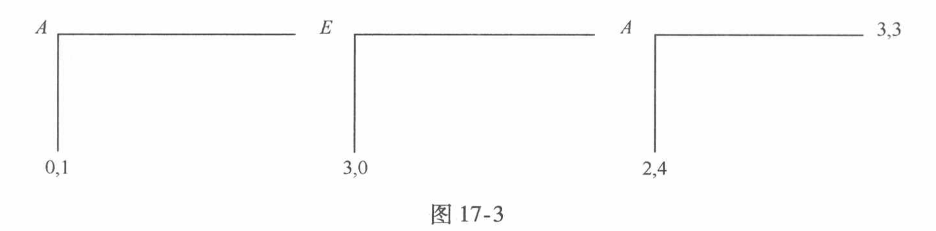


图 17-3

在上面图 17-3 的几个有序对中，E 的博弈结果在前面，A 的博弈结果在后面。在此场景中，博弈论的标准建议是通过“逆向归纳法”进行推理：

> 我们先分析 A 在末端上可能采取的行为，然后再一点点地往回一直逆推到出发点。在最后这点上，选择向下是对 A 有利的（这会带给他收益 4 而不是 3）。但是，因为 E 知道这一点（所以在 A 选择之前的那个点上），她会选择向下，因为向下走会带给她收益 3 而不是 2。但是那么，A 在博弈的出发点上也同样知道这个信息，A 就应该选择向下，因为这带给他收益 1 而不是 0。

这个推理尽管听起来有很强的说服力，但却有令人吃惊的结果，即其推理结果使得两个玩家的情况比让博弈一直进行到最右边的情况更糟糕。在更长一些的蜈蚣博弈中，收益的差异还会更令人吃惊。但是，一开始就选择退出的情况将会发生吗？逆向归纳法进行适用吗？这涉及一个预设，即标准的理性人都会选择能带给他们最大获益的策略。但是，这标准的理性人不是唯一可能的玩家。关于她的对手，E 可能还会有其它的信念，例如：

“A 是愚蠢的，或大方的，或喜欢冒险的”……

尤其会有下面这种情况：即使 E 的行为是从与标准预期一致的纯理性行为开始——在 A 选择到对面后，E 似乎有可能会改变她对 A 的信念。目前，就信息更

新而言，关于信念修正的最好的逻辑理论来自计算机科学，如人工智能中的推理（Gärdenfors and Rott，1995）。但是，这个理论也与认知科学中研究的信念修正有关（Castelfranchi，2004）。

17.4.4　主体的多样性

在更丰富的博弈理论背景下，对有很强的认知特点的交流和相互作用进行逻辑分析时，就会产生许多深层次的问题。特别地，主体们在他们的推理、观察能力、信念修正倾向（热切的或保守的）以及策略的纯粹灵活性等方面有明显的不同。因此，社会主体会在许多层面上显示出多样性，而逻辑系统则应该对此进行说明。关于这方面的最先尝试，可以参考 van Benthem 和 Liu（2004），文中比较了作为信息更新者的理想图灵机和有限自动机。举一个显著的例子，当遇到新的主体时，我们既需要确定他们处理问题的能力的类型，也需要确定一般行为的类型。在这个问题上，简单快速的结论并不总是可行的。例如，Axelrod（1984）探讨“一报还一报”（*tit-for-tat*）这类简单有限自动机的策略。在这种策略中，如果你在前一回合中采取“合作”，那么对方也将采取合作策略；如果你在前一回合采取“背叛”，那么对方也将采取背叛策略。在社会情境下的类似博弈中，阿克塞罗霍德解释了为什么一报还一报形式胜过那种惩罚和奖励过去行为的复杂得多的形式。类似地，运用线性逻辑对交互式计算所进行的复杂分析（Abramsky，2008）采用通常的*盲目模仿策略*，即模仿另一个玩家从一个博弈到另一个博弈中的步骤。当这些策略被恰当地组合在一起时，就会在复杂的博弈中引起惊人地能行的数学和计算的行为。计算这些场景可能是困难的，但*电影*为我们提供了有趣的例子。理解20世纪90年代的经典影视作品，如*《黑客帝国》*和*《记忆碎片》*，就要求在博弈论和逻辑学还没有研究过的地方的一种建模。

17.4.5　长期的步骤

最后，即使是通常所理解的博弈也只是一个更长时间表中的一个个小片段而已。在整个生活时段中，有穷的可终结的步骤与对于所有对实际目的而言是*无穷*的步骤并存，后者如我的电脑操作系统，或者我们的行为所依赖的全部社会约定。理解这样一个更广阔的背景，要求用*动态系统*的数学理论对动态认知逻辑和博弈论进行整合。现在这方面的尝试正在进化博弈论中进行，并且我确信在逻辑学中也会发生同样的事情。比较如下三种认知时序逻辑系统：Fagin 等（1995）、Parikh 和 Ramanujam（2003）、Belnap 等（2001）提供的系统。因此，在17.2节提及的认知现象的整个领域中，严格的数学模型和逻辑演算是一直存在的。

17.5　面向认知的真实状态

之前关于交流和博弈的逻辑的论述可以说明：在社会认知现象领域，存在许多有趣的结构有待我们去发现。然而，翻看过逻辑学、语言学、哲学和计算机科学等学科的相关研究文献后，我们可以公正地说：那里所论及的大多数“真实认知”是空话！在逻辑方面，即使是最具有革新精神的作者也很少有意愿去接触和面对实验证据。然而，这并不是因为此类接触毫无意义。事实上，如果我们打算走出来，并且观察人们是否真的是“如此地擅长”交流的微妙之处，或者甚至在那之前：人们实际上是如何做事情的——我们就可能处于许多新的惊奇之中。

长期以来，对这类问题没有进行研究的理由之一就是哲学偏见，例如弗雷格和他的追随者们所提倡的著名的反心理主义。这个观点自提出以来，就为许多主流哲学家和逻辑学家所接受。这允许他们可以使用真实生活例子的有趣之处来建立理论（并通过在此方向上提出一些令人瞩目的观点出售论文），但恰好在那时面临现实的威胁：舒适地退回到更加规范化或理论化的立场。就个人而言，我发现这种策略越来越空洞，并且几乎在理智上是不诚实的。但是比不诚实更糟糕的是：它变得令人厌烦，同时，真实地面对如上问题和实验事实的时机似乎成熟了。之前两节的大部分内容提出了实验性的问题，例如：

人们从各种类型的断言中得到了什么？

他们的谈话计划实际上是什么样的？

他们是如何应对多样性的主体的？

同时，另一方面，当从一种行为飞快地转换到另一种行为时（如从诚实的报告转向谎言），是否真的如计算理论所描述的那样他们感到有“复杂性障碍”呢？对此，实验性的博弈理论家已经向认知心理学迈进：语义学家、哲学家和逻辑学家很可能会追随其后。

此外，大部分相关的实验性素材唾手可及。我们可以通过如下方式得到相关数据，比如仅仅观察你的学生们玩关于10个孩子的泥孩难题（与泥孩类似的难题通常作为它们的附属物出现）的信息博弈；或者通过操纵规则让人们玩各种复杂程度的出名的博弈，例如从国际象棋到“战争游戏”中的步骤，此时的人们并不知道敌对方的筹码状况，我们也可以得到相关数据。做完关于动态认知逻辑的讲座后，我通常能从听众中得到有趣的反馈意见，他们告诉我在改进后的“使某些东西复杂化的”信息博弈中，他们是如何进行博弈的，如线索，会使得整个博弈变得更加有趣。有些变化在这里可以起作用，但是其他的却不行。例如，在已有的房间、人物和谋杀武器这三种类型中再增加进猜测动机作为第四个类型是

简单的——然而，允许某个“欺诈步骤”就会使得整个博弈几乎不可能成功地完成。这将有待于研究社会思想的认知科学家利用这个自然迹象，并且发现……

17.6　结　　论

本章尝试证明相互作用下的社会认知现象是重要的——同时，也证明它们都被赋予了足够丰富的逻辑－计算结构而有助于科学的分析。但是或许，纯粹的社会角度本身是值得强调的。对于认知研究中的“个人主义者”偏见，我总是感到十分惊奇。我们根据个体的能力考察语言，尽管存在通常的说话者与听众间的相互作用，尽管所教的真正的语言技巧是成功的交流，而不是在你的私人日记上写下语法正确的句子。在教授语言的同时，我们也在进行学习。我们对单个主体形成关于某个语法假设和一系列所观察现象的模型的行为进行建模。但是同样地，这只是关于教学的最显著的双主体的场景（即有一个学生和一个老师）的一个单维投射。我们的模型应该强调双主体场景，且之后也可以专门用于研究单维投射。最后，逻辑系统强调孤独的推理者，或者甚至像水晶一样清澈透明的证明，其中所有的人类（社交）活动已经用福尔马林药水冲洗掉了。但是当然，逻辑活动的原型是发生在相互作用的社会场景下的论证。

我接下来的主要观点是逻辑、认知和计算是三位一体的。我的确相信这是一条通常的进行认知科学研究的途径。首先，这三个领域常常经历同样的智力活动并非偶然。特别值得一提的是，在 20 世纪 80 年代，社会角度的观察在逻辑学和计算机科学中差不多同时出现。但是或许关于这种并列的一个更强有力的论证是深奥的、令人吃惊的新见解的出现。这里还是一个来自动态认知逻辑的例子。像泥孩这样的难题或复杂的谈话策略难题，包含可以用标准的程序结构“如果……那么……否则……，当……的时候就做……”（IF THEN ELSE，WHILE DO），它告诉人们说和问某些事情直到达成某种效果。目前 Miller 和 Moss（2003）已经表明：熟练掌握公共宣告逻辑的这类推理的复杂性是不可判定的。这似乎是一个完全否定的结果，但是他们的证明方法是相当有趣的。根据会话策略的设计，其目的为了达到在最后谁应该知道什么的具体认知目标，作者们表明如何得以对任意图灵机的行为进行编码（并且因此，与像停机问题这样的不可判定的问题相联系）。因此，从积极意义上来看这个结果则会发现：

计算和会话具有同等的处理能力！

与此类似的观点还允许我们用预料不到的方式观察熟悉的现象。计算的机器互相连接，同时交流的人们也要处理复杂的计算过程。天知道，我们甚至有可能利用上述的计算资源！这个共同点得到之前观察结果的支持，这些观察结果为：

目前我们正生活在一个包含各种不同类型主体的人机共存的社会中，并正在应付这个社会。毫无疑问地，我们这样做的能力构成了我们所拥有的最令人惊奇的认知技能之一——也是一种应该得到解释的认知能力！

认知的社会性方面最后一个吸引人的特征是它一直在我们的周围。刚一开始，这也许有点令人难以理解。在自然科学中，我们习惯于这样的观点：某些东西离我们太遥远以至于无法用肉眼观察，而且天文学家不得不通过发射火箭和其他昂贵的仪器来探索它们。但是社会认知可能会因为离我们太近而使我们不能直接地认识它的重要性和结构。可是一旦我们认识到这一点，我们就会发现整个社会就是一个巨大的认知实验室。我们不需要使用数十亿美元的机器强制基本粒子进行揭示其潜能和局限的加速循环。这些事情是自动发生的。只要想一下为了自由空间而创建的因特网（当然是一个数十亿美元的机器），以及玩各种信息博弈的主体，这些主体是通过使用他们的电子邮件和使用他们的按抄送或密送按钮达到各种复杂的认知效果！因此，这样的实验已经正在进行。现在我们必须去解读这些结果……

参考文献

Abramsky S. 2008. Information, Processes and Games. In: Pieter A, van Benthem J, eds. *Handbook of the Philosophy of Information*. Amsterdam: Elsevier

Axelrod R. 1984. *The Evolution of Cooperation*. New York: Basic Books

Baltag A, Moss L, Solecki S. 1998. The Logic of Public Announcements, Common Knowledge and Private Suspicions. *Proceedings TARK* 1998. Morgan Kaufmann, Los Altos, 43 ~ 56

Belnap N, Perloff M, Xu M. 2001. *Facing the Future*. Oxford: Oxford University Press

Castelfranchi C. 2004. Reasons to Believe: Cognitive Models of Belief Change. Ms. ISTC-CNR. Roma, Invited Lecture, Workshop *Changing Minds*. ILLC Amsterdam, October 2004

Castelfranchi C, Lorini E. 2007. The Cognitive Structure of Surprise. In: Hodges H, Hodges W, van Benthem J, eds, *Logic and Psychology*, Special Issue of Topoi. vol. 6

Fagin R, Halpern J, Moses Y, et at. 1995. *Reasoning About Knowledge*. Cambridge, MA: The MIT Press

Gärdenfors P , Rott H. 1995. Belief Revision. In: Gabbay D M, Hogger C J, Robinson J A, eds. *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming* 4. Oxford: Oxford University Press

Licklider J. 1965. Man-Computer Partnership. Palo Alto, Digital Systems Research Center, Also in International Science and Technology

Miller J, Moss L. 2003. The Undecidability of Iterated Modal Relativization. *Studia Logica*, 39 (3): 373 ~407

Parikh P. 2002. *The Use of Language*. Stanford: CSLI Publications

Parikh R , Ramanujam R. 2003. A Knowledge Based Semantics of Messages. In: van Benthem J, van Rooy R, eds. Special Issue on Information Theories, *Journal of Logic, Language, and Information*, 12 (4): 453 ~ 467

van Benthem J. 2002. One is a Lonely Number. In: Chatzidakis Z, Koepke P, Pohlers W, eds. 2006. Logic Colloquium'02, *Colloquium Logicum*. Providence: AMS Publications

van Benthem J. 2004a. A Mini-guide to Logic in Action. *Philosophical Researches*. Supplement, Beijing, 21 ~ 30, Chinese Academy of Social Sciences. Updated version in Stadler F, Stoelzner M eds. 2006. *Time and History*. Frankfurt: Ontos Verlag. 419 ~ 440

van Benthem J. 2004b. What One May Come to Know. *Analysis* , 64 (282): 95 ~ 105

van Benthem J. 2006. Open Problems in Update Logics. In: Gabbay D, Goncharov S, Zakharyashev M, eds. *Mathematical Problems from Applied Logic I*. Novosibirsk: Russian Academy of Sciences; New York: Plenum Press. 137 ~ 192

van Benthem J, Liu F. 2004. Diversity of Logical Agents in Games. *Philosophia Scientiae*, 8 (2): 163 ~ 178

van Ditmarsch H. 2000. *Knowledge Games*. Dissertation. DS-2000-06. ILLC Amsterdam and University of Groningen

van Rooy R. 2004. Signalling Games Select Horn Strategies. *Linguistics and Philosophy*, 27 (4): 393 ~ 450

附 录



附录一
英－汉专业术语对照表

A

a contrario，一个反面的论证
absolute adjective，独立形容词
abstract，抽象
  data types，抽象数据类型
  information structures，抽象信息结构
action modality，行动模态
acyclic，非循环的
additivity，可加性
admissible operation，可容算子
agency，主体性
agent，主体
almost-connected，似－连通的
amalgamation，合并
anaphora，回指
anaphoric connection，回指连接
anaphorically annotated，回指加注的
application，应用
argument，自变量，主目
  expression，主目表达式
  orders，主目序
arrow model，箭头模型
assertion，断定
asymmetric，非对称的
automorphisms，自同构
auxiliary interpretation function，辅助的解释函数

B

bare plurals，空复数
Baroque，巴洛克式
begging the questions，循环论证
belief，信念
  revision，信念修正
Bethe tableaus，贝特表列
bi-directional optimality theory，双向最优理论
bisimulation，互模拟，双仿
Boolean structure，布尔结构
bounded dependencies，有界依赖
branching patterns，分枝模式
bridge principles，搭桥原理
building up information，信息增长

C

capacity，接受力

strong，强接受力
weak，弱接受力
cartesian product，卡氏积
case，格
categorial grammar，范畴语法
unification grammars，范畴统一语法
category theory，范畴论
centipede，蜈蚣（博弈）
ceteris paribus，其他情况均相同
Chomsky Hierarchy，乔姆斯基层级
circumscription，限定
closed atomic formulas，闭的原子公式
clue，线索（博弈）
co-ordinating，协同
cofinal，共尾的
cognitive science，认知科学
coherence，融贯性
coincide，一致
collective predication，聚集谓项
collectivizing operation，集体化运算
combinatorics，组合数学
combinatory logic，组合逻辑
common knowledge，公共知识
communication complexity，交流复杂性
commutative，交换律
completion，完成
complex expression，复杂表达式
complexity，复杂性
composition，组合
computational complexity，计算复杂性
setting，计算装置
concatenation，毗连
conditional excluded middle，条件排中律
conditional logic，条件句逻辑
conditionalization，条件化
confirm，证实
conformcotion，构造，形态
conservativity，保守性
constituent structure，成分结构
construction，建构
context，语境，上下文
-dependence，语境依赖
-free，与上下文无关
sensitive 上下文敏感的
contextual，涉及上下文的
continuity，连续性
continuous quantifier，连续量词
control expressions，调控表达
conversation，交谈
plan，交谈方案
planning，交谈规划
converse，相反的
cooperation，合作
coordination，协同
copy-cat，盲目模仿的
counterfactual assertion，反事实判定
cumulative forms，累积形式
cumulative quantifier，累积量词
cumulativity，积聚
cut，切割
-elimination，切割
-free，无切割
rule，切割规则
Curry-Howard isomorphism，卡里-霍华德同构

D

E

F

Fitch Paradox，菲奇悖论
fixed point，不动点，固定点
  operators，固定点算子
flip-flop，后滚翻
forcing conditions，力迫条件
fragment，片段
Fraïssé back-and-forth characterisation，弗雷斯一前一后刻画
Friedman's completeness theorem，福瑞德曼完全性定理
function/argument，函数/主目
functional application，函项应用
functional completeness，函项完全性
functional type，函数类型
functor，函子

G

game，博弈，游戏
  of imperfect information，不完美信息博弈
  theory，博弈论
Geach rule，吉奇规则
generalization，概括
generalized quantifier，广义量词
generate，生成
global，全局
glue，黏合
grammatical categories，语法范畴
graph，图
Gricean norm，格莱斯范式
guarded form，安保形式

H

halting problem，停机问题
Herbrand modelling，埃尔布朗建模
hereditary，世袭的
hermeneutical circle，诠释学循环
Heyting algebra，海丁代数
hierarchy，层级，分层，谱系
higher-order，高阶
homogeneity，齐次性
homomorphic mapping，同态映射
homomorphism，同态
Horn-clause，霍恩子句

I

idempotence，幂等性
idempotent，幂等律
  operator，幂等算子
identification，同一
identity，等词
If then else，while do，如果那么否则，当什么时候就做什么
images，映像
immediate succession，直接后继
implementation，执行
indices，指标
individual minimal model，个体极小模型
  minimality，个体极小性
individualist，个人主义者
information flow，信息流
  game，信息博弈
  states，信息状态

update 信息更新
initial，初始的
  model，初始模型
  state，初始状态
initiality，初始部分
interaction，相互作用，互动
internal structure，内部结构
internalization，内涵化
interpolation，内插
introversion，内向性
invariant，不变量
inverse limits，逆极限
iteration，迭代
iterations of quantifiers，量词迭代

K

Keisler-Shela characterisation，凯斯乐-沙拉刻画

L

lambda abstraction，λ-抽象
lambda calculus，λ-演算
lambda term，λ-项
Lambek，兰贝克
  calculus，兰贝克演算
  derivations，兰贝克推演
  format，兰贝克版本
  grammars，兰贝克语法
  modes，兰贝克模式
language，语言
  as action，作为行动的语言
  game，语言游戏
leading variable，主变元
learning，习得
left and right projection，左、右投射函数
left continuity，左连续性
left -searching，左搜索
lexical item，词条
linear logic，线性逻辑
logic of circumscription，限定的逻辑
logical item，逻辑条目
logicality，逻辑性
logically finite，逻辑有穷
Los-Tarski theorem，沃施-塔尔斯基定理
Lyndon preservation theorem，林登保持性定理

M

mark，标记
mass quantification，整块量化
mathematical morphology，数学词态学
maxim of quantity，量的准则
m-conservative，m-保守的
measure adjective，度量形容词
mechanism of inference，推理机制
memento，记忆碎片
minimal model，极小模型
minimalized generalized quantifier，极小化广义量词
minimization of models，模型的极小化
  operator，极小化算子
Minkowski erosion，闵科夫斯基侵蚀
Minkowski operations，闵科夫斯基运算
model building game，建模博弈

model checking，模型检验
modes of transforming states，转换状态模式
modularity，模块性
module，组件，模块
monadic，一元的
monotonic，单调的
monotonicity，单调性
　calculus，单调性演算
　effect，单调性效果
Montague grammar，蒙太格语法
Montague rule，蒙太格规则
morphisms，态射
morphology，词态学
Moscow puzzle，莫斯科难题
Muddy Children，泥孩难题
multi-agent interaction，多主体互动
multiplication table，乘积表
murder weapon，谋杀武器
mutual iteration，相互迭代

N

Nash equilibria，纳什均衡
Nash equilibria in mixed strategies，混合策略中的纳什均衡
national structure，整体结构
natural deduction，自然推演，自然演绎
　arguments，自然演绎论证
　tree，自然推演树
natural logic，自然逻辑
neo-Montagovian Baroque，新蒙太格的巴洛克式
nominal，名字
non-inclusion，非-包含关系
non-monotonicity，非单调性

O

on-line，即时的
operation，运算
　of infimum，下确界的运算
　of supremum，上确界的运算
operational semantics for program，程序设计的运算语义学
opponent's pieces，敌对方的筹码
order，阶
order-sensitive，对顺序敏感
ordering theory，序理论

P

pairing，配对
parallel action，平行行为
parameters，参量，参数
parametrized，参数化的
Pareto optimality，“帕累托最优”原则
parlor game，室内博弈
parsing-as-deduction，语法分析当作演绎
partial announcement，局部宣告
partial identity function，偏序的等值函数
Peirce's law，皮尔士律
perfect memory，完美记忆
perfect recall，完美回忆
permutation，排列
　-invariant，排列不变的
persistent，向下持续的

polarity counts，极性统计
polymorphism，多形态，多态性
positive，正的
　occurrence，正出现
possible worlds semantics，可能世界语义学
pragmatic principles，语用原则
pragmatics，语用学
preconditions，事前条件
predecessor，前驱
predicate minimality，谓词极小性
　replacement，谓词替换
　restriction，谓词限制
predicative，谓述的
preference change，偏好改变
pre-Fregean syllogistics，前-弗雷格三段论
preorder，预序
presentation，陈述
preservation，保持
prime model，素模型
principal of induction，归纳原理
prioritized circumscription，优先化限定
prioritizing，按优先顺序排列的
probability，概率
process algebra，进程代数
processing mechanism，处理机制
product，乘积
　mode，乘积模型
　type，乘积类型
production automaton，乘积自动机
program，程序，方案，规划
　construction，程序结构
programming language，程序语言
projection，投射
propositional dynamic logic，命题动态逻辑
protocol，协议
public announcement，公开宣告
　logic，公开宣告逻辑
punctuation device，标点符号装置
push-down automaton，下推自动机

Q

quantifier，量词
　-free，无量词的
　prefix，量词前缀
quasireflexivity，准自反性
quasi-universal，准全称的

R

Ramsey eliminability，拉姆兹可消除性
recognize，识别
　power，识别力
recognizer，识别器
recursively enumerable，递归可枚举的
reduction，化归，归约
　axioms，归约公理
reflexivity，自反性
reflexivizer，反身代词
regular language，正则语言
rejecting state，拒绝状态
relation reducer，关系归约子
relativization，相对化
resource logics，资源逻辑
resumptive quantifier，复指量词

retraction，收回
reversal，逆转
rule of Function Application，函数贴合规则

S

sabotage game，蓄意破坏博弈
scalar multiplications，标量乘积
scope convention，辖域约定
scope orders，域序
self-commutation，自交换
self-deception，自我欺骗
self-duality，自偶性
semantic，语义
  network，语义网
  tableaus，语义表列
  types，语义类型
semi-group，半群
sentential connective，语句联结词
sequencing，排序
sequent，矢列
sheer social stance，纯粹社会的角度
signaling game，信号博弈
simplex expression，单形表达式
simultaneous recursion，同时递归
single-bind，单约束
Skolem form，司寇伦形式
social interaction 社会互动
special axioms，特殊公理
specialization，专门化过程
specifications，规约
standing instruction，固定的指令
state-changing action，状态变化行为
strategic game，策略博弈
strict partial order，严格偏序
substitution，代入
substructural logic generally，广义子结构逻辑
subtypes，子类型
super-logic，超逻辑
switching modes，转换模式
symptom，表征
syncategorematic，非自足
syntactic，句法、语形、语法的
  fine-structure，语法微细结构
  tree，语形树

T

temporal logic，时序逻辑
tense logic，时态逻辑
term rewriting，项改写
test operator，测试算子
testable，可测的
text，文本
the whole truth，完全的真
theory of meaning，意义理论
Thinning，稀释规则
tiling problem，铺砖问题
transformation，转换
transmission of truth，真值的传送
tree-like model，树状模型
Tree of Numbers，数树
True Arithmetic，真算术
type，类型
  change，类型改变
  -driven translation，类型驱动的翻译

附录二
英 – 汉人名对照表

A

Abramsky, S. 阿布兰姆斯基
Adriaans, P. 阿德里昂斯
Aiello, M. 阿叶劳
Ajdukiewicz, K. 爱裘凯维茨
Alechina, N. 艾略施纳
Andréka, H. 安德烈卡
Areces, C. 阿瑞塞斯
Austin, J. 奥斯汀
Axelrod, R. 阿克塞罗霍德

B

Bach, E. 巴赫
Barcan Marcus, R. 巴坎·马库斯
Barendregt, H. 巴任德瑞赫特
Bar-Hillel, Y. 巴-希勒尔
Barwise, J. 巴威思
Bierwisch, M. 比尔维奇
Blackburn, P. 白磊本
Bolzano, B. 鲍尔察诺
Boole, G. 布尔
Bull, R. A. B. 布珥
Burstall, R. 博斯塔尔
Buszkowski, W. 布斯考夫斯基

C

Carnap, R. 卡尔纳普
Chierchia, G. 克亚科亚
Clarke, E. M. 克拉克
Curry, H. B. 卡里

D

Dalrymple, M. 戴任泡
de Haas, F. 德哈斯
de Hoop, H. 德豪普
de Mey, S. 德梅
de Morgan, A. 德摩根
de Paiva, V. 德帕瓦
de Rijke, M. 德莱克
Doets, K. 杜茨
Došen, K. 杜森
Dummett, M. 达米特

E

F

G

H

J

K

L

Lyndon, R. C. 林登

M

Macnamara, J. 麦克纳木拉
Malcev, A. 马尔采夫
Marsh, B. 马什
May, R. 梅
McCarthy, J. 麦肯西
Meyer Viol, W. 麦叶尔·维奥
Mikulás, S. 米库拉斯
Milner, R. 米尔尼
Minkowski, G. 闵科夫斯基
Montague, R. 蒙太格
Moore, G. E. 摩尔
Moortgat, M. 莫特哈特
Morrill, G. 莫瑞
Mönnich, U. 摩尼旭

N

Nerode, A. 尼罗德
Nute, D. 牛特

O

Oehrle, R. T. 欧乐
Orlowska, E. 奥拉瓦斯卡

P

Parikh, R. 帕瑞克
Partee, B. 帕蒂
Peirce, C. S. 皮尔士
Pentus, M. 彭塔斯
Peters, S. 彼得斯
Piattelli-Palmarini, M. 皮亚泰利-帕尔玛里尼
Plaza, J. A. 普拉热
Plotkin, G. 波罗特金
Pnueli, A. 普纽利
Pohlers, W. 普勒斯
Pratt, V. 普拉特
Presburger, M. 普列斯博格

Q

Quine, W. O. V. 奎因

R

Ramsey, F. 拉姆兹
Restall, G. 睿思妥
Reyes, G. E. 瑞耶斯
Reyle, U. 瑞勒
Rogers, H. 罗杰斯
Rooth, M. 鲁斯
Rounds, W. C. 润茨
Russell, B. 罗素

S

Sanchez-Valencia, E. 散切斯－瓦伦西亚
Sandu, G. 桑杜
Scott, D. 斯科特
Searle, J. 塞尔
Seligman, J. 塞利格曼
Sevenster, M. 赛芬斯特
Shehtman, V. 谢特曼
Shela, S. 沙拉

T

U

V

W

Z